

圧縮性を考慮した粒子法シミュレーションのキャビテーション現象への応用 Application of MPS Method considering Compressible Flow of Cavitation

西 圭祐[†] 岡本 尚大[‡] 松島正知[†]
Keisuke Nishi Naohiro Okamoto Masatomo Matsushima

1. 緒言

流体の流れから生じた圧力差により、短時間で気泡の発生・消滅が起きる現象をキャビテーション現象という。キャビテーションの発生は、プロペラやスクリーなどの水中推進機構に対して、性能を抑制し、コーロージョンと呼ばれる圧壊現象を引き起こす可能性がある。一方では、医療や工業分野において様々な応用例がある為、これまでもキャビテーション現象に関する研究が理論および実験によって数多くなされている[1]。しかし、格子や要素に基づく研究は多く存在するものの、キャビテーション現象においては複数の流体成分の複雑な界面の変化を伴う為、解析が困難である。したがって、本研究ではラグランジュ的な解析手法である粒子法を用いた。具体的には、粒子法の中でもMPS法を、圧縮性流体の解析に対応させた越塚ら[2]の手法を拡張した。キャビテーション現象の中でも、固体壁近傍の気泡の非球状収縮[3]について、複数の条件下でのシミュレーション結果を報告する。

2. 記号

本研究において用いる記号を、以下に定義する。

Table 1: Symbols of governing equations

Velocity	\mathbf{u}	[m/s]
Time	t	[s]
Pressure divided by density	p	[J/kg]
Density	ρ	[kg/m ³]
Kinematic viscosity	ν	[m ² /s]
External forces	\mathbf{f}	[m/s ²]
Internal energy	e	[J/kg]
Thermal conductivity	K	[W/mK]
Temperature	T	[K]
Gas constant	R	[J/kg K]
Number of density	n	[-]

3. 理論

3.1 支配方程式

支配方程式は、連続式、ナビエーストークス方程式、エネルギー式、状態方程式を用いた。

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p - \frac{p}{\rho}\nabla\rho + \nu\nabla^2\mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{D\rho}{Dt} + \nabla\cdot\mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{De}{Dt} = -p\nabla\cdot\mathbf{u} + \frac{K}{\rho}\nabla^2T + \Phi \quad (3)$$

$$p = RT \quad (4)$$

ここで、 Φ は散逸関数を示す。

3.2 境界条件

本研究では、三次元モデルによるシミュレーションを行った。垂直方向の下面は壁、上面は内部の値を補完して仮想する境界に、側面は周期境界条件を付与した。壁面について、圧力計算を適切に行うため、壁面粒子の圧力は重み関数を用いて、周囲の流体粒子の重み平均により導出した[2]。

$$p_i = \sum_{j \neq i}^{\text{fluid}} p_j w(r_{ij}, r_e) \quad (5)$$

3.3 粒子法の離散化モデル

上記の支配方程式において、移流項をコンピュータによって解くためには、離散化が必要である。そこで本研究では、[2]と同様の計算式を用いた。

3.4 キャビテーション気泡の計算

粒子法では一般的に、密度の計算を粒子数密度で再現し、異なる密度をもつ流体の混相流についても初期時間の粒子配置によって、計算が可能である。しかし、本研究では、水と気泡という密度差の大きい二つの流体を同時に解く必要があり、統一的な計算を行う上で、従来の方法では計算に不安定性が生じる為、流体の種類に応じて異なるパラメータを与え計算を行った。

加えて、圧縮性を考慮する必要がある為、非圧縮性流体アルゴリズムであるMPS法を式(3)、(4)を用いて拡張することで、以下のポアソン方程式を支配方程式から導出し、ガウスの消去法を用いて解いた。

$$\left(\Delta t^2 \nabla^2 - \frac{1}{(\gamma-1)p_i^{(*)}}\right) p_i^{(k+1)} = \frac{n_i^{(*)} - n_i^{(k)}}{n_i^{(k)}} - \frac{1}{(\gamma-1)} \quad (6)$$

γ は比熱比、 n_i は粒子 i における粒子数密度である。圧力と粒子数密度の添え字 (k) はステップ数を示し、 $(*)$ は半陰解法における陽解法のための計算での仮粒子移動後を表す。

4. 数値実験

4.1 パラメータ設定

[†] 同志社大学大学院生命医科学研究科 Department of Mathematical Biomedical Information, Faculty of Life and Medical Sciences, Doshisha University

[‡] 日本光電工業株式会社

NIHON KOHDEN Corporation

本シミュレーションのパラメータは以下の値を用いて計算を行った。

Table 2: Parameters of cavitating simulation

Particle distance	4.0×10^{-4}	[m]
Initial time step	1.0×10^{-7}	[s]
Water kinematic viscosity	8.04×10^{-7}	[m ² /s]
Bubble kinematic viscosity	1.58×10^{-5}	[m ² /s]
Water density	996.0	[kg/m ³]
Bubble density	1.16	[kg/m ³]
Water thermal conductivity	0.59	[W/mK]
Bubble thermal conductivity	0.024	[W/mK]
Temperature	300.0	[K]
Gas constant	461.70	[J/kg K]
Heat capacity ratio	1.40	[-]

