

株価変動のランダムネスに基づく高収益株の選定

Choosing Profitable Stocks by Means of Randomness in the Price Fluctuation

楊 欣† 三賀森 悠太† 田中 美栄子†
Xin Yang Yuuta Mikamori Mieko Tanaka-Yamawaki

1. はじめに

近年, 気象, 医療, 金融, 国勢調査など様々な分野でデジタル化が進み膨大なデータの取得・保存が可能になった. そのような大容量データを様々な目的に則して解析するための, 有効な手法が今, 広範囲の分野で求められている. その一つとして, ランダム行列理論 (Random Matrix Theory: RMT と略) を用いた主成分分析法 (Principal Component Analysis: PCA と略), RMT-PCA があり, 膨大なデータ群に対して相関の大きい成分とランダム成分を分ける手法として注目を集めている[1-3].

特に株式市場で取引される株価銘柄間の同時刻相関行列の固有値問題に適用してトレンド業種を追う手法は, 日次終値を用いた良好な結果[4,5]に触発されて更に高頻度の tick 価格時系列へと応用を広げ[6], また, 気象データ等にも応用[7]されて, 次々と研究対象を広げている.

我々は, RMT-PCA の応用として, 時系列から計算した相関行列の固有値分布と, 対応する RMT 理論式との類似度によって測定する乱数度計測法として, 『RMT テスト』を提案し[8-10], 擬似乱数や物理乱数の乱数度を測定してその有効性を確認すると共に, 良い乱数とみなせる基準値を算出することにより, 新しい乱数度計測アルゴリズムを決定することができた[11,12].

RMT テストは, ランダム性が十分高く良い乱数と見做せる時系列間の乱数度を比較出来るだけでなく, 乱数とは見做せないほど乱数度の低い時系列に対しても同様に適用できてその乱雑さの度合いを可視化・数値化できる点において, 多方面の分野への応用を期待でき, 多分野で蓄積されつつある膨大かつ様々な形式のデータへの応用が考えられる.

また, 従来の乱数度検定アルゴリズムが, 対象とするデータの長さやデータ型 (実数・整数・二進数など) に強い制限があるのに対し, RMT テストはデータ型を問わない点においても有用性が高い. 反面, 十分長いデータを必要とすることや, 異なるデータ型に対して異なる基準値を用いる必要のある点が問題であり, 今後の検討に待たねばならない部分も残っている.

本稿では, RMT テストを用い, 株価ティックデータのランダム性を測定した結果から, 株価の安全性を評価できるかどうかについて検討した結果を報告する.

2. 乱数度計測法「RMT テスト」の提案

本稿で用いるのはPlerou等[2,4]により株式市場に応用された文脈に基づき, 時系列の相関行列の固有値分布をランダム行列理論式と比較する方法である. 我々は, 時系列のランダム性を「乱数度」と定義した[8]. 以下に手法を概説する. データとなる時系列 S を整数 L の倍数となる長さになるよう端点を切り捨てた上で, 長さ L ごとに切り分けて N 等分し, それぞれを, 平均0, 分散1に正規化する. この N 個の正規化時系列間の内積を成分とする相関行列 C を作成し, その固有値問題

$$CV = \lambda V \quad (1)$$

を解く. 言い換えれば, 「長さ L の正規化した数列を N 個並べて L 行 N 列のデータ行列 A を作ると, $A^T A$ が相関行列となるのでこれを対角化する」と定式化しても良い.

定義により相関行列 C は N 個の対角成分が全て1

$$C_{i,i}=1 \quad \text{for all } i=1,\dots,N \quad (2)$$

で, 非対角成分は

$$|C_{i,j}| < 1 \quad \text{for all } i=1,\dots,N \quad (3)$$

となる $N \times N$ 対称行列

$$C_{i,j} = C_{j,i} \quad (4)$$

となる.

