

電子ペンを用いた手書き解答データによる幾何学解答パターン分類手法 Pattern classification method of handwriting geometry solutions with digital pen

森山優姫菜[†] 下岡純也[†] 浅井洋樹[†] 山名早人^{†*}
Yukina Moriyama Junya Shitaoka Hiroki Asai Hayato Yamana

1. はじめに

平成 28 年 4 月、文部科学省に「小学校段階における論理的思考力や創造性、問題解決能力等の育成とプログラミング教育に関する有識者会議」が設置[1]され、初等教育の段階から論理的思考力や創造性、問題解決能力等の育成が重要であることが示された。こうした論理的思考力の育成においては、中学校指導要領・数学[2]においても「図形の相似、円周角と中心角の関係や三平方の定理について、... 理解し、... 図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす」と示される通り、数学が大きな役割を果たしている。

数学は答えにたどり着くまでの解答パターンが複数存在する場合があります。受験を目的とした場合は、より効率的な解法の学習が求められる。しかし、論理的思考力や創造性を磨く上では、様々な試み(解法)を論理的に行うことができたかどうか重要となる。従来、教育者は生徒の解答から思考過程を判断し採点の部分点をつけ、解答分析することでこうした指導を行ってきた。加えて、複数の解答例を生徒達に説明させ学び合う協働学習[3]も行われてきた。しかし、正誤のみの問題に比べて、記述式の解答を採点・分析する教育者の負担は大きい。特に、式だけでなく図を使って解く問題は思考過程が判断しにくく、分析するのは困難である。

以上の背景を踏まえ、本稿では「手書きにより記述された幾何学解答パターン」を自動的に分類することを試みる。これによって、採点や分析にかかる教育者の負担を減らすと共に、学習者の論理的思考力を判断できる仕組みを構築することを目指す。入力としては、時系列の手書きデータ(オンライン手書きデータ)を収集できる電子ペンを用いる。我々の知る限り、幾何学を対象とした解法分類は、本稿が初めての試みである。

従来、教育者の負担を減らすために、採点システムが複数の企業により開発されてきている[4][5]。しかし開発されているのは、小中高の試験等の紙に書かれた解答をスキャンしデータ化したオフライン手書き解答データを対象とした採点である。オフライン手書き解答データでは、筆記画像データのみで筆記時系列データは得られない。これら採点システムでは、単純な問題は正誤のみの判断で済む一方で、記述式の問題に対しては部分点などの設定が難しいため、教育者が解答を分析して採点しているのが現状である。

また、教育現場に電子ペンを活用したさまざまな研究がされてきている。例えば、オンライン教育上に電子ペンを活用する研究[6][7]や、一般教室に電子ペンを活用する研究[8][9]があり、教育の情報化が注目されてきていることがわかる。オンライン手書きデータを分析している研究と

しては、手書き文字認識をする研究[10][11]がある。また、数学の問題には式を使わずに図を用いて解く問題が存在する。そのような文字認識ができない図を使った問題を扱っている研究[12][13]がある。これらは学習者一人ひとりの解き方を判断する支援ツールとして図の一部を色づけしたりアニメーションしたりと工夫を凝らしている。しかし、これらの研究は、解答パターンを把握することを目的としておらず、解答パターン分類に用いることができない。

以下では、2.で関連研究について紹介し、3.において幾何学を対象とした手書きデータ収集方法を説明する。幾何学を対象とした解法分類手法を 4.で提案し、5.において実験結果を示す。

2. 関連研究

本節では電子ペンを教育に活用している研究について述べる。

2.1 オンライン教育上への活用例

オンライン上の教育に電子ペンを活用している研究に今井らの研究[6]がある。今井らは、自主学习において e-learning に電子ペンを併用することで e-learning 上の問題点を改善できるかを検証した。この研究では e-learning の問題点である強制力の低さを解決するため、電子ペンを導入し生徒の学習プロセスを収集することで強制力の低さを改善させようと試みた。結果として生徒は監視されているという意識が働き、電子ペンは e-learning 上での強制力の代わりを果たした。一方で教師は生徒のつまづきが把握でき効率的な学習指導が行えるようになった。

また、オンライン教育で使用されるビデオ講義に電子ペンを活用している Andrew らの研究[7]もある。Andrew らは、現在のオンライン教育でビデオ講義のスタイルが 2 つあることに注目した。ひとつは、ペンとタブレットを用いて教師が手書きでビデオ講義を行う Handwriting スタイル、一方は PowerPoint を用いてタイピングのみでビデオ講義を行う Typeface スタイルである。2 つの特徴として Handwriting スタイルは個性的・魅力的な点であり、Typeface スタイルは理解しやすい・読みやすい点である。そこで、Andrew らは、それぞれのスタイルの特徴を活かし合体した新しい TypeRighting スタイルを提示した。TypeRighting スタイルは手書きでフェーズを描いた後、同じ場所で Typeface に置き換えるというものである。これにより、受講者の 80% が Handwriting より TypeRighting のほうが、Typeface より TypeRighting のほうが良いという結果になった。

2.2 一般教室上への活用例

一般的な授業に電子ペンを活用している研究として、三浦らの研究[8]がある。三浦らは、デジタルペンを導入することで一般の教室における授業システムを改良し、教師の負担を軽減できないかを検証した。具体的には、三浦らは日常的に運用できるようにするためのシステムとして、電

