

離散的有限フレネル変換の電子透かしへの応用 Application of the discrete Fresnel transform to watermarking

青柳 智裕 大坪 紘一 青柳 宣生

Tomohiro Aoyagi Kouichi Ohtsubo Nobuo Aoyagi

1. はじめに

光学系における基本的な回折変換はレーリー回折であるが、実際には近似回折変換としてフレネル回折が用いられる。フレネル回折は積分の形で表され、ヒルベルト空間における有界線形作用素として定義され、これまでその数学的な性質が研究されてきた[1]。また光学的な画像処理、データ処理や光アナログ演算など光学的諸問題に応用されてきた[2,3]。一般的な光学系においては、なんらかの形で光の伝播を遮る空間的な帯域制限が存在する。このような有限開口の効果はフレネル回折について考慮すると、フレネル変換に対する標準化定理が導出できる。この標準化定理を基礎として離散的有限フレネル変換が導出することができる。離散フレネル変換は、線形でユニタリー変換となる。これまでフレネル回折のコンピュータによる計算は、離散フーリエ変換を2回用いて行われてきたが、離散フレネル変換により直接計算が可能となる。また離散フーリエ変換は、Cooley-Turkeyのアルゴリズムを用いて計算量を削減できるが、同様に離散フレネル変換も計算量削減が可能となる[4,5]。

近年、デジタルメディアによるデータの利用が多くなってきている。例えば、文書、静止画像、動画、音声などがインターネット上で多く利用されている。デジタルデータの利点は、情報ネットワークを通して容易に複製、配布できることにあり、また欠点としては著作物の改ざんや無断配布などがあげられる。これらの問題に対処するための1つの方法として、電子透かしの技術があげられる[6-10]。電子透かし技術は、デジタルデータに対して、著作権に関するデータ等を埋め込む手法である。画像の著作権保護のための署名などのデータを埋め込む方法が取られている。これまで画像データへの透かし情報の埋め込みは、実空間又は離散的な関数変換面上で行われてきた。特に、離散フーリエ変換(DFT)、離散コサイン変換(DCT)、離散ウェーブレット(DWT)変換などによる方法が提案されてきた[11-17]。ただし、透かし情報の種類や量、形態などは手法ごとに異なっている。そのためさまざまな埋め込み手法と埋め込む情報は、利用目的にあったものを選択することが重要である。

本研究では、離散的有限フレネル変換を導出し、それを電子透かしへ応用することにある。乱数によって生成されたパターンをフレネル変換面に埋め込み、画質に与える影響を調べた。

2. 離散的有限フレネル変換

まず、議論を簡単にするために、フレネル回折の入出力空間を1次元として、振幅透過率 $f(\xi)$ を持つ物体に、光が入射したとき、そこから距離 z だけ離れた観測面上での光の振幅透過率を $F(x, z)$ とする。フレネル近似のもとで $F(x, z)$ は次のように表すことができる。

$$F(x, z) = \frac{1}{\sqrt{i2\pi z}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \exp\left\{\frac{i}{2z}(x-\xi)^2\right\} d\xi \quad (1)$$

ここで光の波数は1とした。フレネル逆変換は次式で与えられる。

$$f(\xi) = \sqrt{\frac{i}{2\pi z}} \int_{-\infty}^{\infty} F(x, z) \exp\left\{-\frac{i}{2z}(x-\xi)^2\right\} dx \quad (2)$$

今 $F(x, z)$ が空間的に帯域制限されていて、 $-a \leq x \leq a$ でのみ零以外の値をとるとすると、次の標準化展開式が成立する。

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kX) \frac{\sin\pi\left(\frac{x}{X}-k\right)}{\pi\left(\frac{x}{X}-k\right)} \exp\left\{\frac{i}{2z}(k^2X^2-x^2)\right\} \quad (3)$$

ここで、 $X = \pi z/a$ である。

$f(\xi)$ を X の間隔で標準化すると、式(2)から次のようになる。

$$f(kX) = \sqrt{\frac{i}{2\pi z}} \exp\left(-\frac{ik^2X^2}{2z}\right) \times \int_{-\infty}^{\infty} F(x, z) \exp\left\{-\frac{i}{2z}(x^2-2kXx)\right\} dx \quad (4)$$