このような相関行列 C の固有値分布は, データがランダム列であれば $N \rightarrow \infty$ の極限でその統計性によらず $Q \equiv L/N$ のみに依存する簡単な関数となり, 次の式(5)-(6)で表せる.

$$P_{\text{RMT}}(\lambda) = \frac{Q}{2\pi} \frac{\sqrt{(\lambda_+ - \lambda)(\lambda - \lambda_-)}}{\lambda} \quad (5)$$

$$\lambda_{\pm} = (1 \pm Q^{-1/2})^2 \quad (6)$$

式(5)は固有値の確率密度分布, λ は固有値, 式(6)は固有値の理論最大値と最小値であり, 式(5)のパラメータは Q のみである[2-10].

†鳥取大学大学院工学研究科
情報エレクトロニクス専攻

2.1 RMT テストの定性評価

固有値分布のヒストグラムと式(5)の比較により目視で乱数度を判断するのがRMTテストの定性評価[8]である。図1(左)に示す例のように、角のある線で示すヒストグラムと曲線で示すRMT理論式(データと同じQに対応する式(1)のグラフ)の両者が一致すればRMTテストに合格したとし、図1(右)に示す例のように不一致ならばRMTテストに不合格と判断する。この定性評価は直感的に見やすく、形状の特徴を把握しやすい利点がある。

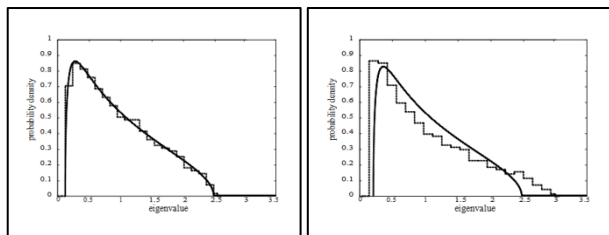


図1 RMTテスト定性評価の例 (左: 合格, 右: 不合格)
Fig.1 Examples of the Qualitative evaluation of RMT-test (left: passed, right: failed)

2.2 RMT テストの定量評価

等長時系列の内積を要素とする相関行列Cの固有値分布の実測値と理論式(1)のk次モーメントをそれぞれ求めて両者の誤差で乱数度を数値化する。相関行列Cの固有値分布のk次モーメントは λ^k の平均値であり、次式で求められる。

$$m_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_i^k \quad (7)$$

対応する理論値は固有値の理論分布式(1)から以下のように求められる。

$$\mu_k = E(\lambda^k) = \int_{\lambda_-}^{\lambda_+} \lambda^k P_{\text{RMT}}(\lambda) d\lambda \quad (8)$$

両者の誤差の逆数が乱数度となるが、当面、以下に定義する誤差

$$\text{誤差} = m_k / \mu_k - 1 \quad (9)$$

を用いて比較を行う。最大値付近の誤差が大きく反映するk=6の場合が最も比較しやすいことから、本稿では、各データの6次モーメントの誤差絶対値をRMTテストの定量評価結果とし、それにより株価変動のランダム性を数値化することにより、

「6次モーメントの誤差絶対値が小さい方が乱数度が高い」と定義する。

企業コード4452(花王(株))の2009年のティックデータにより作成した株価変動データのRMTテストの定性評価結果を図2の右図に例として示す。データから求めた固有値分布が、理論曲線の最大値2.5より大きい範囲にはみ出していることがはっきり見える。比較のために、株4452のデータと同じパラメータQを持つ、線形合同法[13](LCG: と略)で発生させた擬似乱数列から作成したデータの定性評価結果を図2の左図に示す。こちらの方はRMTの理論曲線とほぼ一致し、乱数度が高いことが見て取れる。このLCG乱数列をRMTテストで定量評価した結果の誤差絶対値は1.6%である。一

方、株4452のRMTテストの定量評価結果は19.9%であることから、株4452の乱数度はLCG乱数列の10倍以上であり、株価変動は擬似乱数と比べて乱数度が低いことが解る。しかしながら、理論曲線との差は小さく、ヒストグラムは理論曲線の範囲にほぼ収まっていることから、この株価はある程度ランダム性が高いデータであると言える。

