

柔軟な粒子群最適化手法と多目的問題

Flexible Particle Swarm Optimizers and Multi-objective problems

佐藤 拓海
Takumi Satoi佐野 亮介
Ryosuke Sato斎藤 利通
Toshimichi Saito法政大学 理工学部 電気電子工学科
Faculty of Engineering and Science, Hosei University

あらまし

様々な多目的最適化問題に対応するために、評価関数の構成に柔軟性を取り入れた粒子群最適化アルゴリズムを提案し、基本的な例題を用いてその機能を検討する。

1 まえがき

粒子群最適化法 (PSO [1]) は、生物の群れの振る舞いを基に考案された群知能最適化手法の 1 つである。PSO で用いる粒子は潜在解に対応し、各粒子は探索情報を交換しながら探索を行う。PSO は簡素で不連続問題にも適応できる。信号処理 [3][4] やニューラルネットワークのパラメータ設計 [5] 等、様々な応用も検討されている。

しかし、懸案も多い。その一つに多目的問題 (MOP[2]) がある。MOP は複数の競合する目的関数を同時に最適化することが問題であるが、パレート解に囚われて一部の目的関数が十分な値に最適化されないなどの問題がある。本論文では、MOP に柔軟性を持たせたアルゴリズムを提案する。これは、MOP の各成分がある基準以下では増大することを許容するものである。このアルゴリズムを簡単な例題に適用して、その機能を考察する。

2 アルゴリズム

簡単のため、2 次元の目的関数 2 つを同時最適化するアルゴリズムを示す。まず、PSO は N 個の粒子を持つものとし、 i 番目の粒子の位置ベクトルを $\vec{x}_i$ 、速度ベクトルを $\vec{v}_i$ とする。2 つの目的関数を $F_1(\vec{x})$ 、 $F_2(\vec{x})$ とし、これらの最小値は 0 に正規化されているものとする。MOP は、この 2 つの目的関数を同時に最小とする近似解 $\vec{x}$ を見つけることである。

探索するにあたり、粒子は 2 種類の位置情報を交換する。1 つはパーソナルベスト (Pbest) であり、各粒子の探索過程における最適値をあたえる。その粒子位置を $\vec{x}_{pi}$ と記す。もう 1 つはグローバルベスト (Gbest) である。これは Pbest の中の最適値であり、その探索時点における「近似解」を与える。対応する粒子位置を $\vec{x}_g$ と記す。以下に提案するアルゴリズムの一つを定義する。

Step 1 (初期化): 探索回数を t とし、 $t = 0$ とする。粒子の位置ベクトル $\vec{x}_i(t)$ と速度ベクトル $\vec{v}_i(t)$ をランダムに初期化し、これらをもとに $\vec{x}_{pi}$ 、 $\vec{x}_g$ を初期化する。

Step 2 (位置と速度の更新): 粒子の位置ベクトルと速

度ベクトルを更新する。

$$\begin{aligned}\vec{x}_i(t+1) &= \vec{x}_i(t) + \vec{v}_i(t) \\ \vec{v}_i(t+1) &= w\vec{v}_i(t) + c_1r_1\{\vec{x}_p(t) - \vec{x}_i(t)\} \\ &\quad + c_2r_2\{\vec{x}_g(t) - \vec{x}_i(t)\}\end{aligned}\quad (1)$$

ただし $i = 1 \sim N$ 、 w は慣性定数、 c_1, c_2 は良位置に向かう粒子の割合、 r_1, r_2 は $[0, 1]$ の範囲で取られる乱数、 $\vec{x}_p$ は Pbest の位置、 $\vec{x}_g$ は Gbest の位置である。

Step 3 (情報の更新): 以下に従って、Pbest と Gbest を更新する。

$$\begin{aligned}\vec{x}_{pi} &\leftarrow \vec{x}_i(t+1) \text{ if} \\ &\quad F_1(\vec{x}_i(t+1)) < F_1(\vec{x}_{pi}) \text{ or } C_1 \\ &\quad F_2(\vec{x}_i(t+1)) < F_2(\vec{x}_{pi}) \text{ or } C_2 \\ \vec{x}_g &\leftarrow \vec{x}_{pi} \text{ if} \\ &\quad F_1(\vec{x}_{pi}) < F_1(\vec{x}_g) \text{ or } C_1 \\ &\quad F_2(\vec{x}_{pi}) < F_2(\vec{x}_g) \text{ or } C_2\end{aligned}\quad (2)$$