ここで、 $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ である。

式(4)の積分範囲を $2\pi z/X$ の間隔で離散化すると、次のようになる。

$$f(kX) = \sqrt{\frac{i}{2\pi z}} \exp\left(-\frac{ik^2X^2}{2z}\right) \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{\frac{2m\pi z}{X}}^{\frac{2(m+1)\pi z}{X}} F(x, z) \exp\left\{-\frac{i}{2z}(x^2-2kXx)\right\} dx \quad (5)$$

ここで、

$$F_q(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} F\left(x + \frac{2m\pi z}{X}, z\right) \times \exp\left\{-\frac{i}{2z}\left(x + \frac{2m\pi z}{X}\right)^2 + i2k\pi m\right\} \quad (6)$$

と置くと、式(5)は次のようになる。

$$f(kX) = \sqrt{\frac{i}{2\pi z}} \exp\left(-\frac{ik^2X^2}{2z}\right) \times \int_0^{\frac{2\pi z}{X}} F_q(x, z) \exp\left(\frac{ikXx}{z}\right) dx. \quad (7)$$

$F_q(x, z)$ は、 $2\pi z/X = 2a$ を周期とする周期関数となるから、フーリエ級数展開できて、次のようになる。

$$F_q(x, z) = \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} c_{\ell} \exp\left(-\frac{i\ell\pi x}{a}\right). \quad (8)$$

ただし展開係数 c_{ℓ} は次のようになる。

$$c_\ell = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a F_q(x, z) \exp\left(\frac{i\ell\pi x}{a}\right) dx. \quad (9)$$

(7)式から

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{2\pi z}{i}} \exp\left(\frac{i\ell^2 X^2}{2z}\right) f(\ell X) \\ &= \int_0^{\frac{2\pi z}{X}} F_q(x, z) \exp\left(\frac{ik\ell X x}{z}\right) dx. \end{aligned} \quad (10)$$

フーリエ級数展開の式から、 $F_q(x, z)$ は次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} F_q(x, z) &= \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2a} \int_{-a}^a F_q(x, z) \exp\left(\frac{i\ell\pi x}{a}\right) dx \exp\left(-\frac{i\ell\pi x}{a}\right) \\ &= \frac{X}{\sqrt{2\pi zi}} \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} f(\ell X) \exp\left\{\frac{i}{2z}(\ell X - x)^2\right\} \exp\left(-\frac{ix^2}{2z}\right). \end{aligned} \quad (11)$$

さらに $F_q(x, z)$ を X の間隔で標本化し、 $z = NX^2/(2\pi)(N$ を自然数とする)と置くと、

$$\begin{aligned} F_q(\ell X) &= F_q\left(\ell X, \frac{NX^2}{2\pi}\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{iN}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kX) \exp\left\{\frac{i\pi}{N}(k - \ell)^2\right\} \exp\left(-\frac{i\pi\ell^2}{N}\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{iN}} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=-\infty}^{\infty} f(kX + mNX) \exp\left\{\frac{i\pi}{N}(k - \ell)^2\right\} \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{i\pi\ell^2}{N} + i\pi m^2 N\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{iN}} \sum_{k=0}^{N-1} f_p(kX) \exp\left\{\frac{i\pi}{N}(k - \ell)^2\right\} \exp\left(-\frac{i\pi\ell^2}{N}\right) \end{aligned} \quad (12)$$

となる。
ここで、

$$f_p(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^{m^2 N} f(x + mNX) \quad (13)$$

と置く。

今、次のように考える。

$$\begin{aligned} F_p(x) &= \exp\left(\frac{i\pi x^2}{NX^2}\right) F_q(x) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} F\left(x + mNX, \frac{NX^2}{2\pi}\right) \exp\left\{-i\pi N\left(m^2 + \frac{2mx}{NX}\right)\right\} \end{aligned} \quad (14)$$

$$G(\ell) = \frac{1}{\sqrt{iN}} \sum_{k=0}^{N-1} g(k) \exp\left\{\frac{i\pi}{N}(k - \ell)^2\right\} \quad (15)$$

$(\ell = 0, 1, 2, \dots, N-1).$

ただし、 $G(\ell) = F_p(\ell X)$ 、 $g(k) = f_p(kX)$ と置いた。

また、逆変換が存在して、次のようになる。

$$g(k) = \sqrt{\frac{i}{N}} \sum_{\ell=0}^{N-1} G(\ell) \exp\left\{-\frac{i\pi}{N}(k - \ell)^2\right\} \quad (16)$$