本稿では、株価時系列の持つランダム性とその収益率との関係に注目してこれを定量的に明らかにして行く。

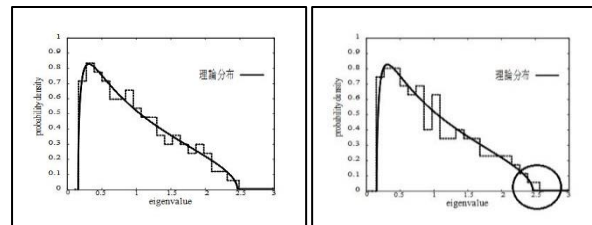


図2 LCGの乱数度(左), 株価ティックデータの乱数度(右)
Fig.2 The randomness of LCG (left) and the randomness of the stock tick data (Code 4452) (right)

3. 株価変動の乱数度

3.1 データ処理

本稿では、2007年から2009年の東証TOPIX500の3年間1分毎のティックデータを対象として分析する。ティックデータとは売買値と取引オーダーを売買システムに入力され、分単位あるいは秒単位のタイムスタンプを付けた時系列である。よって、データは取引が発生した時点に対してのみ記録される。そこで同時刻相関行列を作るため下記のような3段階のデータ処理を行う。

①データ成形(等間隔ブロック化と補完による同時刻化)

全ての銘柄に対して全ての時刻にデータが記録されるように時間間隔を決めてブロック化し、中間点に最も近い時点のデータを代表値として採用すると共に、データが空白の時点に対しては直前の値で補完を行い、データを成形する。具体的には、図3のように、データがない時点の一つ前のデータをコピーし、各銘柄のティックデータを同じ長さで補正する。このとき、補正分が全データ長の2割以上となる銘柄は採用しない。このため、分析対象となる銘柄は元データより少なくなる。結果として、TOPIX 500の全33業種の三年毎の分析対象は、2007年は211銘柄、2008年は240銘柄、2009年は229銘柄となった。

② 株価時系列から対数収益列への変換:

株価変動のデータに変換する為に株価 $S_{i,k}$ とその1時刻前の株価との変化率を対数収益

$$X_{i,k} = \ln(S_{i,k+1}/S_{i,k}) \quad (10)$$

として計算する。ここで i,k は i 番目の銘柄($i=1, \dots, N$)の k 時刻目の株価($k=1, \dots, L-1$)である事を示す。

③ 次年度に直近のデータを用いて乱数度を測定:

時系列をRMTテストに掛けるために長さLで切り分けて行列 $L \times N$ を作成し、長さL未満の剰余部分は捨てるのだが、測定した乱数度と、次年度の株価収益との関係を調べるため、時間的に近いデータの最後の部分は残し、次年度に対して時間的に遠い、データの初期部分を捨てることとする。

以上の3ステップにより、同時刻相関を計算するための同長の対数収益時系列データN個を作成した。

時間	株価			
	銘柄1	銘柄2	銘柄3	銘柄4
09:00	502	3810	1902	
09:01	502	3801	1906	
09:02	500	3807	1905	除外
...	一つ前の値を補正			
11:00	521	3788	1910	
12:30	515	3788		963
12:31	518	3792		953
...				
15:00	522	3820		853

図3 同時刻相関の計算のためのティックデータ補足

Fig.3 Substitution of the previous tick value in order to calculate the equal time correlations

3.2 パラメータQの選定

RMT理論式(5)と(6)は1個のパラメータ $Q=L/N$ のみに依存する。同じデータ時系列を用いた場合、長さLの選び方次第でQが決まるため、パラメータQとしてどの値を選ぶべきかを実験的に決定することにした。

ランダム行列理論を適用できる条件[4]である $Q>1$ 、 $N \rightarrow \infty$ は、擬似乱数や物理乱数を用いた実験[11,12]により、 $N=500$ 程度で誤差絶対値の平均値が3%以下程度に収まることわかっているが、もう少し緩い条件を課して、誤差絶対値が10%以下程度に抑えるためのNの下限値としては少なくとも $N \geq 100$ が必要となる。