[†] 早稲田大学

[‡] 国立情報学研究所

子ペンIDと受講者と座席の対応関係を管理するシステムを作った。これにより、座席順に手書きデータを閲覧することができる上に、電子ペンによって継続的な思考プロセスを取得でき、教師の授業の流れの改善にも繋がるという有用性が検証できた。

授業における活用例として、坂東らの研究[9]もある。この研究では、電子的なレポートをより容易に素早く添削できることを目的に、タブレットと電子ペンを用いた手書き文字による添削と、音声入力を用いたテキストによる添削を併用したシステムを提案している。手書きによる添削は自由度が高いという利点があるが添削事項が多くなるほど負担が大きくなるという欠点がある。逆に、テキストによる添削は、自由度は低い添削事項が多い場合に素早く綺麗に入力できるという利点がある。結果として、添削のしやすさは坂東らのシステムを用いたほうが綺麗で読みやすく添削内容も容易に把握できるという効果があった。しかし、レポートの修正のしやすさについてはシステムの仕様上、画面サイズが小さいことやスクロール速度が遅いことから評価が悪かった。また、添削側は音声認識の精度の問題で認識できないこともあるという欠点があった。

2.3 手書き文字認識をする研究

手書き文字認識に関する例として坂東らの研究[10]がある。坂東らは、文字記入枠のない枠なし手書き認識方式における誤認識の訂正インターフェースと認識結果を表示するインターフェースを提案した。この論文では、各文字の誤認識訂正方法、文字区切り位置の訂正方法、認識結果の表示方法を複数提示し、比較実験を行った。結果として、各文字の誤認識訂正は、訂正候補を手書き文字の上にメニュー表示し選択させる方法が良いこと、文字分割操作は区切りジェスチャー、文字結合操作は小さい文字の場合囲みジェスチャー、大きい文字の場合は接続ジェスチャーが適切であることが示された。

数式に関する例として、Eugene らの研究[11]がある。Eugene らは、手書きの難しい数式を簡約する新しいインターフェース、マスボックスを提案した。複雑な数式から上付き文字や下付き文字、分数などの副次式を判別し、バウンディングボックスを生成した。ユーザ評価として簡単な式においては既存の手法のほうが好まれたが、複雑な式においては本手法が好まれる傾向にあった。また誤判定があったりや特定の式のみに対応となっているので今後あらゆる式に対応させていくと述べた。

2.4 図形問題に関する研究

幾何学証明システムで電子ペンを活用している例として Yingying らの研究[12]がある。Yingying らは効率的に手書きの図と文字を認識し、正確に図の部分と証明ステップを対応させることができるペンベースの幾何学証明システムを提案した。さらに、ユーザが証明の過程を理解できるように動的で知的な視覚ヒントを作り、ストロークではなくストラクチャーベースで証明のスクリプトと図の一部を操作できるようにした。Yingying らが用いた図の認識方法は、まずストロークをサンプリングし、ターニングポイントによってサブストロークに分けた。ターニングポイントとは、ある点 P_i とその両隣(P_{i-1}, P_{i+1})を結ぶ線の間の角度 θ が閾値より小さいときに、ある点 P_i のことを表す。次に、分割

したサブストロークが点・線・円のどれかを判別した後、サブストローク同士を結合させた。これによって、手書きの図を認識した。

物理学における手書き解答に関する例として Salman らの研究[13]がある。Salman らは、描かれた物理の図形を識別しアニメーションする方法を提示した。出題問題からシナリオと必要条件を理解し、この情報と生徒の手書き解答のコンピュータモデルを合わせる手法を使った。また、出題問題の領域を識別するために自然言語処理を用いた。これにより、生徒は自身の解答を使って挙動アニメーションができ、Salman らは生徒の解答をチェックする新しいアルゴリズムを表現した。また、Salman らは、ユニストローク(円・多角形・ポリライン・螺旋・線)とマルチストローク(矢・点線・インターバル・滑車)をヒューリスティックに判別することで図を認識した。

しかし、Yingying らと Salman らの用いた図の認識方法では、今回の目的である分類には適さないと考えた。なぜなら、分類では、同じ問題を解いている他の解答と比べるため、元となる問題図を同一のものとして識別しないと行かない。よって、Yingying らと Salman らは個別に図を認識するための手法であり、今回の目的では別の方法を提案した。

3. 幾何学解答分類に用いるデータ収集法

被験者として早稲田大学生 19名(男性 14名女性 5名)を集め、幾何学の問題 2 問を解いてもらった。実験の内容は、システムの説明→数学解答データ収集→アンケートの記入の三段階で行った。

3.1 実験で用いた問題

この実験で用いた問題を図 1 に示す。また、解答用紙とアンケートの一部を図 2 と図 3 にそれぞれ示す。また、問題 1 のアとイは別々の解答用紙に解答してもらったため、手書きデータは被験者 1 名につき解答用紙を「問題 1 ア」・「問題 1 イ」・「問題 2」の三つ収集した。