ただし C_1, C_2 はしきい値であると同時に許容誤差の基準値である。これらを組み込むことにより、 F_1, F_2 は基準値以下であれば増加が可能となる。すなわち、より柔軟な探索が行えると推測できる。

Step 4 (近似解判定): 次の条件が満たされたら、近似解が得られたものとして探索を終了する。

$$F_1(\vec{x}_g) < C_1, F_2(\vec{x}_g) < C_2 \quad (3)$$

ただし、 C_1 と C_2 は近似解を与えるしきい値である。

Step 5 (終了判定): $t \leftarrow t+1$ とする。 t が最大探索回数 T_{max} に達したら探索を終了する。達していなかった場合 Step 2 に戻る。

この手法を手法 A と呼ぶことにする。この他に、比較対象として手法 B と手法 C を定義する。まず、 F_1 と F_2 の加重和をとった関数を定義する。

$$F_{12}(\vec{x}) = \alpha F_1(\vec{x}) + (1 - \alpha) F_2(\vec{x}) \quad (4)$$

ここで、 α は、加重比率パラメータである。手法 B は、式 (2) を以下の条件式に変更したものである。

$$\begin{aligned}\vec{x}_{pi} &\leftarrow \vec{x}_i(t+1) \text{ if} \\ &\quad F_1(\vec{x}_i(t+1)) < F_1(\vec{x}_{pi}) \text{ or } C_1 \\ &\quad F_2(\vec{x}_i(t+1)) < F_2(\vec{x}_{pi}) \text{ or } C_2 \\ \vec{x}_g &\leftarrow \vec{x}_{pi} \text{ if} \\ &\quad F_{12}(\vec{x}_{pi}) < F_{12}(\vec{x}_g)\end{aligned}\quad (5)$$

表 1 $T_{max} = 100$ における許容誤差に対する SR

許容誤差	0.001	0.01	0.1	1.0	3.0
A	21.4	40.3	54.8	67.8	79.7
B	61.3	75.3	79.4	82.5	84.3
C	75.6	77.0	78.3	78.4	77.8

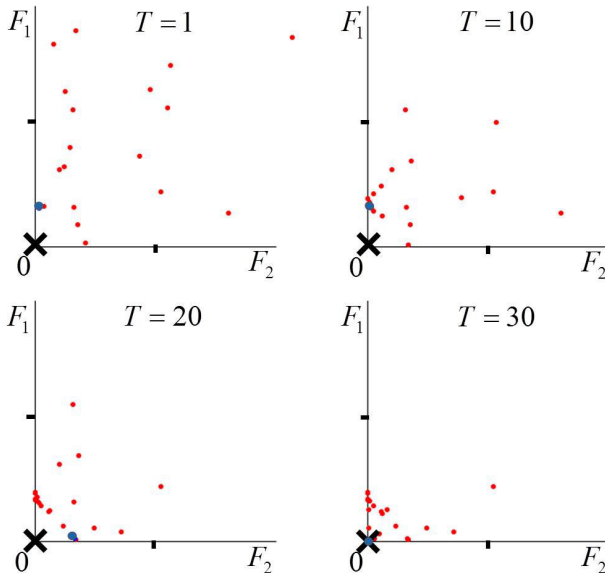


図 1 探索過程での粒子群 ×:最適解
手法 C は、式 (2) を以下に変更したものである。

$$\begin{aligned}
 \vec{x}_{pi} &\leftarrow \vec{x}_i(t+1) \text{ if} \\
 &F_{12}(\vec{x}_i(t+1)) < F_{12}(\vec{x}_{pi}) \\
 \vec{x}_g &\leftarrow \vec{x}_{pi} \text{ if} \\
 &F_{12}(\vec{x}_{pi}) < F_{12}(\vec{x}_g)
 \end{aligned} \quad (6)$$

手法 B では Pbest のみに、手法 A では Pbest と Gbest の両方に許容を持たせており、これにより速度ベクトルへ、そして間接的に位置ベクトルへ影響が現れ、探索特性に違いが生まれると思われる。

