A-015

最小最短パススタイナー木に対する近似アルゴリズム

中鉢　昭二郎，山田　敏規
埼玉大学 大学院理工学研究科 数理電子情報部門

1 導入

ワイヤレスメッシュネットワークは近年注目を集めている．ワイヤレスメッシュネットワークでは，ルーター間をマルチホップで通信を行うことにより，低コストで広範囲の通信を行うことができる．通信パターンは，ブロードキャスト（一対全），マルチキャスト（一対多），一対一などが考えられるが，本研究ではマルチキャストについて考える．ネットワーク上のマルチキャスト通信のルーティングは，グラフ上のスタイナー木で表すことができる．また，送信元と受信先ノードを結ぶ経路の長さを短くする最短パス木を構成することで遅延を減少させることができる [1]．さらに，スタイナー木の内部ノードの数を減らすことで，通信回数を減らすことができ，結果としてスループットが増大する [2]．そこで，本研究では，遅延を減らし，スループットを増大させるマルチキャスト通信のルーティングを行うため，グラフ上の内部ノード数最小の最短パススタイナー木を求める問題を考える．まず，本問題を整数計画問題として定式化し，定式化した問題を緩和した線形計画問題の解から本問題の実行可能解を求める手法を提案する．さらに，本手法が高速に最適解に極めて近い解を求めることを計算機実験によって実証する．

2 内部ノード数最小最短パススタイナー木問題

$G=(V,E)$ をワイヤレスメッシュネットワークを表すグラフとする．ここで，G の各点はワイヤレスメッシュネットワークのノード（ゲートウェイ，メッシュルータ）を表し，各辺はノード間が直接通信可能であることを表している．ワイヤレスメッシュネットワーク上の，$s \in V$ を送信元，$M \subseteq V-\{s\}$ を受信先ノードとするマルチキャスト通信は，$\{s\} \cup M$ を含む G の部分木（スタイナー木）T で表される．T の次数 1 の点（ただし，s を除く）を T の葉ノード，それ以外の T の点を T の内部ノードと呼ぶ．s から M の各点への T 上のパスが G 上での最短パスであるならば，T を M によって誘導される s を根とする G の最短パススタイナー木と呼ぶ．

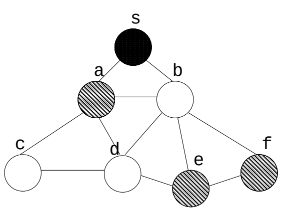

図 1: ネットワーク

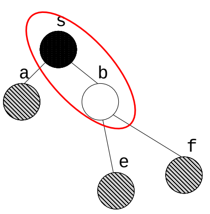

図 2: 最短パススタイナー木

送信元ノードを s，受信先ノードを a,e,f とする図 1 のようなネットワークが与えられたとき，最短パススタイナー木は図 2 のようになる．また，丸で囲まれているノードが内部ノードである．このとき，問題は以下のように定式化される．

内部ノード数最小最短パススタイナー木問題

入力	グラフ $G=(V,E)$，送信元 $s \in V$，受信先の集合 $M \subseteq V-\{s\}$
タスク	内部ノードの数が最小の，M によって誘導される s を根とする最短パススタイナー木を求めよ．

3 最短パスグラフの作成

$G=(V,E)$ をグラフとし，$s \in V$ とする．各点 $v \in V$ に対して，G 上の s から v までの距離（s と v を結ぶ最短パスの長さ）を s を根とする v のレベルと呼ぶ．v のレベルは s を始点として G の幅優先探索を行うことによって求めることができる．良く知られている様に，G の各辺はレベルが高々1 だけ異なる 2 点間を結ぶ G から同一レベル間の辺を削除することによって得られる G の全域部分グラフを s を根とする G の最短パスグラフと呼ぶ．

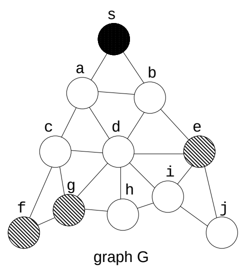

図 3: ネットワーク

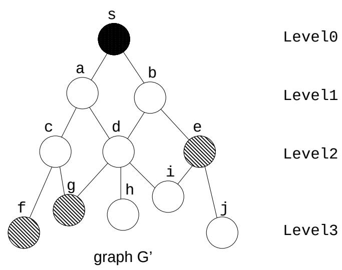

図 4: 最短パスグラフ

図 3 のグラフ $G=(V,E)$ に対して,s を根とする G の最短パスグラフ G' は図 4 のようになる．ここでは s が送信元ノード，e,f,g が受信先ノードである．レベル分けの結果，レベル 0 は送信元ノード s，レベル 1 は a,b，レベル 2 は c,d,e，レベル 3 は f,g,h,i,j になる．任意のノード $v \in V(G')$ に関して，v のレベルが i のとき，レベル $i-1$ のノードと v を結ぶ辺の集合を $\delta^-(v)$, v とレベル $i+1$ のノードを結ぶ辺の集合を $\delta^+(v)$ とする．

