

衝突を伴う確定的粒子群最適化法

Deterministic Particle Swarm Optimizers with Collision

丸山 一紀[†]
Kazuki Maruyama斎藤 利通[†]
Toshimichi Saito[†] 法政大学 理工学部 電気電子工学科
Faculty of Engineering and Science, Hosei University

あらまし

本稿では複数解問題に対する粒子群最適化法について考察する。システムは決定論的な差分方程式に支配され、粒子の更新式では粒子の衝突を考慮する。Hénon map の複数解探索問題に適用し、その性能を検討する。

1 まえがき

粒子群最適化法 (PSO[1]) は生物集団の振る舞いを元に考案された最適化手法であり、群知能の一種である。生物群は位置と速度を持つ粒子群にモデル化される。各粒子の位置は評価関数で計算され、情報交換を繰り返すことで最適解を探索する。最適解とは評価関数が取り得る最小値または最大値を指す。PSO は概念的には単純で実装が容易であるため、多くのシステムの最適化問題に適用されている。例として、シグナルプロセッサ [2]、人工ニューラルネットワーク [3]、パワーコンバータ制御 [4] に応用されている。

しかし、複数の最適解を持つ評価関数では必ずしも全ての最適解を探し出すことが出来ない場合がある [5]。本稿では粒子間の衝突を有する PSO(CPSO) を提案し、その基本的な性能を調査する。粒子のダイナミクスは離散探索空間で定義された決定論的な差分方程式によって支配される [6]。これは決定論的な力学系理論に基づく動作解析 [7] や、再現性のある性能評価に有利である。CPSO を離散複数解問題 (DMSP) として離散力学系の周期点探索に適用し、その効能を検証する。適度な衝突を得ることで、効果的な複数解探索が可能となることが示唆される。

2 本論

本論文では 2 次元の評価関数 $F_D(x)$ を対象とする。探索空間 S_D は M^2 個の格子点で離散化されている。PSO は探索にリング状の N 個の粒子を用いるものとし、 i 番目の粒子 P_i の各ベクトルを次のように表す: 位置 x_i^t , 速度 v_i^t , パーソナルベスト $pbest_i^t$, ローカルベスト $lbest_i^t$ 。CPSO アルゴリズムの概要は以下のようである。

Step 1: 探索空間内にリング状の粒子群を生成する。

Step 2: 各粒子の位置 x_i^t を評価関数 $F_D(x_i^t)$ を用いて評価する。 j 番目の粒子が i 番目の離散近似解領域 (DSR) に含まれるとき、

$$x_j^t \in A_s^i \quad (1)$$

このとき x_j^t は離散最適解 (DSOL) として記録され、 i 番目の DSR は発見される。すべての DSR が発見されたとき、探索終了とする。

Step 3: 各粒子の $pbest$ と $lbest$ を更新する。

$$\begin{aligned} pbest_i^t &\leftarrow x_i^t & \text{if } F_D(x_i^t) < F_D(pbest_i^t) \\ lbest_i^t &\leftarrow pbest_j^t & \text{if } F_D(pbest_j^t) < F_D(lbest_i^t) \end{aligned} \quad (2)$$

ただし $j \in \{i-1, i, i+1\}$ とする。

Step 4: 各粒子の速度と位置を更新する。

$$\begin{aligned} v_i^t &\leftarrow wv_i^t + c(lbest_i^t - x_i^t) \\ x_i^t &\leftarrow x_i^t + v_i^t \end{aligned} \quad (3)$$

ただし w と c は決定論的なパラメータである。式 (3) を適用した後、 x_i^t は S_D の格子点上に近似される。

Step 5: 粒子の衝突を判定する。 m 番目と n 番目の粒子が衝突したとき、各粒子の速度を以下のように更新する:

$$\begin{aligned} v_m^t &\leftarrow ((v_n^t - v_m^t) \cdot \hat{c})\hat{c} + v_m^t \\ v_n^t &\leftarrow ((v_m^t - v_n^t) \cdot \hat{c})\hat{c} + v_n^t \\ \hat{c} &= \frac{x_n^t - x_m^t}{|x_n^t - x_m^t|} \end{aligned} \quad (4)$$

ただし “ $\cdot$ ” は内積を示す。各粒子の位置を更新する:

$$\begin{aligned} x_m^t &\leftarrow x_m^t + v_m^t \\ x_n^t &\leftarrow x_n^t + v_n^t \end{aligned} \quad (5)$$

