A-017

組合せ最適化問題に対する新たなアルゴリズム Referential Evolution
A New Algorithm for Combinatorial Optimization Problem

佐藤 豊浩† 穴田 一‡
Toyohiro Sato Hajime Anada

1. 研究背景

代表的な組合せ最適化問題である Traveling Salesman Problem(TSP)は，配送計画やスケジューリングなどの現実問題に直結しているため重要性が高い問題とされている．この問題は規模が増大すると，解候補数が爆発的に増加するため，現実的時間内に総当たりで厳密解を求めることが困難になる．そのため近似解を精度良く高速に求める研究がされている．そのひとつに進化的アルゴリズムという考え方があり，既存手法である Genetic Algorithm(GA)や Differential Evolution(DE)は最適化問題に対して優れた探索能力を持つが，TSP に対して探索能力を発揮するためには様々な工夫を必要とする[1].

本研究では進化的アルゴリズムの考え方を用いて，GA や DE が持つ探索能力を収束性や多様化の観点から取り入れた，TSP の解を探索する新たなアルゴリズムを提案する．そして TSPLIB に掲載されているベンチマーク問題を用いて既存手法と比較することで有効性を確認した.

2. 参照進化(Referential Evolution)

2.1 参照進化の概要

本研究では進化的アルゴリズムの考え方を用いて TSP の解空間を探索する新たなアルゴリズムとして参照進化(Referential Evolution(RE))を提案する.

提案アルゴリズムでは，初めに問題の解候補を表現した構造を持つ個体を複数用意することで，探索集団の形成を行う．続いて探索集団内の全ての個体の評価を行う．評価は問題に適した評価関数により行われる．次にアルゴリズムの終了判定を行い，終了条件を満たすときは探索集団内で評価が最良である個体の構造を解として出力して，アルゴリズムを終了する．そうでなければ探索集団内から個体(進化個体)を選択して進化を行う．進化とは，個体の構造を更新することであり，これにより解空間の探索が行われる．この進化では，進化個体が他個体を参照してその構造を確率的に取り入れる．参照する個体には相違個体と突然変異個体の二種類があり，相違個体とは，探索集団の中で進化個体と構造の重複が最も少ない個体である．突然変異個体とは，探索集団内からランダムに選択した個体(ランダム個体)と進化個体の構造を利用して生成される新たな個体である．またこの進化は降下特性を有しており，個体の評価が悪くなる場合は構造を更新しない.

2.2 参照進化のアルゴリズム

以下に提案アルゴリズムの手順を示す.

† 東京都市大学大学院 工学科
‡ 東京都市大学 知識工学部

[1] 探索集団の形成

初期の探索集団として，TSP の条件を満たすランダムな巡回経路を構造に持つ個体X^cをm個生成する．個体X^cを構成する要素X_{ij}^cは，個体X^cが都市iと都市j間の経路ijを巡回経路に含む場合に値を 1，含まない場合に値を 0 とする．ここで，cは個体番号$(c=1,\dots,m)$，mは個体数，iとjは都市番号$(i=1,\dots,n)$ $(j=1,\dots,n)$，nは問題の都市数である.

[2] 評価

以下の評価関数$f(X^c)$により，探索集団内の全ての個体を評価する．評価関数の値は個体の構造が表現する巡回経路の総距離であり，値が低いほど優秀な個体となる.

$$f(X^c)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left\{d_{ij}*X_{ij}^c\right\} \tag{1}$$

ここで，d_{ij}は都市iと都市j間の経路ijの距離である.

[3] 終了判定

繰り返し回数tが最大進化回数t_{max}になったとき，探索集団内で評価関数の値が最小である個体の構造を解として出力してアルゴリズムを終了する.

[4] 進化

[4.1] 進化個体X^{evo}の選択

探索集団内からランダムに個体を選択し進化個体X^{evo}とする.