4 整数計画による問題の定式化

与えられるネットワーク $G=(V,E)$ に対して，最短パスグラフを G' とする．全てのノード $v \in V(G')$ に変数 x_v を割り当て，全ての辺 $e \in E(G')$ に変数 y_e を割り当てる．ノード v が内部ノードであるとき $x_v=1$, それ以外のとき $x_v=0$, 辺 e が木の辺に採用されるとき $y_e=1$, それ以外のとき $y_e=0$ とする．このとき内部ノード数最小最短パススタイナー木問題は以下のように整数計画問題として定式化できる．

$$\text{最小化} \quad \sum_{v \in V(G')} x_v \tag{1a}$$

条件

$$x_v \in \{0,1\}, y_e \in \{0,1\} \quad (\forall v \in V(G'), \forall e \in E(G')) \tag{1b}$$

$$x_v \leq \sum_{e \in \delta^-(v)} y_e \quad (\forall v \in V(G') - \{s\}) \tag{1c}$$

$$y_e \leq x_v \quad (\forall v \in V(G'), \forall e \in \delta^+(v)) \tag{1d}$$

$$\sum_{e \in \delta^-(v)} y_e \geq 1 \quad (\forall v \in M) \tag{1e}$$

5 提案アルゴリズム

第 4 節の整数計画問題を線形緩和する．すなわち (1b) の条件を，$0 \leq x_v \leq 1$，$0 \leq y_e \leq 1$ に緩和する．線形緩和問題を解き，x_v,y_e を得る．ここで得た解を用いて，近似解を出力する近似アルゴリズムを提案する．

アルゴリズム 1 近似アルゴリズム

1. *input :* 最短パスグラフ G', ノード数 n，全ての $v \in V(G')$ について x_v, 全ての $e \in E(G')$ について y_e.
2. *output :* x'_v,y'_e.
3. G' の頂点をトポロジカルソートする．
4. *for* i←n *to 1 do begin*
5.   *if* $\sum_{e\in\delta^+(v_i)} y'_e > 0$ *then* $x'_{v_i} \leftarrow 1$
6.   *if* $i \neq 1$ *then begin*
7.   *if* $x'_{v_i} = 1$ *or* $v_i \in M$ *then begin*
8. $e \in \delta^-(v_i)$ について，y_e が最大になるとき $y'_e \leftarrow 1$ とし，それ以外は $y'_e \leftarrow 0$.
9.   *end*
10.   *else* すべての $e \in \delta^-(v_i)$ に対して $y'_e \leftarrow 0$.
11.   *end*
12. *end*

6 計算機実験

実験環境

- OS : ubuntu 10.04
- CPU : intel core i3-370M
- メモリ : 4G
- コンパイラ : gcc 4.4.3
- 線形計画ソルバ : GLPK 4.38

実験条件

- 通信領域: 100 × 100 平面
- 送信可能距離 d : 15
- 試行回数: 100 回

実験結果から分かるように，提案アルゴリズムの解は，IP の解と極めて近い値になっている．また，表 1 の最大差 (倍) は 100 回試行中，提案アルゴリズムの解と IP の解で最も差が大きくなる場合で何倍になるかを表している．結果から分かるように最大差も提案アルゴリズムの解は IP の解と大きな差がないことがわかる．また，実行時間に関しても提案アルゴリズムの方が高速である．提案アルゴリズムは実行時間にばらつきはないが，IP の場合，実行時間に大きなばらつきがあり，入力によっては解を出力することが出来ない場合もあった．結果として，計算機実験では提案アルゴリズムは高速に，極めて IP の解に近い値を出力することが分かった．今後の課題として，提案アルゴリズムの解析を行い，理論的に評価をすることがあげられる．

表 1: 実験結果 : 内部ノード数

ノード数	受信先数	IP	提案手法	最大差（倍）
100	25	22.72	23.15	1.13
200	50	26.62	27.56	1.22
400	100	30.57	31.87	1.16
600	150	33.57	34.8	1.18
800	200	36.42	38.26	1.22
1000	250	38.39	40.39	1.22

表 2: 実験結果 : 実行時間

ノード数	受信先数	IP(s)	提案手法 (s)
100	25	0.0061	0.0033
200	50	0.0381	0.019
400	100	0.2456	0.1372
600	150	0.7786	0.4992
800	200	1.7995	1.2941
1000	250	4.5226	2.7419

参考文献

[1] Uyen Trang Nguye(2008). ”On multicast routing in wireless mesh networks”. Science Direct, Computer Communications 31 (2008)

[2] pedro M. Ruiz and Antonio F. Gomez-Skarmeta. “Heuristic Algorithms for Minimum Bandwith Consumption Multicast Routing in wireless Mesh Networks”.10IEEE Symposium on Computers and Communications, 2005.

[3] Guokai Zeng at el. ”Efficient Multicast Algorithms for Multichannel Wireless Mesh Networks”. IEEE TRANSACTIONS ON RARALLEL AND DISTRIBUTED SYSTEMS, January 2010(vol.21 no.1)pp. 86-99

[4] Karp, R.M. “Reducibility among combinatorial problems”. Complexity of computer computations(R.E. Miller, J.W. Thatcher eds.). pp. 85-104. New York: Plenum Press 1972

[5] Uyen Trang Nguyen, Hoang Lan Nguyen. “Multicast Routing Algorithms: from the Internet toWireless Networks”.Technical Report CSE-2008-08 October 9, 2008. pp. 46