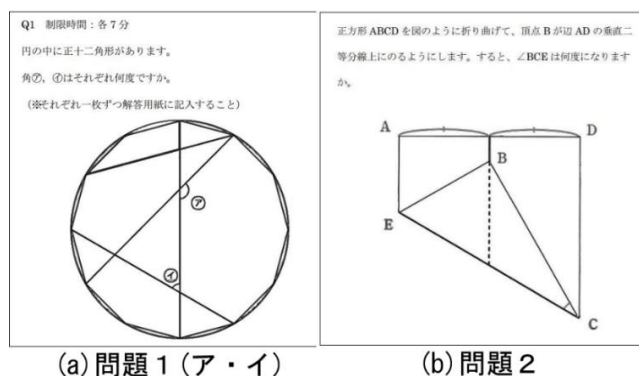


図 1 問題 1・2 ([14],[15]を基にトレース)

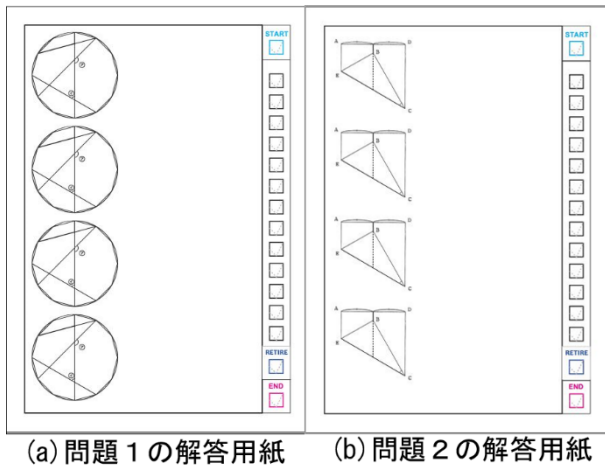


図 2 解答用紙

アンケート

名前 _____

Q1はそれぞれ書き込んだ図の個数だけ回答してください。

Q1について

アについて

図1: どのような解き方をしましたか?

- 円周角の定理
- 三角形の内角の和
- 多角形(三角形以外)の内角の和
- 比
- その他

図2: どのような解き方をしましたか?

- 円周角の定理
- 三角形の内角の和
- 多角形(三角形以外)の内角の和
- 比
- その他

図 3 アンケート

3.2 被害者への説明

実験の前に被験者に以下の点を説明した。

1. 大問として問題 1 と問題 2 がある。問題 1 には小問が 2 つあるので全部で三問解答する
2. 各問に対し解答用紙 1 枚に解答してもらう。全部で三枚となる。
3. 問題用紙と解答用紙は別にある。問題用紙には何も記入せず、全ての解答は解答用紙に記入する。
4. 解答用紙には問題図と同じ図が 4 つ載せてある。
5. 解答用紙にある図は上から描き込んでいき、解答をやり直したいときに下の図に移動する。
6. 式は自由に記入して構わない。答えは見てわかるように記述する。

次に、問題一問ごとの実験の流れを以下に示す。

1. 実験担当者が収集システム、および電子ペンを起動する
2. 被験者が解答開始直前(問題を見る直前)に電子ペンで「START」欄にチェックする
3. 被験者が解答用紙上に問題を解答する(解答用紙以外への筆記は認めない)
4. 解答用紙上の複数の問題図には、補助線のやり直しをする場合のみ順次下に記入する
5. 被験者が解答を完了した場合、「END」欄にチェックする
6. 被験者が解答を諦めた、または制限時間(15分)に達したら「RETIRE」欄にチェックする
7. 実験担当者が収集システム、および電子ペンを終了する

3.3 アンケート

アンケートは、各問題でどのような解き方をしたか被験者に自己評価してもらうためのものである。本実験では、解答用紙の 4 つの図ごと(アンケート上では上から図 1,2,3,4 と表記)にどのような解き方をしたか記入してもらった。したがって、問題 3 つにおいて各 4 図の解答方法を選択してもらうための合計 12 の質問が書かれている。

アンケートで聞いた解答方法の種類の提示を以下に示す。

(a)問題 1 (ア・イ同じ)

- 円周角の定理
- 三角形の内角の話
- 多角形(三角形以外)の内角の和
- 比
- その他(自由記述)

(c)問題 2

- 合同
- 二等辺三角形
- 正三角形
- 相似
- その他(自由記述)

被験者が行うアンケートの流れは以下に示す。

1. 全ての解答が終了後、解答が完了した被験者は各問題へどのような解き方をしたのか選択する
2. 該当するパターンがない場合はその他として扱う
3. 解答が完了しなかった(リタイアした)被験者は、どのような考えで解こうとしたのか選択する。
4. 解答が完了した者もしなかった者も解答で描き込まなかった図は無記入でよい

3.4 手書き解答データの分析

収集データから解答の正誤を表 1 にまとめる。なお、被験者の中に、問題 1 のアとイの 2 つの小問を解答用紙一枚にまとめて解答してしまう者が二名いたため、不適切なデータとした。また、問題 2 では一名の手書きデータについて筆記データの取得が一部しかできていなかったため、不適切なデータとした。以上から、最終的に完答データとは、問題 1 は 14 人分、問題 2 は 13 人分であった。