式(15)と(16)をそれぞれ離散的フレネル変換(Discrete Fresnel transform)と逆変換という。式(16)の逆変換の変換核は式(15)において N を $-N$ と置いたものに等しい。

3. 2次元フレネル変換へ拡張

1次元の離散フレネル変換を2次元に拡張する。2次元離散フレネル変換は次のように定義する。

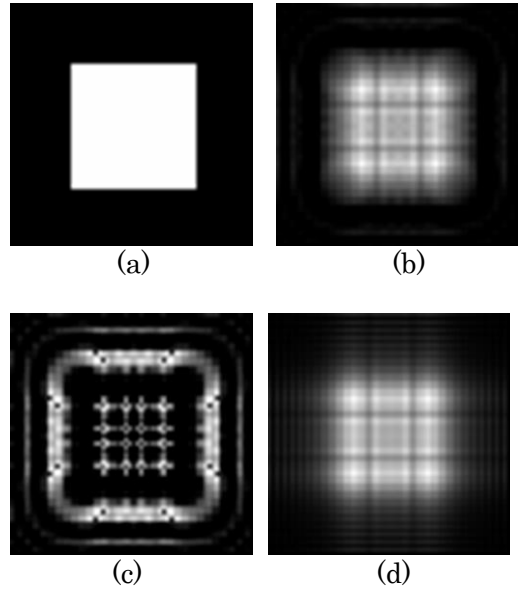


Fig. 1 Processing of the 2D Fresnel transform of an original image. (a)The original test image (64×64, 8bpp). (b)Real part of the Fresnel transform. (c) Imaginary part of that. (d) Absolute value of the 2D Fresnel transform.

$$\begin{aligned} G(s, t) &= \frac{1}{\sqrt{iM}} \frac{1}{\sqrt{iN}} \\ &\times \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} g(m, n) \exp\left\{\frac{i\pi}{M}(m - s)^2\right\} \exp\left\{\frac{i\pi}{N}(n - t)^2\right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

$(s = 0, 1, 2, \dots, M-1, t = 0, 1, 2, \dots, N-1)$

Fig. 1 は 2 次元離散フレネル変換の計算例である。(a)は元画像で矩形領域で 1 それ以外で 0、64×64 画素である。(b)は離散フレネル変換の実部。(c)離散フレネル変換の虚部。(d)は離散フレネル変換の絶対値である。

4. 電子透かしへの応用

静止画像に電子透かしを埋め込む最も簡単な方法は、情報を元画像に直接埋め込むことである。埋め込む情報によって生成されるパターンであり、整数の $\{-1, 0, 1\}$ から構成されるものである。電子透かしが埋め込まれた画像を $W(m, n)$ とすると、乱数によって生成されたパターン $R(m, n)$ に Key となる利得係数 k をかけて、それを元画像に加えることになる。

$$W(m, n) = I(m, n) + k \times R(m, n). \quad (18)$$

埋め込み情報の抽出方法は、埋め込まれた画像を $W(m, n)$ と生成されたパターン $R(m, n)$ の相関係数を求めることによって行う。画像の相関係数(Correlation coefficient)を次のように定義する。

$$\begin{aligned} CC &= \frac{\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} (W(m, n) - \mu_W)(R(m, n) - \mu_R)}{\sqrt{\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} (W(m, n) - \mu_W)^2 \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} (R(m, n) - \mu_R)^2}}. \end{aligned} \quad (19)$$

ここで、 μ_W と μ_R はそれぞれ情報を埋め込んだ画像 $W(m, n)$ と透かし情報 $R(m, n)$ の平均であり、次のように定義する。

$$\mu_W = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} W(m,n).$$

$$\mu_R = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} R(m,n).$$

4.1 実空間への情報の埋め込み

静止画像の画素に直接情報の埋め込みを行った。埋め込まれる情報は、一様乱数により整数{-1,0,1}を生成しパターンを作成した[18]。乱数の初期値は 6 に設定した。Fig. 2 は、計算機シミュレーションで使用したテスト画像である。画素数 256×256 ピクセル。各画素は 256 階調の濃淡分布を持つ。

Fig.3 は Key の値を 10 と 20 に設定したときの画像である。Fig. 4 は初期値(seed)を変化させたときの乱数のパターンと埋め込み画像との相関係数を求めたものである。初期値 6 のときの乱数パターンを埋め込んで画像を作成した。Key は 1 に設定した。初期値 6 のとき、相関係数が高くなるのが分かる。それ以外のは、相関があまりないことが分かる。

