

エッジ保存重心ボロノイ分割に基づくハーフトニング Halftoning Based on Edge-Preserving Centroidal Voronoi Tessellation

井上 光平[†]
Kohei Inoue

原 健二[†]
Kenji Hara

浦浜 喜一[†]
Kiichi Urahama

あらまし

画像平面を重心ボロノイ分割 (Centroidal Voronoi tessellation: CVT) する場合、画像内容を考慮しない単純な CVT や画素値を考慮した重み付き CVT では、画像中のエッジとボロノイ境界とが必ずしも一致せず、領域分割によってエッジがぼけることがある。そこで本論文では、エッジとボロノイ境界の間のずれを小さくするような CVT を提案し、ノンフォトリアリスティックなハーフトニングへの応用例を示す。

1. まえがき

重心ボロノイ分割 (CVT) [1] のノンフォトリアリスティックレンダリングへの応用例として、点描画 [2] や TSP アート [3] などがある。CVT によって画像平面を領域分割すると、ボロノイ領域が画像内のエッジにまたがり、その結果、エッジが乱される場合がある。例えば、Secord [2] の点描画では、エッジがぼけることが指摘されており [3]、改善策として乗法的重み付き CVT [4] などが提案されている。また、Wang ら [5] はエッジ保存性の高い CVT (edge-weighted CVT: EWCVT) を提案している。

本論文では、ボロノイ境界とエッジのずれを小さくするような CVT を提案し、グレースケール画像のハーフトニングに応用する。乗法的重み付き CVT [4] や EWCVT [5] ではボロノイ境界が必ずしも直線にならないが、提案手法では境界線が直線の CVT が得られる。

2. エッジ保存 CVT

m 個の画素からなるグレースケール画像を $f = [f_i]$ ($i = 1, \dots, m$) とする。ここで $f_i \in \{0, \dots, 255\}$ は f の第 i 画素の値である。また第 i 画素の空間座標を x_i とする。この f を CVT によって分割する。母点の数を n とし、第 j 母点の空間座標を y_j ($j = 1, \dots, n$) とする。CVT の手順は以下の通りである。

[CVT の手順]

Step 0: 反復回数を $t = 0$ とし、 $\{y_j^{(t)}\}_{j=1}^n$ ($t = 0$) を初期設定する。

Step 1: $\{V_j^{(t)}\}_{j=1}^n$ を求める。すなわち、各 i について $j^* = \arg \min_{j \in \{1, \dots, n\}} \{\|x_i - y_j^{(t)}\|\}$ を求め、その i を $V_{j^*}^{(t)}$ に含める。

Step 2: $\{y_j^{(t)}\}_{j=1}^n$ を更新する。すなわち、各 j について

$$y_j^{(t+1)} = \frac{1}{|V_j^{(t)}|} \sum_{i \in V_j^{(t)}} x_i \quad (1)$$

を計算する。ここで $|V_j^{(t)}|$ は $V_j^{(t)}$ の要素数である。

Step 3: 正定数 ϵ に対して、 $\sum_{j=1}^n \|y_j^{(t+1)} - y_j^{(t)}\|^2 / n < \epsilon$ ならば Step 4 に進む。その他は $t \leftarrow t + 1$ と更新して Step 1 に戻る。

Step 4: Step 1 と同様にして $\{V_j^{(t+1)}\}_{j=1}^n$ を求める。

以上のような手順で画像平面の CVT が得られるが、このような分割では、1 つのボロノイ領域内に、画素値の大きく異なる画素が混在する場合がある。例えば、1 つのボロノイ領域がエッジにまたがって存在する場合、そのボロノイ領域には、エッジの両側の画素が混在することになり、領域分割によってエッジの情報が失われる場合がある。そこで本論文では、ボロノイ境界とエッジのずれを小さくする方法を提案する。具体的には、式 (1) を

$$y_j^{(t+1)} = \frac{\sum_{i \in V_j^{(t)}} w_{ij}^{(t)} x_i}{\sum_{i \in V_j^{(t)}} w_{ij}^{(t)}} \quad (2)$$