表 1 実験解答結果

	リタイア	間違い	完答	不適切なデータ	計
Q1 ア	2	1	14	2	19
Q1 イ	1	2	14	2	19
Q2	5	0	13	1	19

3.4.1 図への書き込みについて

収集したデータから、図への描き込みについて分析したところ、図 4 に示されるように 4 種類の描き込みがあることが分かった。

書き込みの種類

- (a)補助線
- (b)角度の記入
- (c)辺上へのマーク(平行・同じ長さ)
- (d)線の長さ・比

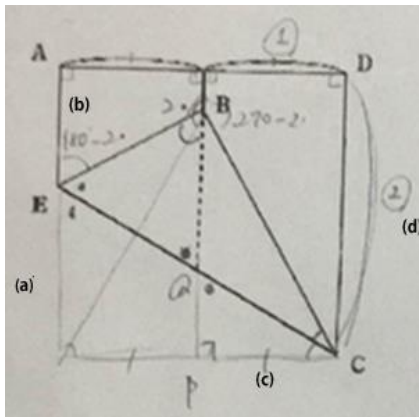


図 4 図への描き込みの種類

次に、問題ごとに解答に使われた図への描き込みの頻度を調べ、まとめたものを図 5 に示す。数えた図は、解答用紙上に印刷された 4 つの図のうち最終的に答えを出すのに用いたひとつの図のみである。この図を最終解答図と定義する。よって、各問題の最終解答図(問題 1 ア, イは計 14 個, 問題 2 は計 13 個)のうち何%に書き込みがあったかを示している。

図 5 から、角度記入はほとんどの図にあることが分かる。次に、補助線の描き込みが多い。問題 2 においては辺上のマークも多いが、問題 1 においてはほとんど見られなかった。よって本研究では、図への描き込み上位二種である「角度記入」と「補助線」のみを特徴量として用いた。

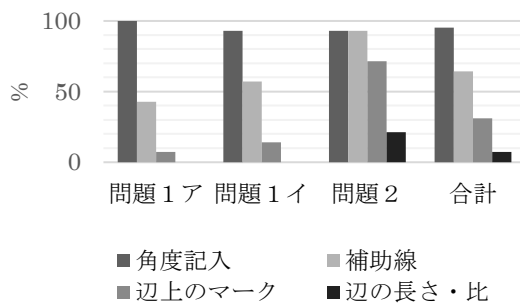


図 5 図への描き込みの頻度

3.4.2 アンケートによる解答データの分類について

被験者のアンケートを基に各問題の完答データを人手で分類したものを表 2,3,4,5,6 に示す。この分類は後に述べる自動分類を行う上での正解セットを作成するために行った。

問題 1 ア

正三角形などの特徴的な図形を用いる解答パターンがなかったため、三角形の内角の和のみで解いたか・多角形(三角形以外)の内角の和で解いたかの 2 パターンに分類した結果を表 2 に示す。

問題 1 イ

正三角形・同位角・二等辺三角形の 3 種の特徴的な図形を用いる解答パターンがあった。しかし、残りの解答は特定の図形を用いずに問題 1 アと同様に三角形と多角形の内角の和を使って解いていたため、これらをまとめた分類と分離した分類の 2 種類を表 3,4 に示す。

問題 2

正三角形・円・二等辺三角形の 3 種の特徴的な図形を用いる解答パターンがあった。正三角形は二種類の解答パターンが存在した。図 6 に示したように、点 3,5,7 からなる大きな正三角形と、点 6,7,8 からなる小さな正三角形の 2 つである。これらは正三角形を用いて解答を行っているが、解答手法としては違うものとして扱った。問題 2 では、解答数が少なかった二等辺三角形をその他に含めた分類と、二等辺三角形を分けた分類の 2 種類を表 5,6 に示す。

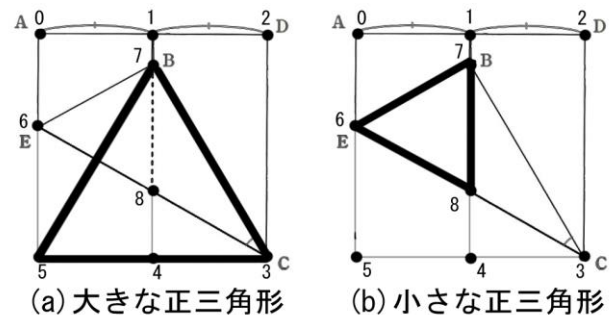


図 6 問題 2 の解答パターン例

表 2 問題 1 ア

解答パターン	三角形の内角の和・補助線なし	三角形の内角の和・補助線あり	多角形の内角の和・補助線なし	多角形の内角の和・補助線あり
解答データ数	1	2	6	5

表 3 問題 1 イ(クラス数 4 の場合)

解答パターン	正三角形	同位角	二等辺三角形	その他
解答データ数	2	1	1	10

表4 問題1イ(クラスタ数5の場合)

解答パターン	正三角形	同位角	二等辺三角形	三角形の内角の和	多角形の内角の和
解答データ数	2	1	1	5	5

表5 問題2(クラスタ数4の場合)

解答パターン	正三角形(大)	正三角形(小)	円	その他
解答データ数	6	2	2	3

表6 問題2(クラスタ数5の場合)

