G-007

最小集合打問題に対するニューラルネットワーク解法

戸塚　亙志，岩井　啓輔，黒川　恭一
防衛大学校情報工学科　コンピュータ工学研究室

1. はじめに

最小集合打問題とは，全体集合Ｓがあると仮定したとき，Ｓに含まれるすべての部分集合を「打つ」ような，最小数で構成される要素の集合Ｈを求める問題である．言い換えれば，Ｓに含まれるすべての部分集合は，少なくとも１個はＨの要素を含むことになる．

集合打問題はNP完全問題に分類される代表的な問題のひとつであり，現在までにさまざまな解法が提案されている[2][3]．またこの問題は，画像処理，マルチスレッド環境における競合状態やデッドロックの検出，患者の症状に対する薬剤の組合せ，データベースのインデックス作成などにも応用可能である．

そこで本稿では，バイナリニューロンを用いた相互結合型ニューラルネットワークによる最小集合打問題の並列解法を提案する．

2. 最小集合打問題

ここでは，最小集合打問題を簡単な例を用いて説明する．まず全体集合ＳをS={m1,m2,m3,m4,m5,m6,m7,m8}とし，その部分集合をS1={m2,m3,m5}，S2={m1,m3,m6},S3={m2,m3,m5,m7}，S4={m1,m4,m7,m8}，S5={m1,m5,m6,m8}，S6={m4,m7,m8}とする．この問題の解となりうる要素の組合せは，８種類の要素m1～m8のどれを選択するかによって2^8-1=255通り存在する．しかし，全ての部分集合を重複なく打つ要素の組合せは，{m2,m4,m6}及び{m3,m8}の２通りのみである．このうち，{m3,m8}が可能解の内で最小数である２種類の要素からなるため，要素の集合H={m3,m8}がこの例題の解となる．

最小集合打問題の解法として最も単純なものは，上記のような解となりうる要素の組合せの総当たりである．しかし，この方法では，問題の規模が大きくなると，計算コストが指数関数的に増大する．このため，総当たりが実質的に不可能な規模の問題に対する一般的な解法としては，現在までに，接続行列を用いた解法[1]，ヒューリスティックアルゴリズム[2]，遺伝的アルゴリズム（ＧＡ）[4]などさまざまな解法が提案されている．これに対して，本稿はバイナリニューロンを用いた相互結合型ニューラルネットワークによる並列解法を提案するものである．

Neural Network Approach for the Minimal Hitting Set Problem
Koshi Totsuka, Keisuke Iwai and Takakazu Kurokawa
National Defense Academy
1-10-20 Hashirimizu, Yokosuka 239-8686, Japan

3. ニューラルネットワークによる解法

3.1　構成法

まず，各部分集合の要素をそれぞれ１つのバイナリニューロンに対応させる．2. の例では，m1～m8の８種類の要素があるため，その各々に対応する８個のバイナリニューロンN1～N8を図１のように用意する．

次に，全体集合に含まれる要素のうち２種類を選んだとき，両者を含む部分集合が存在する場合，対応するニューロン同士にシナプス結合を設けるというルールに則り，ニューロン間の相互結合網を作り上げる．例えば，m1とm8の場合，両者を含む部分集合としてS4とS5が存在するため，対応するニューロンN1とN8との間にシナプス結合を配置する．一方，m1とm2は，両者を含む部分集合が存在しないため，対応するニューロンN1とN2の間には，シナプス結合を配置しない．このようにして，図１に示すようなシナプス結合網が構成される．

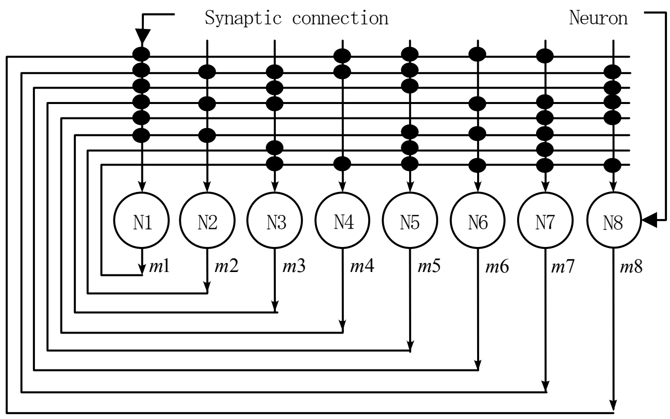


図１： 最小集合打問題用ニューラルネットワーク構成

3.2　動作式

上記のような構成法のもと，ニューロン i の内部状態 U_i は，以下に示す動作式(1)に従ってその値を変化させる．

$$\frac{dU_i}{dt} = -a\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} f(N_i, N_j)\cdot V_j + b\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} f(N_i, N_j)\cdot(1-V_j) \tag{1}$$

