

## 対数感度と改良型 Memory を用いた MAX-MIN Ant System MAX-MIN Ant System with Improved Memory using Weber-Fechner Law

磯崎 敬志<sup>†</sup>  
Takashi Isozaki

穴田 一<sup>†</sup>  
Hajime Anada

### 1. はじめに

本研究では、対数感度と改良型 Memory を用いた MAX-MIN Ant System という新たなアントコロニー最適化技法 (ACO) の提案を行い、それを巡回セールスマン問題 (TSP) に適用し、その有効性を検証した。

TSP とは、複数の都市が与えられたとき、全ての都市を 1 度ずつ訪問し、最初の都市へ戻ってくる際の最短経路を求める組み合わせ最適化問題である。都市数が  $N$  である TSP の巡回路の総数は  $(N-1)!/2$  通りで、都市数の増加に伴い組み合わせの数が爆発的に増えてしまうため、このような問題を効率的に解く方法が精力的に研究されている。ACO はアリの採餌行動をモデル化したヒューリスティクスで、MAX-MIN Ant System (MMAS)[1] や Ant Colony Optimization with Memory (ACO with Memory)[2] などの手法が存在する。本研究では MMAS の収束速度と解の精度の両方を向上させることを目的とし、ACO with Memory で用いられた Memory の改良型導入と、フェロモン情報およびヒューリスティック情報にウェーバー・フェヒナーの法則を用いて都市選択を行うアルゴリズムを構築した。

評価実験では、提案手法の有効性を調べるため、TSPLIB に掲載されているベンチマーク問題を用いて従来手法との比較を行った。その結果、MMAS の欠点であった収束の遅さの改善とともに、厳密解到達率の大幅な向上を確認した。

### 2. 提案手法

提案手法は以下の 2.1~2.5 で成り立っている。2.1 で初期化を行い、2.2~2.5 を 1 ステップとして、それを繰り返すことで解の探索を行う。

#### 2.1 Memory およびフェロモン量の初期化

既存研究の Memory は 1 ステップ前の Iteration Best を記憶していたが、探索序盤には Memory に参照価値の高い解が入っていない可能性が高かった。そこで提案手法では、Nearest Neighbor (NN) 法によって求めた解を探索開始時に Memory に記憶させることで、序盤から探索が効率的に行えるようにする。

また、全ての経路のフェロモン量を後述する(2)式の  $L_{gb}$  に NN 法で求めた解の長さを代入した値で初期化する。

#### 2.2 経路の探索

初めに全てのアリのランダムに都市に配置し、訪問する都市を確率的に決定していくことで経路の探索を行う。また、人間の知覚量が実際の刺激量に対して対数比例すること (ウェーバー・フェヒナーの法則) に着目し、それをアリ

に対しても適用する。アリが  $t$  ステップ目に都市  $i$  から都市  $j$  へ移動する確率  $p_{ij}(t)$  を次式で定義する。

$$p_{ij}(t) = \begin{cases} \frac{[\tau'_{ij}(t)]^\alpha [\eta'_{ij}]^\beta}{\sum_{l \in N'} [\tau'_{il}(t)]^\alpha [\eta'_{il}]^\beta} & \text{if } j \in N' \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

$$\tau'_{ij}(t) = \log \left( k \cdot \frac{\tau_{ij}(t)}{\tau_{\max}} + 1 \right)$$

$$\eta'_{ij} = \left[ \log \left( k \cdot \frac{d_{ij}}{d_{\max}} + 1 \right) \right]^{-1}$$

ここで、 $\tau_{ij}(t)$  は都市  $ij$  間の  $t$  ステップ目におけるフェロモン量、 $d_{ij}$  は都市  $i$  から都市  $j$  への距離、 $N'$  は未訪問都市の集合で、 $\alpha$ 、 $\beta$  はそれぞれフェロモン情報の重みと距離情報の重み、 $k$  は各情報の値域を制御するパラメータである。各情報をその最大値で割りスケールングすることで、問題に依らず値域が  $[0, \log(k+1)]$  となるようにしている。

また、全てのアリは、都市を選択する度に Global Best を記憶した改良型 Memory[3]を参照する。アリが選択した  $k$  番目の都市と Memory 上の  $k$  番目の都市が異なっていた場合、Memory 上でその 2 都市間 (比較した 2 都市を含む) の訪問順を逆転させる。例えば、都市数 7 の TSP において、Memory の解が  $(1 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 2)$  でその長さが 28 であったとする。アリは 1 都市目をランダムに選択するので、ここでは都市 1 が選ばれたとする。その後、(1)式に従って 2 都市目以降の都市を決定していく。2 番目に訪問する都市が都市 5 であったとすると、アリの解は  $(1 \rightarrow 5)$  であるが、Memory の解は  $(1 \rightarrow 3)$  であるので、Memory 上の都市 3 と都市 5 の間の訪問順を逆転させ  $(1 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 2)$  とする。

これにより、対象の 2 都市のみを入れ替えていた従来手法よりも Memory 上の訪問順が維持され、より Memory の解に近い経路を得ることができる。

その後、入れ替えによって巡回路長が長くなれば再び次の都市を選択し探索を続ける。短くなればそこで探索を打ち切り、そしてその Memory 上の解をそのアリの解とする。

全てのアリについて、各々の Memory でこの作業を繰り返し行う。

#### 2.3 解の評価と Memory の更新

全てのアリが探索を終えたら解の評価を行う。Iteration Best の解の長さが今までの Global Best の解の長さよりも短ければ Global Best を Iteration Best で更新する。

また、既存研究では Iteration Best で Memory を更新していたが、本研究では予備実験で良い結果を示したため、Global Best で Memory を更新する。ただし、Global Best

