

ファジィ符号について On Fuzzy Coding

大橋 由侑 荒木 智行
Yu Ohashi Tomoyuki Araki

1. まえがき

デジタル通信の理論はシャノンによって提案されデジタル情報通信の恩恵を我々我々は受けている。しかしながらデジタル情報処理だけでは表せないデータがある。それは実数濃度を持つデータである。そのようなデータとしてファジィ集合におけるメンバーシップ値 $[0,1]$ がある。

ファジィ情報処理は、人間などの主観を上手に利用し、機械制御などに多くの応用がなされてきた。その中でファジィ論理は、その数学的なバックグラウンドとして、あいまいなものを数学的なモデルによって明確に取り扱い、ファジィ理論の基礎として重要な役割を果たしてきた。そのとき、ファジィ集合は $[0,1]$ 上の実数上の演算として見なされる場合が大部分であった。しかしながら、「あいまいさ」扱ってきた人間は $[0,1]$ 上の演算を正確に行っているだろうか。例えば「少しこの部屋は暑いから、もう少し温度を下げてくださいか」とAさんがBさんに頼んだとき、BさんはAさんの言葉を「ラベル」として受け取り、その $[0,1]$ 上の意味はBさんが本来持っている値を使っているのではないかと、我々は解釈するのが妥当と考えられる。

本報告では、

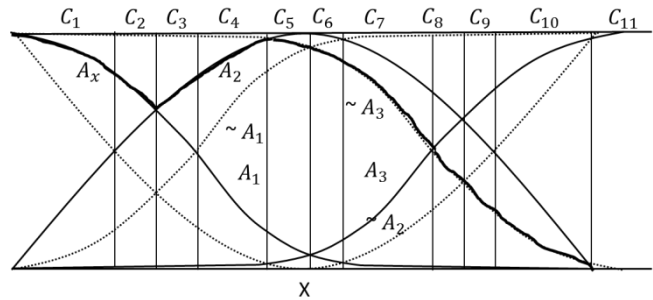
- (1) ファジィ集合の名前としての「リテラル」
- (2) ファジィ集合の意味としてのメンバーシップ関数を分離して考える。AさんからBさんへは、Aさんが意味を考えながら合成した「リテラル」と論理演算の列をファジィ論理文としてAさんのメンバーシップ関数を用いて合成し、合成したラベルであるファジィ論理文のみをBさんに送信することを考察する。

送信されるファジィ論理文は、ファジィ論理関数として考察すると不完全指定されたファジィ論理関数を成している。符合ある以上、情報源符号化が成されることが望ましい。情報源符号化の手法として不完全指定されたファジィ論理関数の単純化の手法を用いることができることも示す。

2. 諸準備

ファジィ理論で用いられているファジィは、通常“あいまい”と訳されているもので、物事の境界は連続的であって、明確にイエス、ノーでは分離できないという、ある意味でのあいまいなことを意味している。

実社会での現象やわれわれの認識のほとんどのものはファジィであり、人間の日常の論理はファジィそのものである。このように、ファジィが意味するようなあいまいさの存在をはじめから認めた論理学を「ファジィ論理」と呼んでいる。



3. ファジィ論理文

3.1 ファジィ論理文の定義

X を対象領域とし、 A_1, \dots, A_n を X 上のファジィ集合として、これらを基本単位と呼ぶ。これは、有限個であり、この時のファジィ論理文は次のように定義される。[3] 定義

- (1) A_1, \dots, A_n はファジィ論理文である。
- (2) f_1, f_2 がファジィ論理文ならば、 $(f_1 + f_2)$, および $(f_1 \cdot f_2)$ もファジィ論理文である。
- (3) f がファジィ論理文ならば、 $(\sim f)$ もファジィ論理文である。
- (4) (1), (2), (3)で与えられるものだけがファジィ論理文である。

3.2 必要十分条件

X 上にあるファジィ集合 A が、ファジィ論理文で表現できるための必要十分条件はすでに求められている。

[定理1]

ファジィ論理文 A は次の条件をみたすとき、およびそのときに限り、ファジィ論理文で表現できる。

- (1) ファジィ集合 A の値は、各セル空間で、 $A_i, \sim A_i$, または、 $0, 1$ のいずれかに等しい。
- (2) A の値は、各セル空間の境界において一価である。

セル空間とは、基本単語からなる、 $A_1, \dots, A_n, \sim A_1, \dots, \sim A_n, 0, 1$ が、大きさのある順番を保持している $[0, 1]^n$ 上の部分集合

$$0 \leq A'_{i1} \leq \dots \leq A'_{in} \leq 1/2 \leq \sim A'_{in} \leq \dots \leq \sim A'_{i1} \leq 1 \quad (1)$$

のことであり、(1)の条件日えは最大 $2^n \times n!$ 個存在する。

図1はファジィ集合 A がそれぞれ交わる値でセル空間を区切り表したものである。図1では、セル空間は11個ある。(1)式に示したが、式のうち右半分、つまり $1/2$ から1の間にあるリテラル(基本単語、またはその否定)だけを示し表現を単純化した。これは、(1)式で表されて

いるように、1 / 2 より左側は右側を反対にしているだけであるので、リテラルの関係は右側半分だけで表すことができる。

4. ファジィ符号

ファジィ符号は、複数のリテラルを NOT, AND, OR で連結したファジィ論理文で表現されるものである。加法形式のファジィ論理文は、各セルで選ばれるリテラルの上側のリテラルを AND でセル毎に結合したものをすべて OR したもので表現する。同様に乗法形式のファジィ論理文は、各セルで選ばれるリテラルの下側のリテラルのリテラルを OR し、セル毎に結合したものを AND したもので表現する。

5. 情報源符号化

ファジィ論理文のデータ量を減らすには、送信したいファジィ論理文を最簡形式で表現することで達成できる。

6. むすび

ファジィ情報をファジィ論理文で表現することを提案し、その情報源符号化の方式として不完全指定されたファジィ論理関数の簡単化を利用できることを示した。