前述のデータ処理ステップ①でティックデータの補足を行ったが、補足後のデータ長は2007年、2008年、2009年で順にそれぞれ、66338、66338、65945となった。最初の2年間は同長の66338であるが、これを長さ100で切り分けた場合、 100×660 の行列が作成でき、Qは $1 < Q < 6.6$ の範囲内に設定できる。整数値を選ぶと $Q=2,3,4,5,6$ が可能である。

このそれぞれの場合について、各年のデータから乱数度を計算し、翌年の収益と何らかの関係性が見られるのかを調査した。

まず、1年のデータ長が一定以上の長さの株価を日経33業種の各業種から4社ずつ選定し、その中で乱数度最高の株価と乱数度最低の株価をそれぞれHとLとして、翌年の収益をグラフ化した。その結果、 $Q=4$ とした場合は、どの業種に於いても乱数度の高い株価が低い株価に比べて一貫して高い収益を示すが、 $Q<4$ の場合や $Q>4$ の場合は関係性が途中で変化したり、余り明確に見えないことがわかった。そこで $Q=4$ の場合にのみ明確に示される規則性ではあるが、

【1年分の株価1分足から計算した乱数度が高い株を買えば翌年の収益は他の株より良好】(経験則)

という規則性を抽出できた。図4に $Q=2, \dots, 6$ を比較することにより $Q=4$ を選定した理由を示す。

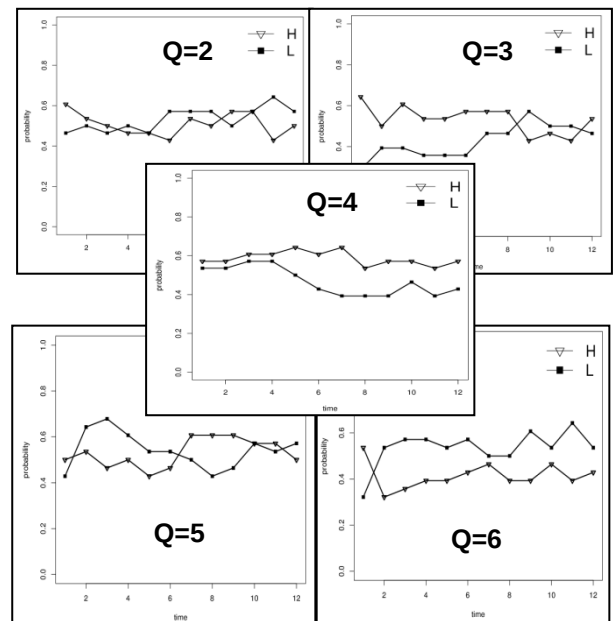


図4 乱数度最高の株(H)と最低の株(L)の翌年の収益を $Q=2, \dots, 6$ に対して比較し $Q=4$ を選定した(33業種の平均値)
Fig.4 Stock returns of the highest(H) vs. lowest(L) randomness are compared in the following year for $Q=2, \dots, 6$ to select $Q=4$.

3.3 実験手順

実験手順は下記の通りである。

- ①分析対象とする銘柄の各年の乱数度を計算する。
- ②乱数度最高と乱数度最低の株を抽出する(H,L)。
- ③抽出された銘柄の収益変化を比較する。
- ④翌年の株価変動を比較し、 $L < H$ となる期間を確認する。

3.4 結果

(1)株のランダム性と安定性

東証2007年の1分足株価1年分をデータとしてRMTテストにより乱数度を評価した結果を表1に示す。乱数度を式(9)により理論値との誤差で評価すると、誤差最小、すなわち乱数度最高の株は9504、乱数度最低の株は7201となる。それぞれについて次年度の収益を比較すると、図5に示すように、翌2008年の株価の動き(式(10)によって表す)は2007年度に於いて乱数度最高であった株9504が日経平均株価より勝っており、逆に乱数度最低であった株7201は日経平均株価より下回っている。つまり、前述の経験則

【1年分の株価1分足から計算した乱数度が高い株を買えば翌年の収益は他の株より良好】

が2007年から2008年にかけての東証株価に対して成立していると言える。ここで抽出された乱数度最高株9504は、市況からの影響を受けにくい電力・ガス業に属し、リーマ