<sup>†</sup> 東京都市大学, Tokyo City University

の解の長さが NN 法で求めた解の長さよりも長い場合、Memory の更新は行わず NN 法で求めた解のままとする。

## 2.4 フェロモン上下限値の更新

従来の MMAS と同様に、フェロモン量が特定の経路に集中し過ぎたり、フェロモン量が 0 になってしまう経路ができることを防ぐため、フェロモン量の上限值  $\tau_{\max}$  と下限値  $\tau_{\min}$  を設定し、次式で更新する。

$$\tau_{\max} = \frac{1}{1-\rho} \cdot \frac{1}{L_{gb}} \quad (2)$$

$$\tau_{\min} = \frac{1 - \sqrt[N]{0.05}}{(N/2-1)\sqrt[N]{0.05}} \tau_{\max} \quad (3)$$

ここで、 $L_{gb}$  は Global Best の解の長さ、 $\rho$  はフェロモン残存率、 $N$  は TSP の都市数である。

## 2.5 フェロモン量の更新

最後に、MMAS と同様に  $t$  ステップ目の都市  $ij$  間の経路のフェロモン量  $\tau_{ij}(t)$  を以下の式に従って更新する。

$$\tau_{ij}(t+1) = \left[ \rho \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij} \right]_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \quad (4)$$

$$\Delta \tau_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{L_{ib}} & \text{if } (i, j) \in \text{IterationBest} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$[x]_b^a = \begin{cases} a & \text{if } x > a \\ b & \text{if } x < b \\ x & \text{otherwise} \end{cases}$$

ここで、 $L_{ib}$  は Iteration Best の解の長さである。また、更新後のフェロモン量の上下限値を(2)式および(3)式を用いて制限している。

## 3. 評価実験

提案手法の有効性を確認するため、TSPLIB に掲載されている TSP のベンチマーク問題を用いて既存の MMAS と比較を行った。使用した問題は kroA100(都市数  $N=100$ 、厳密解 21282)で、MMAS のパラメータは最も良いとされている  $\alpha=1$ 、 $\beta=2$ 、 $\rho=0.98$ 、アリの数=100 で固定とした。提案手法では  $\beta$  および  $k$  の値を  $[1, 5]$  の範囲で 1 刻みに変化させ、その他のパラメータは MMAS と同様の値で固定し実験を行った。評価項目は各手法を 200 回ずつ試行した際に厳密解に到達した割合を表す厳密解到達率、到達するまでに反復したステップ数を表す平均到達ステップ数、解の長さの平均値および標準偏差、厳密解からの乖離率を表すエラー率とした。

既存の MMAS と提案手法の 1000 ステップ目における探索性能の違いを表 1 に示す。表中の提案手法で用いたパラメータは改良型 Memory のみを導入したものは MMAS と同値、対数感度を導入したものは  $\beta=3$ 、 $k=5$  である。提案手法は既存手法と比べ、解の平均値や標準偏差、エラー率が著しく改善していることがわかる。また、厳密解到達率も大きく向上しており、近似解だけでなく厳密解を見つけ

ることができているといえる。さらに、平均ステップ数も 3 分の 1 以下にまで抑えられていることから、従来よりも高速に探索が行えていることが確認できる。

精度の向上については改良型 Memory によって新たな経路を上手く利用できたこと、および対数感度を用いることによる解の多様性の維持が大きく寄与していると考えられる。また、速度の向上については Memory の NN 法による初期化が大きく寄与しており、探索序盤から参照価値の高い Memory を使用できたことが要因になっていると考えられる。

表 1 KroA100 を用いた性能比較

	MMAS	+改良型Memory	+対数感度 +改良型Memory
厳密解到達回率	7.5%	87.0%	94.5%
平均到達ステップ	823.73	211.45	238.35
解の平均値	21390.54	21286.47	21282.69
解の標準偏差	72.78	15.05	3.92
エラー率	0.510%	0.021%	0.003%

## 4. おわりに

本研究では MMAS に Memory を導入し、その Memory の NN 法による初期化、スワップ方法の改良および Global Best での更新を行うようにした。また、人間の知覚量が実際の刺激量に対して対数比例することに着目し、それをアリの適用しアルゴリズム構築を行った。そして評価実験によって従来手法よりも高速かつ高精度な探索を行えることを確認した。

今後の課題として、パラメータの設定方法の確立が挙げられる。提案手法では設定するパラメータの数が既存手法よりも 1 つ多くなったため、従来手法で性能の良かったパラメータ  $\alpha$ 、 $\rho$  を固定し、他のパラメータのみを動かして予備実験を行ったが、既存のパラメータが及ぼす影響についても深く考察し、容易にパラメータを設定できるような方法を確立する必要がある。

また、より多くの TSP のベンチマーク問題や現実問題に即した条件の下で提案手法の有効性を確認することが挙げられる。これまで既存手法では良い結果が得られなかった複雑な問題でも、提案手法では高速かつ高精度な探索が期待できる。

## 参考文献

- [1] Thomas Stützle, Holger H. Hoos, "MAX-MIN Ant System", Future Generation Computer Systems, Volume 16 Issue 9, pp. 889-914 (2000).
- [2] Rong-Long WANG, Li-Qing ZHAO, Xiao-Fan ZHOU, "Ant Colony Optimization with Memory and Its Application to Traveling Salesman Problem", IEICE TRANSACTIONS ON FUNDAMENTALS, Volume E95-A No.3, pp. 639-645 (2012).
- [3] 磯崎敬志, 穴田一, "改良型 Memory を用いた MAX-MIN Ant System", 情報処理学会研究報告, Volume 2015-MPS-106 No.5 pp.1-5 (2015).