MSE(Mean square error)は次の式で定義する。

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} (X(m,n) - W(m,n))^2. \quad (20)$$

ただし、 $X(m,n)$ は元の画像で、 $W(m,n)$ は情報を埋め込んだ画像である。

SNR(Signal-to-noise ratio)は次の式で定義する。

$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{255^2}{MSE} \right) \text{ dB}. \quad (21)$$

Fig.5 は Key を 1 から 10 まで変化させたときの SN 比である。



Fig. 2 The original test image(256×256pixel, 8bpp), referring to [19]. He is A. J. Fresnel (French physicist).

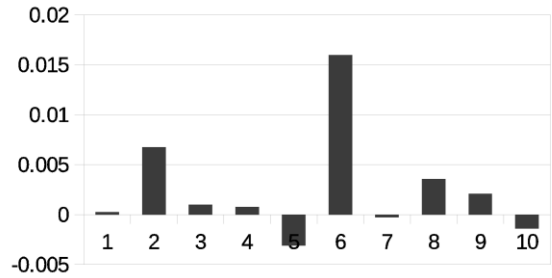


Fig. 4 Correlation coefficient for a pseudorandom pattern generated with seed=6 correlated with pseudorandom patterns generated with other seeds.

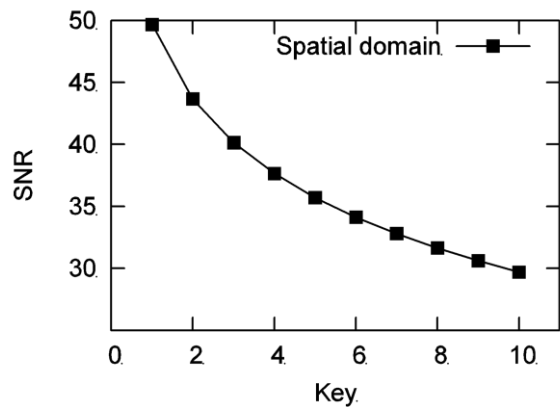


Fig. 5 Plots the Signal-to-noise ratio versus Keys.

4.2 フレネル空間への情報の埋め込み

静止画像を離散フレネル変換をして、フレネル変換面に透かし情報の埋め込みをおこなった。埋め込む情報は実空間への埋め込みで使ったものと同じものを使用した。

Fig. 6 はフレネル変換面の実部への情報の埋め込みを行った画像である。Fig. 7 はフレネル変換面の虚部への情報の埋め込みを行った画像である。Fig. 8 は、Key を 1 から 10 まで変換させたときの SN 比である。僅かではあるが虚部に情報を埋め込んだときの方が SN 比が優れていることが分かる。



Fig. 3 Watermarked image in the spatial domain, add a pseudorandom patterns. (a) Key=10. (b)Key=20.



Fig. 6 Watermarked image in the real part of the Fresnel transform plane. (a) Key=10. (b)Key=20.



Fig. 7 Watermarked image in the imaginary part of the Fresnel transform plane. (a) Key=10. (b) Key=20.

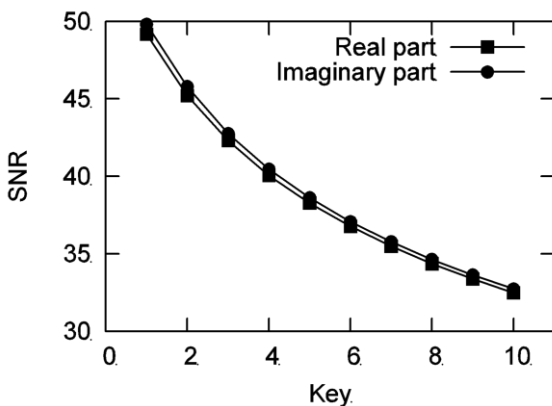


Fig. 8 Plots the Signal-to-noise ratio versus Keys.