解答パターン	正三角形(大)	正三角形(小)	円	二等辺三角形	その他
解答データ数	6	2	2	2	1

4. 提案手法

提案手法は、幾何学を対象とした解答パターンの分類を目指している。特徴量として用いるのは、3.4.1で述べたとおり「角度記入」と「補助線」の2つである。「補助線」は、「補助線(線)」と「補助線(円)」の2つに細分類できる。なお、前提条件として、「解答用紙上の図の座標」と「出題者が各問題の解答に使われると予想する全ての補助線の引き方」と「各特徴量である角度記入・補助線(線)・補助線(円)の3つの重み順」は既知であるとする。

まず、出題者によって予想できる全ての補助線の引き方の始点・終点と問題図の各点を基準点と定義し、図7のように基準点に番号をつけた。これにより、特徴量の角度記入と補助線の位置を表現した。表現の仕方は、基準点8に角度記入された場合は「基準点8」、基準点1から基準点5に補助線(線)が引かれた場合は「基準点1-5」等である。補助線(円)については、補助線(円)の有無のみで判断できるため、「0or1」で表現した。

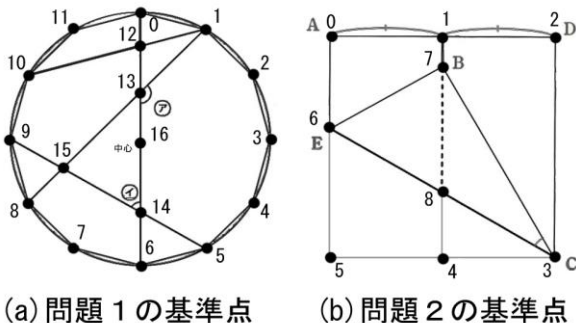


図7 基準点

以下、提案手法で用いる語句の定義を示す。

●基準点

出題者が各問題の解答に使われると予想する全ての補助線の引き方の始点・終点と、問題図の各点。具体的には、図7に示した問題1では17個の点、問題2では9個の点

●最終解答図

解答用紙に載せてある4つの問題図のうち、被験者が実際に解答を導き出した図。

●解答データ

1枚の解答用紙上に描かれた解答の筆跡データ。ひとつの解答データはひとつのストロークリストを保持している。

●ストロークリスト

1枚の解答用紙上に描かれたストローク情報(ペンの座標と時刻)を時系列で並べたリスト

●特徴量

解答用紙上の図への描き込み。以下の三つの情報を含む。

角度記入 「基準点 x」:

基準点 x から半径 150mm 以内のストロークの有無(角度以外のものが置かれていた場合も有とする)

補助線(線) 「基準点 x-y」:

基準点 x から基準点 y まで引かれた補助線(線)の有無

補助線(円) 「0or1」:

補助線(円)の有無(※問題2のみ)

●特徴リスト

提案手法により取得した3種の特徴量を一時的に保存する3つのリストのこと

角度記入リスト: 解答データごとに、全基準点の個数をリスト内の要素数とし、それぞれの基準点内に角度が記入されているかを 0or1 で表現したもの。

問題1例: 0,1,1,0,0,0,1,0,1,0,0,0,1,0,0,0,0

解釈: 基準点 1,2,6,8,12 に角度が記入された。

補助線(線)リスト: 解答データごとに、基準点 x-y に引かれたという情報を並べたもの。補助線の引かれた数の二倍がリスト内の要素数となる。

例: 3,5,1,6

解釈: 基準点 3-5,1-6 の2つの補助線が引かれた。

補助線(円)リスト: 解答データごとに、補助線(円)の有無を 0 と 1 で表現したもの。要素数は 1。

例: 1

解釈: 補助線(円)が描かれた。

●全補助線リスト

問題ごとに、全解答データ上の最終解答図に描かれた補助線を全て記録したリスト。各要素は補助線の始点と終点の基準点を示し、要素数の半分が問題を解くのに引かれた全ての補助線数となる。

リスト内例: 2,4,1,6,7,10,1,5,3,9

解釈: 基準点 2-4,1-6,7-10,1-5,3-9 の5種の補助線が当該問題の最終回答図に出現した。

●新補助線リスト

解答データごとに、全補助線リストの要素数の半分を要素数とし、全補助線リストの補助線がその解答データ内で引かれているかを補助線(線)リストで判断し 0 と 1 で表現したもの。上記の全補助線リストの例を用いると以下のように表記できる。

リスト内例: 0,1,1,0,1

解釈: 当該回答データでは、基準点 1-6,7-10,3-9 に補助線が引かれている。

●全特微量リスト

k-means 法でクラスタリングするために使う特徴量を表したリスト. 全て 0 と 1 で表現されている角度記入リスト・新補助線リスト・補助線(円)リストの 3 つの特徴リストをそれぞれ重み付けしまとめたもの.

また, 角度記入リストの重みを α , 新補助線リストの重みを β , 補助線(円)の補助線リストの重みを γ とおく. 本研究では, 重みの順があらかじめわかっているものとし, $\alpha < \beta < \gamma$ としている.

[全特微量リスト]=[角度記入リスト] $\times \alpha$ +[新補助線リスト] $\times \beta$ +[補助線(円)リスト] $\times \gamma$

リスト内例(問題 2, $\alpha=1, \beta=2, \gamma=3$):

0,0,0,0,0,1,0,1,0,0,2,2,0,0,0,0,0,0,0,3

解釈: 前の 9 要素が基準点ごとの角度記入有無で基準点 6,8 に角度が記入されている. 真ん中の 12 要素が補助線の有無であり, 全補助線パターン 3,4 番目の補助線が引かれている. 最後の 1 要素が補助線(円)の有無であり, 今回は補助線(円)があることが示されている.