[4.2] 相違個体X^{dif}の選択

探索集団の中でX^{evo}と構造の重複が最も少ない個体を選択し相違個体X^{dif}とする．探索集団内の各個体X^cとX^{evo}の重複数dup^cは以下の式により表される.

$$dup^c=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left\{X_{ij}^c*X_{ij}^{evo}\right\} \tag{2}$$

[4.3] 突然変異個体Mの生成

初めに探索集団内からランダムに個体を選択しランダム個体X^{ran}とする．次にX^{evo}とX^{ran}の構造を利用して一部の経路に報酬を与える．そのために，まずはX^{evo}とX^{ran}が持つ都市kを通る要素$X_{ak}^{evo},X_{kb}^{evo}$と$X_{ck}^{ran},X_{kd}^{ran}$について考える．ここで$a,b$は$X^{evo}$において都市$k$の前後に訪問した都市，$c,d$は$X^{ran}$において都市$k$の前後に訪問した都市である．そして各要素を始点が都市kの座標，終点がもう片方の都市の座標とする方向ベクトルとして扱い，以下の式のように合成ベクトル$\overrightarrow{Ve_k}$を四つ生成する.

$$\begin{aligned}\vec{V}e_{k1}&=F*\vec{X}_{ka}^{evo}+(1-F)*\vec{X}_{kc}^{ran}\\ \vec{V}e_{k2}&=F*\vec{X}_{ka}^{evo}+(1-F)*\vec{X}_{kd}^{ran}\\ \vec{V}e_{k3}&=F*\vec{X}_{kb}^{evo}+(1-F)*\vec{X}_{kc}^{ran}\\ \vec{V}e_{k4}&=F*\vec{X}_{kb}^{evo}+(1-F)*\vec{X}_{kd}^{ran}\end{aligned} \tag{3}$$

ここで，FはX^{evo}とX^{ran}から$\overrightarrow{Ve_k}$を生成する際のX^{evo}の比率を表すパラメータであり，[0,1]の範囲で設定する．生成さ

Copyright © 2016 by
The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers and
Information Processing Society of Japan All rights reserved.

れた$\overrightarrow{Ve_k}$は二つの個体が持つ都市kを通る要素の間の方向を表す．これにより二つの個体と似た要素を突然変異個体に持たせようとする．また確率reで$\overrightarrow{Ve_k}$の生成方法を以下の式のように変更する．

$$\begin{aligned}\vec{V}e_{k1} &= -F*\vec{X}_{ka}^{evo} - (1-F)*\vec{X}_{kc}^{ran} \\ \vec{V}e_{k2} &= -F*\vec{X}_{ka}^{evo} - (1-F)*\vec{X}_{kd}^{ran} \\ \vec{V}e_{k3} &= -F*\vec{X}_{kb}^{evo} - (1-F)*\vec{X}_{kc}^{ran} \\ \vec{V}e_{k4} &= -F*\vec{X}_{kb}^{evo} - (1-F)*\vec{X}_{kd}^{ran}\end{aligned} \quad (rand \le re) \tag{4}$$

ここで，$rand$は[0,1]の範囲の一様乱数である．確率reで生成された$\overrightarrow{Ve_k}$は二つの個体が持つ都市kを通る要素と反対の方向を表す．これにより二つの個体と異なる要素を突然変異個体に持たせようとする．続いて$\overrightarrow{Ve_k}$の終点に最も近い都市をlとした場合，V_{kl}の値を 1 増加させることで経路に報酬を与える．ここで，V_{kl}は経路klに与えられた報酬量である．これを各$\overrightarrow{Ve_k}$から行う．さらに全都市について同様に合成ベクトルを生成し経路に報酬を与える．

そしてランダムに選択した都市から各経路の重みを用いたルーレット選択により突然変異個体Mを生成する．現在いる都市をi，次に訪問する都市をj，前に訪問した都市をhとして，ルーレット選択における経路ijの選択確率p_{ij}と重みw_{ij}を以下の式で表す．

$$p_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sum_{h=1}^{n} w_{ih}} \tag{5}$$
$$w_{ij} = \left(1 + \gamma V_{ij}\right) * \frac{\theta_{hij}}{{d_{ij}}^2}$$

ここで，γはV_{ij}を調整し重みを決定するパラメータ，θ_{hij}は経路hiと経路ijの成す角度である．したがって選択確率は都市間距離が短く，経路の成す角度が大きいほど高くなる．加えてX^{evo}とX^{ran}の構造を利用した報酬により，二つの個体と似た経路の選択確率も高くなる．こうして新たに生成された突然変異個体は，全ての経路からルーレット選択により確率的に経路を選択したため，探索集団内に存在しない要素を持つ可能性がある．