4.2 シミュレーション条件

固体壁近傍のキャビテーション気泡の振る舞い、特にマイクロジェット発生についてシミュレーションを行った。概略図を以下に示す。ここで、 R は気泡径、 s は気泡中心から壁面の距離、 P_b は気泡内部の圧力を示す。気泡の径と中心からの距離の比 $r = R/s = 0.5 \sim 2.0$ で変化させた際の非球状収縮について、実験の結果と比較した。

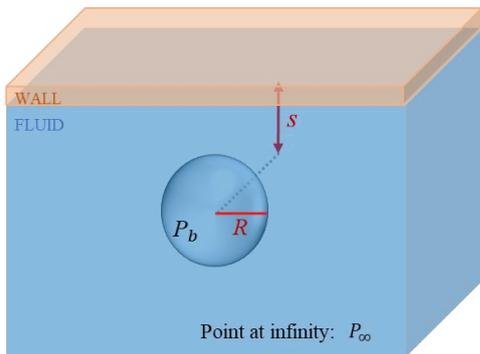


Figure 1: Schematic diagram

4.3 実験結果との比較

実験結果について、富田ら[4]の研究結果を Figure 2 に示す。フレーム毎の時間間隔は $2\mu\text{s}$ であり、フレームの横長は 1.4mm である。

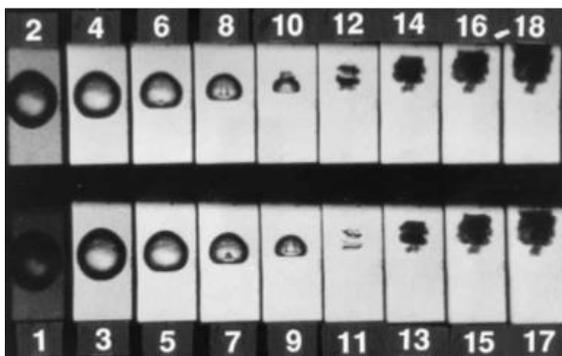


Figure 2: The development of the microjet in a bubble collapsing very close to a solid wall

同様の条件で $r = 1.5$ としたときの、シミュレーション結果を、気泡中心に縦方向に切断した断面図にて示す (Figure 3(a)–3(d))。なお、フレーム毎の時間間隔は $8\mu\text{s}$ である。

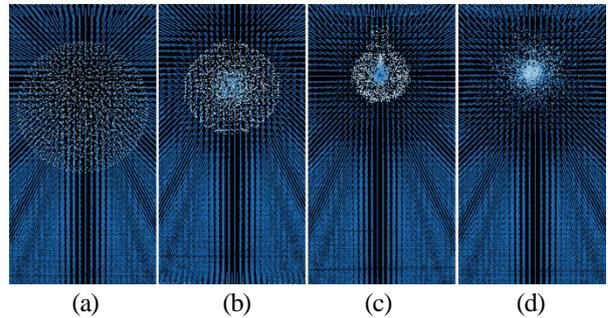


Figure 3: Snapshots of simulation

4.4 考察

Figure 2 の実験結果と Figure 3 のシミュレーション結果を比較すると、非球状収縮の様子は概ね一致している。ただし、実験結果で気泡内部に侵入するマイクロジェットを、数値会では厳密に再現できず、これは気泡を構成する粒子数が少ないことが原因の一つとして考えられる。また、シミュレーションでは、気泡の形状変化が表れる前に、側面の境界に波が到達してしまい、周期境界条件によって干渉しあっている事が考えられ、今後改善が必要である。

5. 結言

本稿では、固体壁近傍での気泡非球状変化について、粒子法を用いた数値シミュレーションを行い、実験結果と比較・考察した。粒子法を用いることで複雑な気泡表面の変化を表現することが可能であるものの、実験結果と比較すると、精度向上に改善の余地がある。発生したマイクロジェットについての計画も、今後の研究課題の一つである。

参考文献

- [1] W. Lauterborn and H. Bolle, “Experimental investigations of cavitation-bubble collapse in the neighborhood of a solid boundary”, *Journal of fluid mechanics*, vol. 72, pp. 391-399 (1975).
- [2] Jun A and Seiichi K, “Unified Lagrange Particle Method for Compressible and Incompressible Flows”, *Japan society for computational engineering and science*, vol. 2008, pp. 20080008, (2008).
- [3] Milton S Plesset and Richard B Chapman, “Collapse of an initially spherical vapor cavity in the neighborhood of a solid boundary”, *Journal of fluid mechanics*, vol. 47, part 2, pp. 283-290 (1971).
- [4] Yukio T and Akira S, “Destructive Action of Cavitation Bubbles Collapsing near Boundaries”, *Shock focussing effect in medical science and sonoluminescence*, Published by Springer Science & Business Media, pp. 73-109 (1990).