●解答パターン

最終解答図上で使われた定理や図形のこと

例: 正三角形・二等辺三角形. 三角形の内角の和

4.1 特微量抽出手法

特徴量を抽出する手法をフローチャートで図 8 に示すと共に詳細を以下に示す.

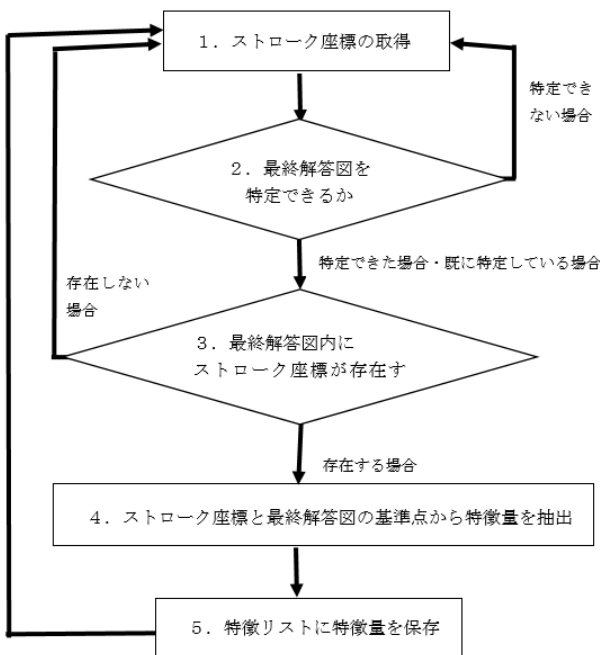


図 8 特徴量抽出のフローチャート

1. ストローク座標の取得

ストロークの始点・終点の座標を取得する. ただし, 各ストロークは, ストロークリストの後ろから順に取得する. これは, 次のステップで特定する最終解答図の判定を効率的に行うためである.

2. 最終解答図を特定できるか

解答用紙上の 4 つの図に対して, どの図中にストロークの始点・終点が入っているかを判断する. すでに最終解答図が特定されている場合は 3 に進む.

問題 1: 問題図が円のため, 各円の中心点から半径以内にストロークの始点・終点が入っているかを判定

問題 2: 問題図が四角形のため, 4 つの図の上下左右の境界線内にストロークの始点・終点が入っているかを判定
入っていない場合, 1 に戻る. 入っていた場合, 該当図を最終解答図とする.

3. 最終解答図内にストローク座標が存在するか

特定された最終解答図の中にストロークの始点・終点が入っているかを判断する.

入っていない場合は 1 へ戻り, 入っている場合 4 へ進む.

4. ストローク座標と最終解答図の基準点からの特徴量抽出

図 9 のように, 各基準点に半径が 150mm の円を作りその範囲内にストロークの始点・終点があるかどうか判断し, 図への書き込み位置を取得する. それぞれの特徴量の特定方法は以下の通りである.

角度の記入: 始点と終点が同じ基準点

補助線(線): 始点と終点異なる基準点

補助線(円): 始点と終点同じ基準点でストロークの長さが閾値以上のとき(問題 2 のみ)

5. 特徴リスト(角度記入リスト・補助線(線)リスト・補助線(円)リスト)に特徴量を保存

既出の特徴量: リストに格納せず 1 に戻る

新出の特徴量: リストに格納し 1 に戻る

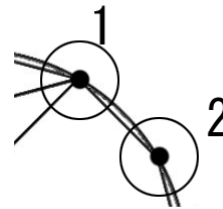


図 9 基準点の小さな円(問題 1 の一部拡大)

図 8 で示した特徴量抽出を行った後, クラスタリングで用いる特徴量を全て 0 と 1 で表現するために, 補助線(線)リストに対して次の処理を行った. まず, 問題ごとに, 解答で用いられた補助線を全て記録させた全補助線リストを作り, そのリスト内のどの補助線が引かれているかを補助線(線)リストから判断し, 新補助線リストとして 0 と 1 のみのデータに変換した.

4.2 自動分類手法

4.1 にて求めた特徴量から全特徴リストを作った. 全特徴リストでは, 角度記入・補助線(線)・補助線(円)にそれぞれ α, β, γ で重み付けをした. 前提条件より, $\alpha < \beta < \gamma$ の順であると分かっているとす.