[4.4] 参照交叉

初めにX^{evo}とX^{dif}とMの構造を合わせて経路の集合Gを以下の式により生成する．

$$G_{ij} = X_{ij}^{evo} + \alpha X_{ij}^{dif} + \beta M_{ij} \tag{6}$$

ここで，αとβはX^{evo}に対するX^{dif}とMの影響度を表すパラメータである．経路の集合Gは個体の持つ構造が重複しているほど値が大きくなる．

次に経路の集合Gによる重みを用いて新たな個体X^{new}を生成する．現在の都市をi，TSP の条件を満たす都市をjとして，経路ijの選択確率P_{ij}と重みW_{ij}を以下の式で表す．ただし[4.3]のルーレット選択と異なり，現在の都市は毎回ランダムに選択する．

$$P_{ij} = \frac{W_{ij}}{\sum_{h=1}^{n} W_{ih}} \tag{7}$$
$$W_{ij} = \frac{G_{ij}}{{d_{ij}}^2}$$

新たな個体X^{new}を生成するとき，X^{dif}の構造が広範囲の探索，Mの構造が探索集団の多様化の役割を果たす．またX^{new}の生成途中に選択可能な経路が存在しない場合，一時的に TSP の条件を満たす全ての経路に以下の式で重みを与え，経路の集合Gが含まない経路も選択可能とする．

$$W_{ij} = \frac{1}{{d_{ij}}^2} \tag{8}$$

[4.5] 更新

式(1)を用いた比較を行い，$f(X^{new}) < f(X^{evo})$ならばX^{evo}の構造をX^{new}で更新する．

[5]　繰り返し

$t \leftarrow t + 1$として[2]評価へ戻る．

3. 評価実験

提案アルゴリズム(RE)を枝交換交叉[2]と 2-opt 法を用いた GA(GA-EXX)と比較し性能を確認した．問題は TSPLIB に掲載されている 51 都市問題(eil51)，76 都市問題(eil76)，100 都市問題(kroA100)，150 都市問題(kroA150)を用い，RE のパラメータは，予備実験によりmは問題の都市数の二倍，t_{max}は問題ごとに 25000，50000，100000，500000，Fは 0.3，reは 0.5，γは 1.0，αは 0.25，βは 0.5 と設定した．RE と GA-EXX によりベンチマーク問題を 50 試行した結果を表 1 に示す．厳密解到達率，平均値，標準偏差を調べた結果，全ての問題において RE は GA-EXX より解の精度が優れていることが確認できた．また GA-EXX が厳密解に到達できない規模の問題に対しても高い厳密解到達率を示している．

表 1：ベンチマーク問題の結果

問題		RE	GA-EXX
eil51	厳密解到達率	1.00	0.30
optimum	平均値	426.0	428.9
426	標準偏差	0.00	3.00
eil76	厳密解到達率	1.00	0.16
optimum	平均値	538.0	544.1
538	標準偏差	0.00	4.99
kroA100	厳密解到達率	1.00	0.00
optimum	平均値	21282.0	21351.3
21282	標準偏差	0.00	37.01
kroA150	厳密解到達率	0.96	0.00
optimum	平均値	26526.2	29098.0
26524	標準偏差	10.89	426.34

4. 今後の課題

本研究では提案アルゴリズムの有効性を解の精度より確認することができた．今後の課題として，さらに大規模な問題に対する精度の確認，計算時間についての検証などが挙げられる．また，提案アルゴリズムの探索の要である突然変異個体の生成方法やパラメータの調整方法を検討することにより探索性能の向上を目指す．

参考文献

[1] 山村 雅幸, 小野 貴久, 小林 重信, “形質遺伝を重視した遺伝的アルゴリズムに基づく巡回セールスマン問題の解法”, 人工知能学会誌, Vol.7, No.6 (1992).

[2] 前川 景示, 玉置 久, 喜多 一, 西川 禕一, “遺伝アルゴリズムによる巡回セールスマン問題の一解法”, 計測自動制御学会論文集, Vol.31, No.5 (1995).

Copyright © 2016 by
The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers and
Information Processing Society of Japan All rights reserved.