Step 6: 最大探索時間 $t = t_{max}$ に達するまで $t \leftarrow t + 1$ に更新し、Step 2 に戻る。

ただし Step 5 の処理を行わないことで、通常の Local-best PSO (LPSO) を定義することが可能である。CPSO の性能を考慮する上で LPSO は基準となる。

3 数値実験

提案したアルゴリズムの基本的な性能を検討するために DMSP の例を考える。ここでは Hénon map を用いた:

$$\begin{cases} F_1(x_1, x_2) \equiv 1 - ax_1^2 + x_2 \\ F_2(x_1, x_2) \equiv bx_1 \\ \text{ab. } x(n+1) = F(x(n)) \end{cases} \quad (6)$$

ただし、 $a = 1.4$, $b = 0.3$, n は離散時間である。この写像は典型的な離散力学系をして知られており、様々なカオス的/周期的な現象と関連する分岐現象を示すことができる [7]。評価関数には写像前後の位置の差をユークリッド距離で計算した式 (7) を用いる:

$$\begin{aligned} F_D(x) &= \|F^2(x) - x\| \\ &= \sqrt{(F_1^2(x_1, x_2) - x_1)^2 + (F_2^2(x_1, x_2) - x_2)^2} \\ x \in S_D &= \{x \mid x_i \in \{-1.5 + d, \dots, 1.5 - d, 1.5\}\} \end{aligned} \quad (7)$$

表 1 粒子の近傍数と SR, #ITE, #COL ($N = 70$)

N	LPSO CPSO				
	w/o col.	$l = 0$	$l = 4$	$l = 8$	$l = 12$
SR	67.5%	69.3%	72.4%	74.9%	74.4%
#ITE	16.3	16.8	18.7	22.2	25.5
#COL	N/A	34	121	241	362

ただし, $\|\cdot\|$ はユークリッド距離, $i = 1, 2, d = 3/128$ である. F^k は k 重の合成写像 F である. Hénon map は 2 つの不動点と 2 つの 2 周期点を持つ (図 1(a)). 探索空間を離散化したとき, Hénon map は 4 つの DSOL を持つ (図 1(b)). 粒子は近傍を持ち, 他の粒子が近傍に侵入した時, 粒子の衝突が発生する (図 2). 粒子の近傍数は l で表される. ただし, $l = 0$ は同一座標上に 2 つの粒子が存在する場合に衝突が起きることを意味する. 探索に用いる各パラメータは次のように設定した: 近似解基準 $C_A = 0.1$, 近似解領域半径 $\rho = 0.15$ 粒子数 $N = 70$, 最大探索時間 $t_{max} = 50$, 慣性定数 $w = 0.7$, 加速度係数 $c = 1.4$. 図 3 に $l = 8$ とした時の CPSO の解探索の概要, 図 4 に DSR を発見した粒子の探索過程を示す. 複数解探索において, 粒子の衝突が適度に作用していることが示される. 表 1 に近傍数 l を変化した時の結果を示す. ただし, 全ての DSR を発見することを探索成功とする. このとき, SR は 1000 回の数値実験の探索成功率, #ITE は探索成功時の平均探索時間, #COL は探索成功時の平均衝突回数である. 従来の PSO に比べ, 粒子の衝突 ($l = 0$) は SR の向上が認められた. さらに l の増加に伴い SR の向上が認められたが, $l = 12$ 以降は減少した. また l の増加に伴い #ITE と #COL の増加が認められた. これより, 評価関数に応じて最適な近傍数が存在すると考えられる.

4 むすび

衝突により粒子の動きに多様性を持たせた CPSO を提案し, 基本的な数値実験を行った. 適度な粒子の近傍を与えることで従来手法と比べ効果的な探索を行うことが確認された. 探索プロセスの分析, 最適なパラメータの設定と実用的な工学的問題への適用が今後の課題である.