このとき, α, β, γ で重み付けした全特徴リストから k-means 法を用いてクラスタリングを行った. 本研究では, 分類の初段階としてクラスタ数をあらかじめ固定して試みた. アンケートから作成した正解セットを参考に問題 1 ア

はクラス数 4 で固定し、問題 1 イと問題 2 はクラス数を 4 と 5 の両方行った。

5. 分類結果と評価

全特徴リストでは、角度記入・補助線(線)・補助線(円)にそれぞれ α, β, γ で重み付けをし、分類した結果を表 7~表 11 に示す。本実験では、特徴量の重み付けの差で分類結果の違いを検証するために、重み付けを全くしない場合(すなわち $\alpha = \beta = \gamma = 1$)、差を 1 とした場合(すなわち $\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 3$)、差を 2 にした場合(すなわち $\alpha = 1, \beta = 3, \gamma = 5$)の 3 パターンで分類を行った。

表 7 問題 1 ア(クラス数 4)の各クラスの個数

重み (α, β, γ)	クラス タ 0	クラス タ 1	クラス タ 2	クラス タ 3	計
(1,1,1)	6	3	3	2	14
(1,2,3)	3	9	1	1	14
(1,3,5)	10	1	1	2	14

表 8 問題 1 イ(クラス数 4)の各クラスの個数

重み (α, β, γ)	クラス タ 0	クラス タ 1	クラス タ 2	クラス タ 3	計
(1,1,1)	6	5	1	2	14
(1,2,3)	1	2	10	1	14
(1,3,5)	1	2	10	1	14

表 9 問題 1 イ(クラス数 5)の各クラスの個数

重み (α, β, γ)	クラス タ 0	クラス タ 1	クラス タ 2	クラス タ 3	クラス タ 4	計
(1,1,1)	6	2	1	4	1	14
(1,2,3)	7	2	2	1	2	14
(1,3,5)	1	2	8	1	2	14

表 10 問題 2(クラス数 4)の各クラスの個数

重み (α, β, γ)	クラス タ 0	クラス タ 1	クラス タ 2	クラス タ 3	計
(1,1,1)	5	4	3	1	13
(1,2,3)	3	5	3	2	13
(1,3,5)	2	3	6	2	13

表 11 問題 2(クラス数 5)の各クラスの個数

重み (α, β, γ)	クラス スタ 0	クラス スタ 1	クラス スタ 2	クラス スタ 3	クラス スタ 4	計
(1,1,1)	1	2	5	2	3	13
(1,2,3)	5	3	2	2	1	13
(1,3,5)	2	3	5	2	1	13

表 7~表 11 の結果を F 値で評価したものを図 10 に、重み付けごとの F 値平均を図 11 に示す。また、F 値は以下のように表される。

・クラスタリングの結果 C

$$C = \{ C_1, C_2, \dots, C_k \}$$

・正解となるクラスタリング A

$$A = \{ A_1, A_2, \dots, A_k \}$$

とする、 $i, j (1 < i, j < k)$ は任意の数のとき、

$$\text{再現率 } R_{ij} = \frac{|A_i \cap C_j|}{|A_i|}$$

$$\text{精度 } P_{ij} = \frac{|A_i \cap C_j|}{|C_j|}$$

$$\text{F 値 } F_{ij} = \frac{2 * R_{ij} * P_{ij}}{R_{ij} + P_{ij}}$$

と表され、データ数 N とおくとクラスタリング結果は

$$F = \sum_{i=1}^k \frac{|A_i|}{N} \max_j F_{ij}$$

で表される。

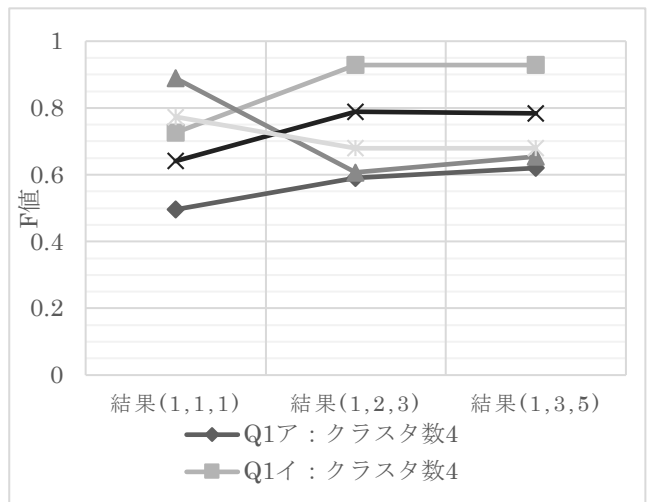


図 10 重み付け(α, β, γ)の結果における F 値

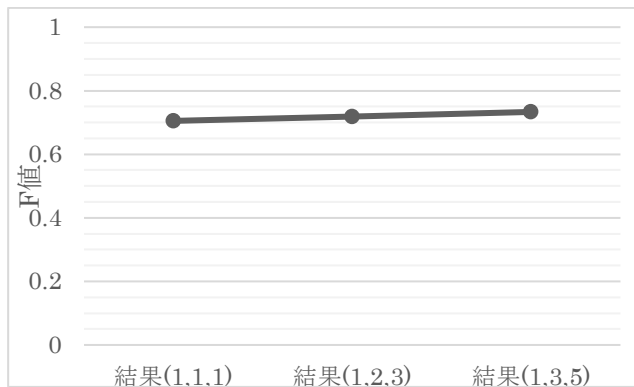


図 11 重み付け(α, β, γ)の結果における F 値平均

図 10 より、問題 1 アは F 値が 0.6 以上、問題 1 イは 0.9 以上、問題 2 は 0.7 以上で分類することができた。これは、問題 1 イと問題 2 は特徴的な図形が補助線に現れていたために、分類の結果が良かったと考えられる。一方で、問題 1 アは特定の解答パターンが存在しないため分類結果が悪くなったと考えられる。

