

多目的施設配置問題の進化型計算による解法に関する研究

Evolutional Solution Method for Multi-objective Facility Location Problem

坂根 章浩† 松富 達夫† 木村 有寿†
Sakane Akihiro Matsutomi Tatsuo Kimura Aritoshi

1. まえがき

本研究では Hotelling によって提案された配置モデルを先駆とする先手後手の区別のある競合する2つの企業において、需要点から獲得できる購買力の最大化を目的としたサービス施設の最適配置を決定する問題を考える。先手後手共に直後、あるいは自身より先に競合する施設が参入してくることを考慮した上で、予め決められた候補地から最終的な利益が最大となる配置を決定する。施設配置を評価する際、各企業の複数レベルの施設の配置を計画するものとして、獲得顧客購買力の最大化、獲得顧客の総移動距離最小化、および建設費の最小化を目的関数とした問題を多目的施設配置問題として定式化する。このような多目的最適化問題に進化型計算を適用した解法を検討する。また、近傍解の探索に SA を採用し、解の改善を試みる。

2. 1 記号の定義

X_{ij}, Y_{ij} ($i=1, 2, \dots, n$): レベル i の先手の施設 j , レベル i の後手の施設 j

P_j : 顧客 j

$d(X_j, P_j)$: 先手の施設 j と顧客 j 点間のユークリッド距離

$d(Y_j, P_j)$: 後手の施設 j と顧客 j 点間のユークリッド距離

$w_i \in [0, \infty]$: 顧客 i の購買力

k_j ($j=1, 2, \dots, N$): レベル j の施設の勧誘力

SA_j : 先手の施設 j , によりサービスの提供を受ける顧客点の集合

SB_j : 後手の施設 j によりサービスの提供を受ける顧客点の集合

C_j : 先手の施設 j の設置コスト

S_j : 後手の施設 j の設置コスト

n : 施設レベル数

m_{Xr} : 先手のレベル r の施設数

m_{Yr} : 後手のレベル r の施設数

N : 需要点数

M : 候補地の数

2. 2 モデルの定式化

本研究ではあらかじめ決められた配置候補地より需要点から獲得できる購買力の最大化を目的とした競合する2つの企業の複数レベルの施設をそれぞれ複数配置する最適配置問題を考える。顧客が存在し各施設が配置可能な空間を $S \in \mathbb{R}^2$ で与える。顧客の分布は S 内の有限個の点の集合点であらわされると仮定し、各点における index を $i \in I$ とおく。各指標 $i \in I$ について、点の位置を $(x_i, y_i) \in S$ とおき、顧客の位置の集合を $P = \{(x_i, y_i) \mid i \in I\}$ とする。競合する2つの企業において、先手を X , 後手を Y で表し各施設に対して、その候補の位置を事前に決定する。レベル j

の施設は顧客獲得に関する勧誘力 k_j を有し、建設時にかかるコストを C_j, S_j とする。また、施設レベル j の獲得できる顧客の範囲は距離により決まるものとし、距離 R_j 以内の顧客に対する勧誘力は k_j , 距離 R_{j+1} 以内の顧客に対しては距離に比例して減少し、 R_{j+1} を超えると勧誘力は 0 になるものと仮定する。

X, Y 企業の i レベルの j 番目の施設の勧誘力は

$$D(X_{ij}) = \{Q \mid d(Q, X_{ij}) \leq R_i\}$$

$$D(Y_{ij}) = \{Q \mid d(Q, Y_{ij}) \leq R_i\}$$

なる領域に対して $P_1 \in D(X_{ij})$ が成り立つ需要点 P_1 は単独の施設の場合には k_j となる。

ただし、

$d(Q, X_{ij})$: 点 Q と X_{ij} のユークリッド距離

これより、各 P_1 に対して以下の変数を定義する。

$$\mu_{Xij}(P_q) = \begin{cases} 0 & : d(X_{ij}, P_q) > R_i + l_i \\ 1 - \frac{d(X_{ij}, P_q) - R_i}{l_i} & : R_i < d(X_{ij}, P_q) \leq R_i + l_i \\ 1 & : d(X_{ij}, P_q) \leq R_i \end{cases}$$

各需要点は上記に定義された相対的な強さにより、それぞれ配置された施設を利用するものとする。需要点 P_1 において X 企業, Y 企業が獲得できる購買力はそれぞれ次のように求めることができる。

$$gg_X(P_1) = \frac{K_X}{K_X + K_Y} w_i$$

$$gg_Y(P_1) = \frac{K_Y}{K_X + K_Y} w_i$$

ここで

$$K_X = \sum_{r=1}^n \sum_{q=1}^{m_{Xr}} K_r \mu_{Xrq}(P_1)$$

$$K_Y = \sum_{r=1}^n \sum_{q=1}^{m_{Yr}} K_r \mu_{Yrq}(P_1)$$

これより、 X 企業および Y 企業の獲得する総購買力はそれぞれ次式で表される。

$$g_X = \sum_{l=1}^N gg_X(P_l)$$

$$g_Y = \sum_{l=1}^N gg_Y(P_l)$$

すなわち、 X, Y 企業の獲得する総購買力は、それぞれの施設の配置に影響を受けることになり、 X, Y 企業の施設配置が決定した時の総獲得購買力をそれぞれ

$$G_X(X, Y), G_Y(X, Y)$$

†近畿大学

とすると X が配置された上での Y の最適反応戦略 R_Y は次のように表される。

$$R_Y(X) = \{Y^* | G_Y(X, Y^*) = \max_Y G_Y(X, Y)\}$$

各施設はあらかじめ決まっている M 個の候補地から選り出すものとする。競合する 2 つの企業のサービス施設の最適配置を決定する問題は次のように定式化される。

多目的最適化問題：

最大化

$$\begin{aligned} G_X(X, Y) \\ G_Y(X, Y) \end{aligned} \quad (1)$$

最小化

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^n C_r m_{Xr} \\ \sum_{r=1}^n S_r m_{Yr} \end{aligned} \quad (2)$$