ンショックから受けた影響も少なく、安定株と言える。乱数度最低株 7201 は小輸送用機器業に属し、景気や外需変動の影響を強く受けたと考えられる。

表 1 2007 年の東証 1 分足から求めた乱数度順位

Table 1 Randomness ranking obtained by 1 minute data in 2007

順位	業種	企業コード	誤差絶対値
1	電力・ガス	9504	26.4
2	機械	6460	37.6
3	電力・ガス	9506	38.2
4	電力・ガス	9508	43.3
5	情報・通信	4676	44.9
...			
207	電気機器	6506	740.9
208	非鉄金属	5802	797.3
209	化学	4043	799.8
210	鉄鋼	5541	1001.5
211	輸送用機器	7201	1209.6

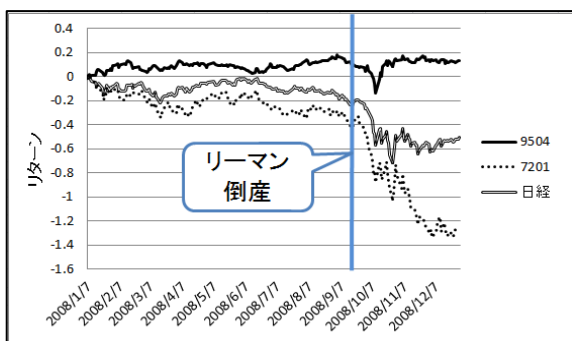


図 5 乱数度最高株(9504)の翌年収益は日経平均株価より安全であり、日経平均は乱数度最低株(7201)より安全である。
Fig.5 The stock of the highest randomness (Code 9504) is safer than the NIKKEI average, which is safer than the stock of the lowest randomness (Code 7201)

(2) 高収益と高リスク

一方、2008 年の 1 分足から計算した乱数度は経験則とは異なる動きを示すことが表 2 からわかる。ここで乱数度最高の株として抽出されたのは銀行業の 8308 であり、これは翌年に於いて大幅に下落したため、安定株ではなかった。

この年が経験則に従わない理由としては、一応次のように考えられる。2008 年の 9 月に起きたリーマン・ブラザーズの倒産は、金融業に対する大幅な不信を世界規模で引き起こした。これは異常な事態であり、その結果、経験則が成立しないような株価変動を引き起こしたとも考えられる。

これを確かめるため、2008 年の株価変動の中から、リーマンショックが発生する以前、すなわち 2008 年 8 月の最終取引日迄のデータだけから測定した乱数度を使用した結果と比較する必要がある。

そこで東証 2008 年の 1 分足データを 2008 年初めから 8 月の最後の取引日まで用いて RMT 法により乱数度を測定した結果を表 3 に示す。リーマン・ショック直後の異常な

データを除外したことで、安定株の電力・ガス業の 9506 を抽出でき、経験則が成立していると言える。この 9506 と乱数度最低株であった 7201 の比較は図 6 に示す。図 6 の前半は経験則を支持するが後半は輸送用機器の 7201 の回復が大きく傾向がつかみにくい。しかし、株 7201 は 2007 年の乱数度順位が最下位で、その結果 2008 年は金融危機の影響もあって大幅下がった事から、次の年に回復す可能性がもともと高かったのだと考えられる。そこで、株 7201 はリーマンショックの影響を受けた後で、2009 年の 2 月から上昇し始めたのだが、その時にたまたま購入すると、確かに乱数度が高い株 9506 より収益が高くなったのは当然とも考えられる、しかし、上昇時期の予測は困難であり、高リターンを狙えば高リスクを伴う。それよりは、企業配当も期待できる安定株を購入するのが安全だと考えられる。