3 数値実験

アルゴリズムの探索特性を検討するために、各手法を次式で与えられる簡単な例題に適用する：

$$\begin{aligned}
 F_1(x_1, x_2) &= |(x_1 - 30)x_1(x_1 + 30)|/500 - x_2| \\
 F_2(x_1, x_2) &= |-0.5x_1 + 15 - x_2|
 \end{aligned} \quad (7)$$

慣性定数 w を 0.7、 c_1, c_2 を 1.4、粒子数 N を 20 とする。図 1 は手法 B にて粒子が最適解に近づく様子を示したものである。なお、赤点は各粒子の Pbest の位置、青点は Gbest の位置である。探索回数が少ないうちは Pbest の更新はよく行われているが、Gbest の更新があまり進んでいないことがわかる。また、Gbest が大きく更新されていることからある程度の柔軟な探索が行えていることが窺える。

図 2 は最大探索回数を上げていったときの、各手法の成功率 (SR, 近似解を探索できる率) と最大探索回数の関係を示している。特に最大探索回数を 20 回から 30 回

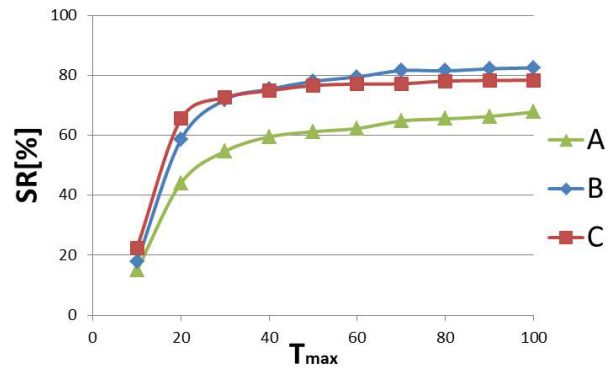


図 2 探索過程

へと引き上げたとき、手法 C および手法 B には大きな変動が見て取れる。すなわち、探索回数上限が低い場合は性能の向上率が高いと思われる。

一方、手法 A は他手法と比べ変動は小さく、最大探索回数が大きくても SR は低い。

そして注目すべきは、探索上限回数 40 付近で、手法 B の SR が手法 A を上回っていることである。表 1 に示したように、許容誤差基準値を緩くするほどに手法 B の SR は上昇している。すなわち、有る程度の近似誤差を許容した場合は、手法 B が有効であると思われる。

4 むすび

探索に柔軟さを持たせた MOP 用の PSO を提案し、初歩的な例題でその機能を検討し、手法 B は有効性を示唆した。様々な例題に対する探索過程の解析等が課題である。

参考文献

- [1] A. P. Engelbrecht, Fundamentals of computational swarm intelligence, Wiley, 2005.
- [2] X. Hu and R. C. Eberhart, Multi objective optimization using dynamic neighborhood particle swarm optimization, in Proc. IEEE Congr. Evol. Comput., pp.1677-1681, 2002.
- [3] S.-T. Hsieh, T.-Y. Sun, C.-L. Lin and C.-C. Liu, Effective learning rate adjustment of blind source separation based on an improved particle swarm optimizer, IEEE Trans. Evol. Comput., 12, 2, pp. 242-251, 2008.
- [4] F. Teixeira and A. Romariz, Digital filter arbitrary magnitude and phase approximations-statistical analysis applied to a stochastic-based optimization approach, in Proc. Congr. Evol. Comput., pp. 4089-4096, 2008.
- [5] Garro, B. A., Sossa, H., Vazquez, R. A.: Design of artificial neural networks using a modified particle swarm optimization algorithm, in Proc. IEEE-INNS Int'l Joint Conf. Neural Netw., pp. 938-945, 2009.
- [6] K. Kawamura and T. Saito, Design of Switching Circuits based on Particle Swarm Optimizer and Hybrid Fitness Function, Proc. IEEE/IECON, pp. 1099-1103, 2010.
- [7] H. Matsushita and T. Saito, Application of Particle Swarm Optimization to Parameter Search in Dynamical Systems, NOLTA, IEICE, E94-N, 10, pp. 458-471, 2011.