また、重み付けによって F 値に変化があった。クラス数 4 の場合は重み付けをしたほうが F 値は上がった。これは、角度記入より補助線(線・円)のほうが解答パターンに結びつく特徴があるためであると考えられる。一方で、クラス数 5 の場合は、解答パターンに関係ない特徴で分類されることがあったため、F 値が下がった。しかし、図 11 より F 値の平均は重み付けで変化はほぼ見られなく、0.7 以上の結果を得ることができた。

また、特徴量を抽出するときに、補助線を途中で繋げて描いている場合や、基準点の近くに角度以外の記入がされている場合は正しく認識されていないため、特徴量が誤認識が存在すると思われる。さらに、3.4.1 項で述べた図への書き込みの種類の頻度では、問題 2 における「辺上のマーク」が高かったため、特徴量に「辺上のマーク」を入れることで問題 2 ではさらに F 値を高められる可能性がある。

6. おわりに

本稿では、角度を求める幾何学図形問題において、図への描き込みの中から「角度の記入」と「補助線」の 2 つを特徴量として k-means 法を用いることで、解答パターンごとに分類した。結果として F 値の平均が 0.7 以上で分類することができた。これにより角度を求める図形問題において手書き解答データを分類するという目的は達成できた。

今後の課題としては、まず、今回の図形問題において特徴量抽出の検出率と精度を上げることと、k-means 法による分類での重み付けとクラス数の最適化が考えられる。一方で、解答パターンが複数ある問題を解答パターンごとに分類するという本来の目的のために、他の問題への適用も行っていきたい。また、教師が実際に使えるようなシステムの開発も行っていく。

近年、オンライン上で教育を行う機会が増えてきており、無料講義が受けられる MOOC(massive open online course)として代表的な edX[16]や Coursera[17]、日本では JMOOC[18]などがある。このように教育現場が情報化したことで、本稿で提案した「解法の自動分類」の応用先が大きく広がってきている。オンライン手書きデータを分析することがで

きるようになれば、教育者の負担を減らすことが可能となり、さらなる教育の発展が期待できる

謝辞

研究を通じて活発な議論にお付き合い頂いた IUI 班のメンバー各位に深く感謝いたします。

参考文献

- [1] 文部科学省, “http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chousa/shotou/122/”, (2016/6/26)
- [2] 文部科学省, “http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/newcs/youryou/chu/su.htm”, (2016/6/26)
- [3] 文部科学省, “学びのイノベーション事業 実証研究報告書”, p.2, p5.
- [4] COMBINE, <http://www.combine.co.jp/products/divisionmarker.html>, (2015/11/10 アクセス).
- [5] 佑人社, <http://www.yu-jin.co.jp/system/youmark.html>, (2015/11/10 アクセス).
- [6] 今井 順一, 山本 大輔, 小松川 浩, “デジタルペンを活用したリメディア教育での授業デザイン”, *Journal of Multimedia Aided Education Research*, Vol. 5, No. 1, pp.57-66, 2008.
- [7] Andrew Cross, Mydhili Bayyapuredi, Ezdward Cutrell, Anant Handwriting and Typeface in Online Educational Videos”, *Proc. of the SIGCHI Conf. on Human Factors in Computing Systems*, pp.793-796, 2013.
- [8] 三浦元喜, 杉原 太郎, 國藤 進, “一般教室での日常的利用を考慮した デジタルペン授業システムの改良”, *日本教育工学会論文誌*, Vol.34, No.3, pp.279-287, 2011.
- [9] 坂東 宏和, 大即 洋子, 澤田 伸一, “手書きとテキストによるレポート添削ツール”, *コンピュータと教育*, Vol.96, pp.9-16, 2002.
- [10] 坂東 宏和, 福島 貴弘, 加藤 直樹, 中川 正樹, “枠なし手書き文字列認識におけるご認識訂正インターフェース”, *情報処理学会論文誌*, Vol.43, No.6, pp.1996-2005(2002).
- [11] Eugene M. Taranta and Joseph J. La Viola Jr., “Math Boxes: A Pen-Based User Interface for Writing Difficult Mathematical Expressions”, *Proc. of the 20th International Conf. on Intelligent User Interfaces*, March 29-April 1, 2015.
- [12] Jiang, Y., Tian, F., Wang, H., Zhang, X., Wang, X., and Dai, G., “Intelligent understanding of handwritten geometry theorem proving.” *Proc. of the 15th international conf. on intelligent user interfaces*, pp.119-128, 2010.
- [13] Cheema, Salman. “Pen-based Methods for Recognition and Animation of Handwritten Physics Solutions”, *Diss. University of Central Florida Orlando, Florida*, 2014.
- [14] 中村義作(2003)『パズルでひらめく 補助線の幾何学』, p.71, 講談社.
- [15] 「女子学院中学校の 2015 年度入試問題・解答速報」, <http://www.inter-edu.com/nyushi/2015/jyoshigakuin/>, (2015/11/20 アクセス).
- [16] edX, <https://www.edx.org/>, (2015/11/10 アクセス).
- [17] Coursera, <https://www.coursera.org/>, (2015/11/10 アクセス).
- [18] JMOOC, <http://www.jmooc.jp/>, (2015/11/10 アクセス).