表 2 2008 年の東証 1 分足から求めた乱数度順位

Table 2 Randomness ranking obtained by 1 minute data in 2008

順位	業種	企業コード	誤差絶対値
1	銀行業	8308	28.4
2	機械	7004	30.9
3	輸送用機器	7211	31.8
4	電力・ガス	9502	32.3
5	電力・ガス	9508	36.3
...			
236	電気機器	4902	1604.0
237	電気機器	6954	1611.2
238	電気機器	7752	1646.9
239	証券業	8604	2059.9
240	海運業	9104	2097.5

表 3 2008(Jan.-Aug.)のデータによる乱数度順位

Table 3 Randomness ranking obtained by the data Jan-Aug.'08

順位	業種	企業コード	誤差絶対値の平均値
1	電力・ガス	9506	11.6
2	電気機器	6728	13.1
3	食料品	2267	19.1
4	電力・ガス	9502	19.1
5	小売業	2685	22.2
...			
230	電気機器	6762	183.0
231	電気機器	6503	183.7
232	銀行業	8306	190.0
233	証券業	8604	222.8
234	輸送用機器	7201	257.9

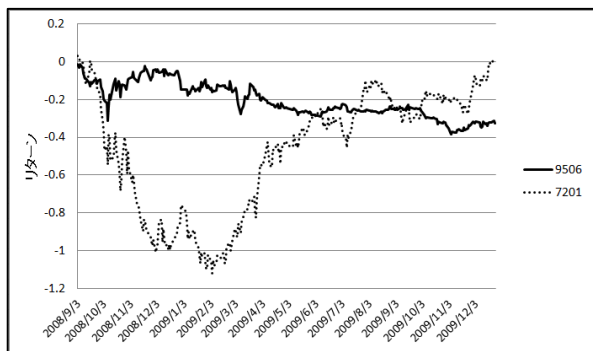


図6 乱数度最高の9506が乱数度最低の8604より翌年の対数収益が高く安全であることを示す

Fig.6 The stock of the highest randomness (Code 9506) is safer than the stock of the lowest randomness (Code 7201)

東証 2009 年の 1 分足から計算した乱数度を表 4 に示す。乱数度最高の株は電力・ガスの 9508 であり、乱数度最低の株は卸売業の 8058 であった。翌 2010 年の収益を図 7 に示す。9508 の収益は 8058 より上回り、経験則を満たしていると言える。すなわち、図 5, 6, 7 のいずれも乱数度最高の株の収益がそれ以外より上で、経験則はほぼ満たされている。

表 4 2009 年の東証 1 分足から求めた乱数度順位

Table 4 Randomness ranking obtained by 1 minute data in 2009

順位	業種	企業コード	誤差絶対値の平均値
1	電力・ガス	9508	25.5
2	電力・ガス	9509	28.1
3	電力・ガス	9506	31.6
4	電力・ガス	9502	33.2
5	小売業	2651	36.4
...			
225	非鉄金属	5713	1039.5
226	電気機器	4902	1072.4
227	機械	6301	1090.9
228	鉄鋼	5541	1128.2
229	卸売業	8058	1249.5

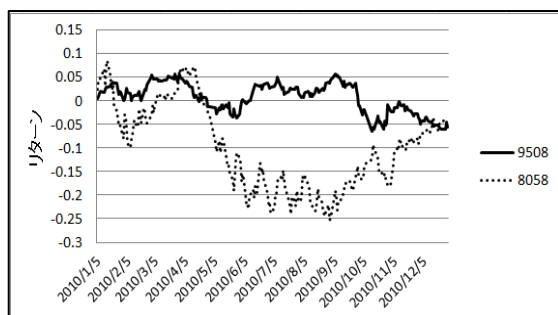


図7 乱数度最高株 9508 が最低株 8058 より安全性が高い

Fig.7 The stock of the highest randomness (Code 9508) is safer than the stock of the lowest randomness (Code 8058)

(3)ディフェンシブ株のランダム性が高い

東証 tick 株価の RMT に基づく主成分分析に於いて、田中、山本等[6]は表 5 に示す日本株式の新分類法を用いることで四半期ごとの主成分追跡に良い結果を出せることを示した。その中に、「食料品、医薬品、電力・ガス」で構成される「ディフェンシブ株」という分類がある。これに注目すると、実は表 1 にある、2007 年の乱数度上位 5 位のうちの三社はディフェンシブ株の電力・ガスに対応することがわかる。