5. まとめと今後の課題

フレネル変換面に空間的な帯域制限をすることによって標本化定理が導出できる。それを基にして、関数の周期性とフーリエ級数展開を使うことによって離散フレネル変換が導出できる。1次元のフレネル変換を拡張することによって2次元のフレネル変換を定義した。離散フレネル変換のパラメータは固定して、電子透かしへ応用してきた。実際にフレネル変換面における実部と虚部に情報を埋め込んで、画質に与える影響を調べてきた。僅かではあるが虚部への情報の埋め込みの方がSNR比に関して優れていることが分かった。

フレネル変換を電子透かしへ応用する際に、埋め込まれる元のデジタル情報に対して離散フレネル変換を計算することになるが、計算量の問題が生じる。変換核の性質を利用するなどして、計算時間短縮を行う必要がある。また今回、フレネル変換のパラメータを固定して行っているため、最適なパラメータを調べていく必要がある。

今回は、乱数によって生成されたパターンをフレネル変換面における実部と虚部に加えることによって電子透かし入り画像を作成したが、実際には埋め込む情報によって画質に与える影響を調べる必要がある。埋め込む情報は、文字列や署名のための任意の画像が考えられ、その情報量や埋め込む場所などを考慮する必要がある。また、電子透かし

の改ざんや消去などの攻撃に対する耐性を調べていく必要がある。

参考文献

- [1] N. Aoyagi, "Theoretical Study of Optical Fresnel Transformations", Ph.D. dissertation, Tokyo Institute of Technology, Tokyo(1973).
- [2] 山口一郎, "応用光学", オーム社(1998).
- [3] 辻内順平, 一岡芳樹, 峯本工, "光情報処理", オーム社(1989).
- [4] S. Winograd, "On computing the discrete Fourier transform", Math. Comput., Vol.32, No.141, pp.175-199(1978).
- [5] R. C. Agrawal, J. W. Cooley, "New algorithms for digital convolution", IEEE trans. Acoust. Speech and Signal Processing, ASSP-25, pp.392-410(1977).
- [6] 松井甲子雄, "電子透かしの基礎", 森北出版株式会社(1998).
- [7] 画像電子学会編, "電子透かし技術", 東京電気大学出版局(2004).
- [8] F. Hartung, M. Kutter, "Multimedia watermarking techniques", Proc. IEEE, Vol. 87, No. 7, pp.1079-1107(1999).
- [9] G. C. Langelaar, I. Setyawan, R. L. Lagendijk, "Watermarking digital image and video data", IEEE Signal Process., pp.20-46 (2000).
- [10] M. D. Swanson, M. Kobayashi, A. H. Tewfik, "Multimedia data-embedding and watermarking technologies", Proc. IEEE, Vol. 86, No. 6, pp.1064-1087(1998).
- [11] M. Barni, F. Bartolini, V. Cappellini, A. Piva, "A dct-domain system for robust image watermarking", Signal Processing, 66, pp357-372(1998).
- [12] J. F. Delaigle, C. D. Vleeschouwer, B. Macq, "Watermarking algorithm based on a human visual model", Signal Processing, 66, pp319-335(1998).
- [13] A. Z. Tirkel, C. F. Osborne, T. E. Hall, "Image and watermark registration", Signal Processing, 66, pp373-383(1998).
- [14] J. J. K. Ruanaidh, T. Pun, "Rotation, scale and translation invariant spread spectrum digital image watermarking", Signal Processing, 66, pp303-317(1998).
- [15] F. A. P. Petitcolas, "Watermarking schemes evaluation", IEEE Signal Process., 17(5), pp.58-64 (2000).
- [16] M. Barni, F. Barolini, A. Piva, "Improved wavelet-based watermarking through pixel-wise masking", IEEE trans. Image Processing, Vol.10, No.5, pp783-791(2001).
- [17] S. H. Wang, Y. P. Lin, "Wavelet tree quantization for copyright protection watermarking", IEEE trans. Image Processing, Vol.13, No.2, pp154-165(2004).
- [18] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, "Numerical Recipes in C. 2nd-ed.", (Cambridge University Press, 1992).
- [19] M. Mansuripur, "Classical Optics and its Applications", Cambridge University Press(2002).
- [20] H. J. Trussel, M. J. Vrhel, "Fundamentals of Digital Imaging", Cambridge University Press(2008).
- [21] 青木由直, "電子透かしのための画像の数値的フレネル変換", 電子情報通信学会論文誌 A Vol.J82-A, No.10, pp.1612-1622(1999).
- [22] 美濃導彦, "画像処理論", 昭晃堂(2011)
- [23] 土井康弘, 安藤繁, "画像処理論", 昭晃堂(1980).