最小化

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^N \frac{K_X}{K_X + K_Y} d(X_{ij}, P_l) \\ \sum_{l=1}^N \frac{K_Y}{K_X + K_Y} d(Y_{ij}, P_l) \end{aligned} \quad (3)$$

(1) 式は先手後手の最終的な利益の最大化を表し、(2) 式は各施設の建設コストを表す。(3) 式は施設が獲得した顧客までの相対的総距離を表している。

多目的最適化問題は設置コストを最小化し、獲得利益を最大化する各施設の個数とその配置を決定することを表している。

3. 1 進化型計算による解法

本研究は固体表現にバイナリーコードを用い、獲得顧客購買力、総距離、建設費の評価項目に対する進化型計算の解法を検討する。先手後手の関係にある競合施設の配置を決定するにあたって、あらかじめ決まっている M 個の候補地から、前者を後者が直後に参入してくることを考慮した上で自身の利益が最大になるよう適切な位置に配置する。次に、後者を前者の配置された位置を踏まえ利益が最大となる配置場所を決定する。これを繰り返しそれぞれの最終的な配置を決定する。NSGA(非優越ソート GA 法)に基づき個体をランク付けし、同ランクのもので集団を構成する。ランク 1 の最下位のものよりランク 2 の最上位のものは適応度が低いものとし、ランク 1 のものがパレート最適解となる。この時、初期親生成時の候補地の選択確率として設置確率を設定する。また、エリート戦略を適用し、早い段階での解の収束と処理時間の短縮についての検討を行うとともに、解が最適地に近づき、多様性をもつ突然変異確率についても検討する。この際、ランク 1 の個体数が次世代の親数を上回っている場合、混雑度を求め、隣接する個体の距離により次世代の親に反映させる個体を選択する。次世代の親数に達していない場合は下位のランクの個体を追加する。また、解の集団に SA を使用し近傍探索を行う。それにより生成された近傍解、あるいは採択基準で却下された解について最大回数、あるいは解の改善がなされなくなる

までこれを繰り返す。

3. 2 解法手順

フェーズ 1: 初期親の生成。

バイナリーコードを用いて配置された各施設の初期親を生成。

フェーズ 2: 突然変異 (X 企業)。

局所的最適からの脱出を目的とし、突然変異確率を幅広く変化させる。

フェーズ 3: 交叉により同数の子を作成 (X 企業)。

作成した各施設のバイナリーコードから一点交叉により子を作成する。

フェーズ 4: ランク 1 のものに SA を適用 (X 企業)。

進化型計算により得られた解の集団に SA を使用し近傍探索を行う。

フェーズ 5: Y 企業に対しフェーズ 2~4, 6, 7 を繰り返す。

フェーズ 6: 歴代のランク 1 の再構成 (X 企業)。

それまでに記録されたランク 1 と、新しく得られた解のランク 1 を比較し、優れているもので歴代のランク 1 の集団を再構成する。

フェーズ 7: エリート戦略の適用 (X 企業)。

ランク 1 の個体数が次世代の親数に達している場合混雑度により個体を選択し、達していない場合は下位のランクの個体を追加する。

フェーズ 8: フェーズ 1~7 を最大繰返し回数 (max) 行う。

また、設置確率を変化させフェーズ 1~6 までを繰返し、設置確率ごとに比較、検証を行う。

4. 終わりに

本研究では先手後手の区別のある競合する 2 つの施設において、需要点から獲得できる購買力の最大化を目的とした配置を決定する問題の解法について検討を行った。また、事前に挙げた候補地から複数の評価基準を考慮して配置位置を選択決定する問題を多目的組合せ最適化問題として定式化し、その解法を検討した。今後はより階層的なサービスを提供する施設の、競合施設配置問題について効果的な進化型戦略の解法手順の検討を行う上で、SA を利用した高品質な解を得る方法を考え、設配置問題と関連性の強いルーティング問題の解法にも進化型戦略を適用した効果的な方法の検討を行っていくことが課題である。

参考文献

- [1] Deb, K. Pratap, A., Agarwal, S. and Meyarivan, T. "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA II", *IEEE Trans. On Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2, pp. 182-197 (2002)
- [2] 塚本 他 "進化型多目的最適化における多様性維持のための交叉操作の提案", 第 17 回インテリジェント・システム・シンポジウム講演論文集, pp. 321-324 (227)
- [3] 片山謙吾 石淵久生 "メタヒューリスティクスの新の潮流 Memetic アルゴリズム", 計測と制御第 47 巻第 6 号 2008 年 6 月号, pp487-499
- [4] 更井絵満 松富達夫 石井博昭 "施設の勧誘力を考慮した競合施設配置問題", 2003 年 オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会, pp90-91