また、表 3 に示す 2008 年の金融危機直後のデータを除外した乱数度測定の結果は、乱数度最高の株がディフェンシブ株に属する「電力・ガス」であり、上位 5 位のうちの三社がディフェンシブ株になっている。2009 年に入ると景気は回復傾向となり、それに従って株価変動のノイズが少なくなる。その結果は、表 4 に示すように乱数度の上位 4 位までがディフェンシブ株になっている。つまり、業績が景気の影響を受けにくいといわれる銘柄のランダム性が高いと言える。一方、乱数度下位 5 位は市況関連株と外需関連株が多く、これらは株価変動幅が大きく、高収益の可能性があると考えられる。

表 5 関連株分類

Table 5 Related stock classification

外需関連株	65:電気・精密, 70:自動車・輸送機
内需関連株	17:建設・資材, 88:不動産
景気循環株	30:素材・化学, 60:機械
ディフェンシブ	20:食品, 45:医薬品, 95:電力・ガス
消費関連株	81:小売, 90:運送・物流, 94:情報通信・サービスその他
金利敏感株	83:銀行, 85:金融
市況関連株	50:エネルギー資源, 54:鉄鋼・非鉄, 80:商社・卸売

4. 考察

RMT-PCA によって時系列の乱数度を直接測定する手法を提案し、それを tick 株価に応用した結果をまとめると共に、ここで得られた結果を 2007-2009 年にわたる 3 年間の経済状況との比較に於いて考察する。

この 3 年間は図 8 に示すように、2007 年にサブプライムローン問題が発生し、株式市場は下落相場に入った。しかし、サブプライムローン問題絡みで直接に破綻する日本企業はなかった。よって、RMT テスト法により抽出された乱数度最高の株は株ディフェンシブ株の電力・ガスの 9504、乱数度最低の外需関連株 7201 より次年度の金融危機に受けた影響が少ない。一方、2008 年はリーマンショックがあったために、9 月以降、日経平均が大幅に下落した特異な年であったと考えることができる。この状況がどれほど以上であったかを示すため、2010 年末以前の TOPIX の対前日騰落率の下落記録の上位 10 位を示したのが表 6 である。この 10 位迄のうち 6 回が 2008 年に起きていることから、2008 年が特別に異常な年であったことが見て取れる。

この異常な株価変動を除外して、リーマンショック発生以前のデータのみを使用して乱数度を測った場合、表 3 に示すように、乱数度最高の株としてディフェンシブ株である電力・ガス業に属する 9506 を抽出できた。また、二年間

連続して外需関連株の7201は乱数度が最低であったが、このために7201は次年度に乱数度とも収益とも上がる可能性が高かった。しかし、何時本当に上昇するかが特定できない以上、高リスクを避けられない。2009年に入ると、経済は少しずつ回復に向かい、株式や債券による新規資金調達も回復して来た。このときの乱数度結果は、上位4位がディフェンシブ株であり、下5位は市況や外需と景気関連株となって明確に分離した。上位の安定株に投資した場合、次年度の収益は乱数度の低い株に比べて高かった。

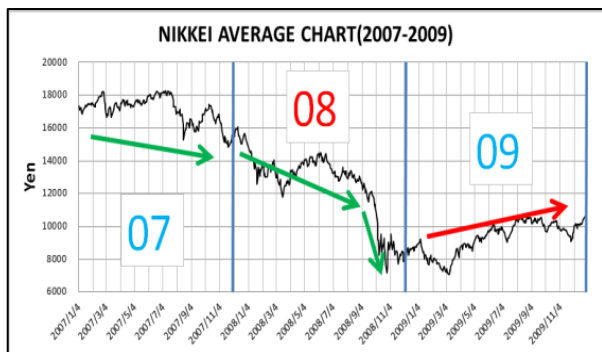


図8 日経平均株価(2007—2009)
Fig.8 NIKKEI average chart from 2007 to 2009

表6 TOPIXの対前日騰落率の下落記録(～2010年末)
Table 6 Top 10 record declines of TOPIX (～2010)