参考文献

- [1] J. Kennedy and R. Eberhart, Particle Swarm Optimization, Proc of IEEE/ICNN, pp.1942-1948, 1995.
- [2] R. A. Vural, T. Yildirim, T. Kadioglu and A. Basargan, Performance evaluation of evolutionary algorithms for optimal filter design, IEEE Trans. Evol. Comput., 16, 1. pp. 135-147, 2012.
- [3] A. B. van Wyk and A. P. Engelbrecht, Overfitting by PSO trained feedforward neural networks, in Proc. IEEE Congress Evol. Comput., pp. 2672 - 2679, 2010.
- [4] H. Matsushita and T. Saito, Application of particle swarm optimization to parameter search in dynamical systems, NOLTA, IEICE, E94-N, 10, pp. 458-471, 2011.
- [5] X. Li, Niching without niching parameters: particle swarm optimization using a ring topology, IEEE Trans. Evol. Comput., 14, 1. pp. 150-169, 2010.
- [6] Z. Sevklı and F. E. Sevilgen, Discrete particle swarm optimization for the orienteering problem, in Proc. IEEE Congress Evol. Comput., pp. 1937-1944, 2010.
- [7] E. Ott, Chaos in Dynamical Systems, Cambridge Univ. Press, 1993.

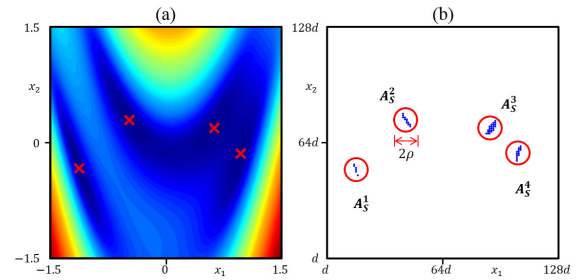


図 1 (a) Hénon map の不動点と 2 周期点. (b) F_D における DSR. $M = 128, C_A = 0.1$. $A_s^1, \dots, A_s^4$ はそれぞれ 6, 14, 23, 14 個の DSOL を含む.

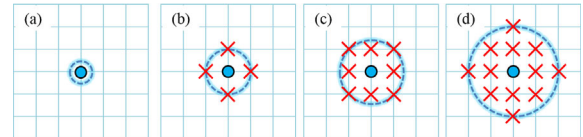


図 2 粒子の近傍数. (a) $l = 0$, (b) $l = 4$, (c) $l = 8$, (d) $l = 12$.

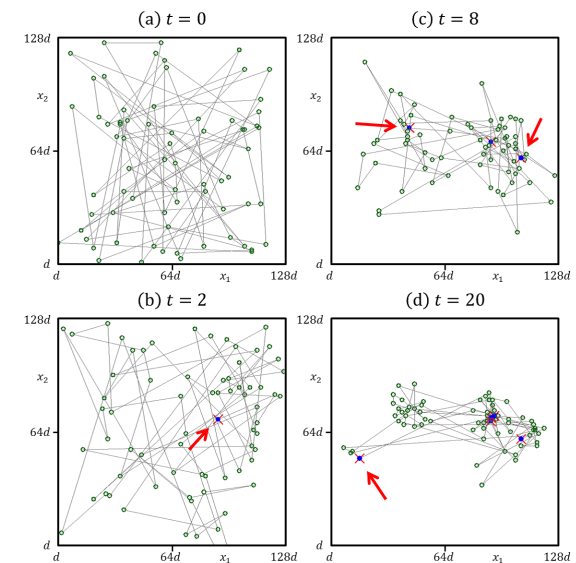


図 3 CPSO ($l = 8$) の解探索の概要. $t = 2, 8, 20$ で DSOL を発見.

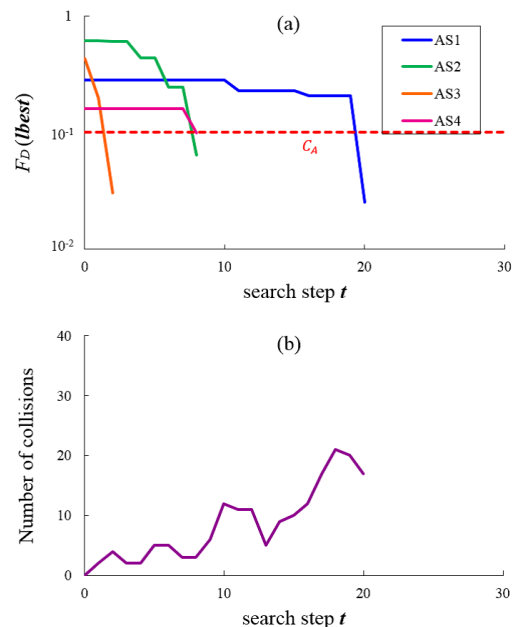


図 4 CPSO ($l = 8$) の探索過程. (a) $F_D(lbest)$ の推移, (b) 衝突回数の推移.