に拡張する。ここで $w_{ij}^{(t)}$ は第 t 反復における第 i 画素と第 j 母点の間の重みであり、 $w_{ij}^{(t)} = \exp(-\alpha \|f_i - g_j^{(t)}\|^2)$ とする。 α は正定数であり、 $g_j^{(t)}$ は第 t 反復における第 j 母点の階調値であり、次の 2 種類を考える。1 つ目は

$$g_{1j}^{(t)} = f(y_j^{(t)}) \quad (3)$$

であり、 $f(y_j^{(t)})$ は $y_j^{(t)}$ を含む画素の値を表す。2 つ目は

$$g_{2j}^{(t)} = \arg \max_g \sum_{i \in V_j^{(t)}} \exp(-\alpha \|f_i - g\|^2) \quad (4)$$

であり、これは次のようにして求める。すなわち、 $g_{2j}^{(t)}$ の初期値を $g_{2j}^{(t,0)} = g_{1j}^{(t)}$ として、 $g_{2j}^{(t,\tau)}$ ($\tau = 1, 2, \dots$) を

$$g_{2j}^{(t,\tau)} = \frac{\sum_{i \in V_j^{(t)}} \exp\left(-\alpha \|f_i - g_{2j}^{(t,\tau-1)}\|^2\right) f_i}{\sum_{i \in V_j^{(t)}} \exp\left(-\alpha \|f_i - g_{2j}^{(t,\tau-1)}\|^2\right)} \quad (5)$$

によって計算し、その収束値を $g_{2j}^{(t)}$ とする。収束の条件は、 $\sum_{j=1}^n \|g_{2j}^{(t,\tau)} - g_{2j}^{(t,\tau-1)}\|^2 / n < \delta$ とする。 δ は正定数である。 $g_{1j}^{(t)}$ または $g_{2j}^{(t)}$ を $g_j^{(t)}$ とする。

このようにして、式 (1) を式 (2) に変えた CVT を、エッジ保存 CVT (ECVT) と呼ぶことにする。

[†]九州大学大学院芸術工学研究院

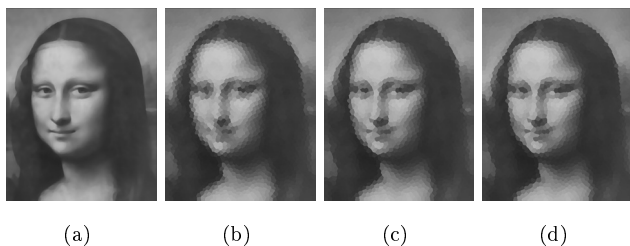


図 1: 領域分割の例: (a) 入力画像 (600 × 468 画素), (b) CVT, (c) ECVT (g_1), (d) ECVT (g_2)

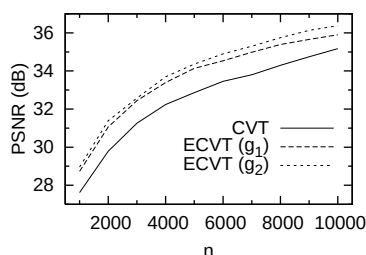


図 2: PSNR

3. ハーフトーニング

白の画面に黒のボロノイ領域をスケーリングして配置することによってハーフトーン画像を生成する. 各ボロノイ領域で平均画素値 $\bar{f}_j = \sum_{i \in V_j} f_i / |V_j|$ を求め, そのボロノイ領域を, その面積が $\alpha_j = 1 - \bar{f}_j / 255$ 倍になるようにスケーリングする. 例えば, 第 j ボロノイ領域が K_j 個の頂点からなる多角形であるとし, その第 k 頂点の座標を p_{jk} ($k = 1, \dots, K_j$) とすると, $q_{jk} = \sqrt{\alpha_j} (p_{jk} - \bar{p}_j) + \bar{p}_j$ ($k = 1, \dots, K_j$) を頂点とする多角形を黒で塗って白の画面上に配置する. $\bar{p}_j = \sum_{k=1}^{K_j} p_{jk} / K_j$ である. ハーフトーニングの手順は以下の通りである.