順位	率(%)	TOPIX	年月日
1	-14.2	1793.9	1987/10/20
2	-9.52	864.5	2008/10/16
3	-8.75	32.3	1953/3/5
4	-8.04	899.0	2008/10/8
5	-7.52	806.1	2008/10/24
6	-7.47	159.3	1970/4/30
7	-7.40	746.5	2008/10/27
8	-7.10	2069.3	1990/4/2
9	-7.10	840.9	2008/10/10
10	-7.05	889.2	2008/10/22

5. まとめと展望

本稿は乱数度検定ツール RMT テストを用い、東証株価ティックデータのランダム性を分析した。2007年から2009年までの3年間の乱数度順位から見ると、電力・ガスのような安定株の乱数度順位が高く、リーマンショックのような金融危機にもあまり影響されない。一方、『関連株分類』に基づけば、「電力・ガス」だけではなく景気の影響を受けにくいといわれる銘柄の集まりとしての、「ディフェンシブ株」の乱数度が高く、それに対して、乱数度が低い「外需関連株」と「市況関連株」などは株価変動幅が大きく、高収益可能性がある代わりに高リスクも伴う。

今後の研究としては、分析期間を広げると共に、株価変動のランダム性を用いた投資指標の可能性について考察を深めたいと考える。

参考文献

- [1] M.L.Mehta: Random Matrices, 3rd edition, Academic Press (2004)
- [2] V. Plerou, P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L. A. N. Amaral and H. E. Stanley, Universal and Non-Universal Properties of Cross-Correlations in Financial Time Series, Physical Review Letter, Vol.83, 1471-1474 (1999)
- [3] A.M.Sengupta and P.P.Mitra: Distribution of singular values for some random matrices, Physical Review E, Vol.60, p.3389 (1999)
- [4] V.Plerou, P.Gopikrishnan, B.Rosenow, L.A.N.Amaral and H.E.Stanley: Random matrix approach to cross correlations in financial data, Physical Review E, p.066126 (2002)
- [5] L.Laloux, P.Cizeaux, J.-P.Bouchaud and M.Potters: Physical Review Letters, Vol.83, pp.1467-1470 (1999)
- [6] 山本 敦史, 木戸 丈剛, 田中 美栄子, 高石 哲也: 株式市場の主成分追跡～RMT-PCAによる四半期間の主要業種抽出～, 研究報告数理モデル化と問題解決(MPS), 2012-MPS-88(17)
- [7] 村上和正, 安本典生, 家富洋: ランダム行列理論を用いた気象データ相関抽出とその有効性の検討, 素粒子論研究, Vol.117, No.5, pp.116-117 (2009)
- [8] 楊 欣, 糸井 良太, 田中 美栄子: RMT 公式を用いた乱数度評価法の提案, 研究報告数理モデル化と問題解決(MPS), 2011-MPS-83(2)
- [9] X. Yang, R. Itoi and M. Tanaka-Yamawaki, Testing randomness by means of RMT formula, Intelligent Decision Technologies, Smart Innovation, Systems and Technologies, Vol.10, pp. 589-596 (2011)
- [10] X. Yang and M. Tanaka-Yamawaki, Testing randomness by means of Random Matrix Theory, 2011 Kyoto Workshop on NOLTA pp.1-1 (2011)
- [11] X. Yang, R. Itoi and M. Tanaka-Yamawaki, Testing randomness by means of Random Matrix Theory, Progress of Theoretical Physics Supplement, No.194, pp. 73-83 (2012)
- [12] Tanaka-Yamawaki, M., Yang, X. and Itoi, R., Moment approach for quantitative evaluation of randomness based on RMT formula, Intelligent Decision Technologies, Smart Innovation, Systems and Technologies, Vol.16, pp. 423-432 (2012)
- [13] S.K. Park and K.W. Miller, Random number generators: good ones are hard to find, Communications of the ACM, Vol.31, pp.1192-1201 (1988)