ここで関数 $f(N_i, N_j)$ は，シナプス結合を表す関数であり，ニ

ューロンN_iとニューロンとN_jの間にシナプス結合が存在する時$f(N_i, N_j)$=1 に，そうでないとき=0 となるものとする．

この動作式は，第１項によってシナプス結合されている他のニューロンのうち発火している個数に応じてマイナス方向に働く．反対に，発火していない個数に応じてプラス方向に働くために第２項を用意している．また各項の係数(a, b)は，ともに自然数である．

3.3　並列アルゴリズム

上記のニューラルネットワークの動作を規定する並列アルゴリズムを以下に示す．

[Step1]時刻 t に 0 を代入

[Step2]ニューロン内部状態$U_i(t)$と出力 $V_i(t)$を初期化

[Step3]動作式により$\varDelta U_i(t)$を計算

[Step4]　$U_i(t+1)= U_i(t)+\varDelta U_i(t)$により内部状態を更新

[Step5]ニューロンの出力 $V_i(t+1)$を決定

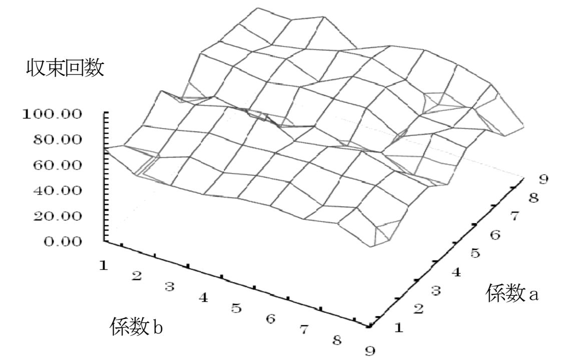
[Step6] t を１増加

[Step7]終了条件を満たせば終了．t が予め設定されている数値以上ならば打ち切る．それ以外は[Step3]へ戻る．

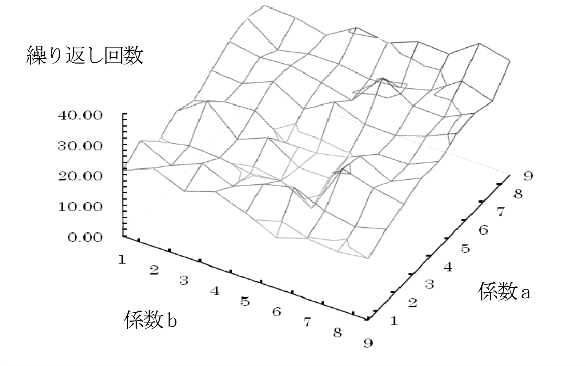
このアルゴリズムで[Step2～5]間は，各ニューロンごと自分の入力に接続されているニューロンの出力をシナプス結合を介して受け取ることにより並列計算可能である．また[Step7]の終了条件は，以下の２つを想定した．まず第１の条件は，解を見つけ出した場合を想定し，現在発火しているニューロンに対応する集合の要素が，問題で与えられている部分集合全てを過不足なく打っている場合である．一方第２の条件は，一定期間変化がなくなった場合，ローカルミニマに陥ったものと判定して試行を打ち切るものである．

3．シミュレーション結果

2．で示した例題に対し，提案したニューラルネットワークが確実に動作することをソフトウェアシミュレーションにより明らかにした．まず，a 及び b という２つの係数値を１から９まで変化させて，各係数の組それぞれに対して，異なる初期状態から開始して 100 回のシミュレーションを行った．その結果得られた収束回数及び解に到達するまでに要した繰り返し回数の平均値として，2．で示した例題をシミュレーションした結果を図２に示す．全部で 8100 回試行した結果，5366 回解に収束し，残りの 2734 回は打ち切られた．解に収束した試行に関して，それまでに要したイタレーション回数（上記アルゴリズムの[step3～7]を繰り返した回数）の平均は 24.9 回で，全試行でも 40 回以内に解に収束した．なお，本シミュレーションで得られた解は 2．で示した{m2, m4, m6}及び{m3, m8}の２種類に限られ，出現頻度は{m2, m4, m6}が 4335 回，{m3, m8}が 1031 回であった．



(a)収束回数の分布



(b)繰り返し回数の分布

図 2：係数値による収束状況と繰り返し回数の変化

4．今後の課題

本稿では，最小集合打問題に対してバイナリニューロンを用いた相互結合型ニューラルネットワークによる並列解法を提案した．さらに，ソフトウェアシミュレーションにより，簡単な例題に対して確実に動作することが確認された．今後，より規模の大きな問題についても詳細に検討していく予定である．

参考文献

[1] 小林邦勝:”集合打問題と接続行列に関する一考察”，信学技報 ISEC2007-120, pp.55-58, 2007.

[2] R.Abreu, et.al.:”A Statistics-directed Minimal Hitting Set Algorithm”, *International Workshop on Principles of Diagnosis*, 2009.

[3] M.Allauddin:”Partition Problem & Hitting Set Problem”, http://www.scribd.com/doc/49151509/Partition-problem-hitting-set-problem/

[4] L.Lin, et.al.:”Computing minimal hitting sets with genetic algorithm”, *International Workshop on Principles of Diagnosis*, 2002.