[ハーフトーニングの手順]

Step 1: 画像平面を (E)CVT する.

Step 2: 各ボロノイ領域の平均画素値 $\bar{f}_j$ を求める.

Step 3: $\bar{f}_j$ に基づいてスケール係数 α_j を計算する.

Step 4: 面積が α_j 倍になるように, 各ボロノイ領域をスケーリングする.

Step 5: スケーリングしたすべてのボロノイ領域を白の画面に黒で描く.

4. 実験例

図 1(a) の画像を, CVT と ECVT で領域分割した結果を図 1(b)-(d) に示す. 図 1(b) は CVT による結果であり, 図 1(c), (d) はそれぞれ式 (3), (4) を用いた ECVT による結果である. $n = 2000$, $\alpha = 0.01$, $\epsilon = \delta = 0.001$ とした. 図 1(b)-(d) では, 各ボロノイ領域を領域内の平均画素値で表現している. 図 1(b) ではボロノイ領域がエッ

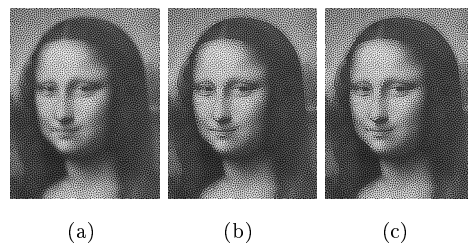


図 3: ハーフトーン画像: (a) CVT, (b) ECVT (g_1), (c) ECVT (g_2)

ジにまたがっているところがあり, 例えば頭の輪郭などの主要なエッジが乱れているが, 図 1(c), (d) ではそれが抑えられている. また, 図 1(c) では右頬の輪郭がやや乱れているが, 図 1(d) ではそれが抑えられている. 入力画像と領域分割画像とのピーク信号対雑音比 (PSNR) を図 2 に示す. グラフの横軸は n である. 実線は CVT を表し, 破線, 点線はそれぞれ式 (3), (4) を用いた ECVT を表す. CVT よりも ECVT のほうが PSNR 値が大きく, また, ECVT では式 (3) よりも式 (4) を用いたほうが PSNR 値が大きい.

次に, ハーフトーニングを行った結果を図 3 に示す. 図 3(a) は CVT による結果であり, 図 3(b), (c) はそれぞれ式 (3), (4) を用いた ECVT による結果である. $n = 8000$ とした. 図 3(b), (c) は図 3(a) よりもエッジが明確であり, 図 3(c) は図 3(b) よりもエッジの乱れが少ない.

5. むすび

画像平面の重心ボロノイ分割 (CVT) において, ボロノイ境界とエッジのずれを小さくすることによってエッジ保存性を高めた CVT (ECVT) を提案し, グレースケール画像のハーフトーニングに応用した. ボロノイ境界線の直線性を保ちながらエッジ保存性を高める点が, 本手法の特徴である.

カラー画像のハーフトーニング法, 正定数 α の最適値を求める方法, ハーフトーン画像の定量的評価法の検討が今後の課題である.

参考文献

- [1] Q. Du, V. Faber, and M. Gunzburger, "Centroidal Voronoi tessellations: Applications and algorithms," SIAM Rev., vol. 41, no. 4, pp. 637–676, 1999.
- [2] A. Secord, "Weighted Voronoi stippling," Proc. NPAR, pp. 37–43, 2002.
- [3] C. S. Kaplan, "TSP art," Proc. Bridges, pp. 303–310, 2005.
- [4] 井上光平, 浦浜喜一, "乗法的重み付き重心ボロノイ分割による点描画," 映情学誌, vol. 62, no. 1, pp. 102–109, 2008.
- [5] J. Wang and X. Wang, "VCells: Simple and efficient superpixels using edge-weighted centroidal Voronoi tessellations," IEEE Trans. PAMI, vol. 34, no. 6, pp. 1241–1247, 2012.