

# ファジィ関数型推論モデルの学習法

Learning Method of Fuzzy Functional Inference Model

関 宏理\*

Hirosato SEKI

## 1 はじめに

現在、ファジィ制御を始めとして、様々な分野で高木-菅野の推論モデル (T-S 推論モデル) に関する研究が多く報告されている [1],[2]. T-S 推論モデルの規則は、前件部がファジィ集合であるのに対し、後件部は関数である。しかしながら、これは直感的に合わない。前件部がファジィ集合で表されるならば、後件部もファジィ集合で表されるのが自然といえよう。このような背景から、Seki と Mizumoto [3],[4] は T-S 推論モデルの後件部を関数からファジィ関数に拡張した“ファジィ関数型推論モデル”を提案し、等価性 [5] ~ [13] の観点からその性質を示している。一般的に、ファジィ関数の調整は非常に難しい。しかしながら、著者らは後件部ファジィ集合の底辺や面積から簡単に推論結果を求めることが可能であることを示している。

本研究では上記の性質より、後件部ファジィ集合の底辺のみを学習することにより簡単にファジィ関数を調整する学習法を提案する。また、学習には最急降下法を用い、学習アルゴリズムを導出する。さらに、本推論モデルを用いて医療診断システムを構築し、その適用可能性をも示す。

## 2 ファジィ推論モデル

本章では Min-Max-重心モデル、代数積-加算-重心モデル、ファジィ関数型推論モデルについて述べる。

### 2.1 Min-Max-重心モデル

本節ではまず始めに、Mamdani の推論モデルとして知られる Min-Max-重心モデル [14] について説明する (図 1 参照)。Min-Max-重心モデルの規則は以下のように与えられる。

$$\text{Rule } R_i = \left\{ \begin{array}{l} x_1 = A_i^1, x_2 = A_i^2, \dots, x_n = A_i^n \\ \longrightarrow y = B_i \end{array} \right. \quad (1)$$

ここで  $x_1, x_2, \dots, x_n$  は前件部の入力変数を、 $A_i^1, A_i^2, \dots, A_i^n$  と  $B_i$  はファジィ集合を示す。また、 $i = 1, 2, \dots, M$  であり、 $M$  は規則の総数を表す。

事実 “ $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$ ” とファジィルール “ $A_i^1, A_i^2, \dots, A_i^n \longrightarrow B_i$ ” から各規則の推論結果  $B'_i$  が以下のように求めることができる。

前件部 “ $A_i^1, A_i^2, \dots, A_i^n$ ” に事実 “ $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$ ” が与えられたとき、その規則の適合度  $h_i$  は

$$h_i = \min\{A_i^1(x_1^0), A_i^2(x_2^0), \dots, A_i^n(x_n^0)\} \quad (2)$$

\*大阪工業大学, Osaka Institute of Technology

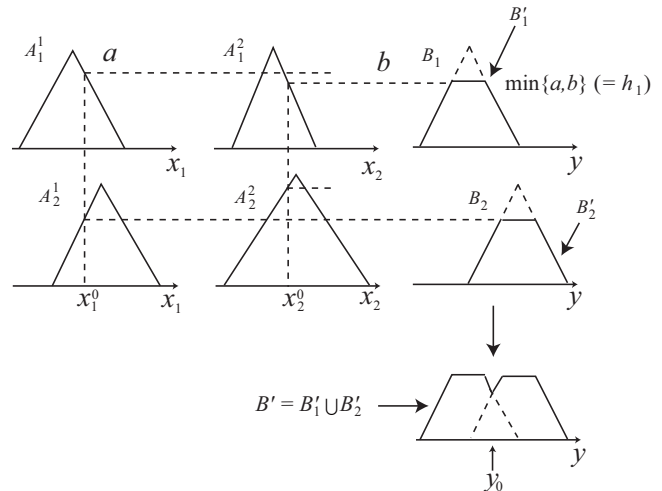


図 1 Min-Max-重心モデル

のように与えられる。そのとき、その推論結果  $B'_i$  は

$$B'_i(y) = \min\{h_i, B_i(y)\} \quad (3)$$

のように与えられる。

式 (1) の結論  $B'$  は  $B'_1, B'_2, \dots, B'_M$  から演算  $\max$  を用いることにより得ることができる。すなわち、

$$B'(y) = \max\{B'_1(y), B'_2(y), \dots, B'_M(y)\} \quad (4)$$

を得ることができる。

得られた結論  $B'$  の代表値  $y_0$  は重心法により以下で得ることができる。

$$y_0 = \frac{\int y \cdot B'(y) dy}{\int B'(y) dy} \quad (5)$$

### 2.2 代数積-加算-重心モデル

次に、本節では代数積-加算-重心モデル [15] ~ [18] について説明する (図 2 参照)。

代数積-加算-重心モデルの規則は Min-Max-重心モデルと同様に式 (1) で与えられる。

事実 “ $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$ ” とファジィルール “ $A_i^1, A_i^2, \dots, A_i^n \longrightarrow B_i$ ” から各規則の推論結果  $B'_i$  が以下のように求めることができる。

前件部 “ $A_i^1, A_i^2, \dots, A_i^n$ ” に事実 “ $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$ ” が与えられたとき、その規則の適合度  $h_i$  は

$$h_i = A_i^1(x_1^0) \cdot A_i^2(x_2^0) \cdots A_i^n(x_n^0) \quad (6)$$

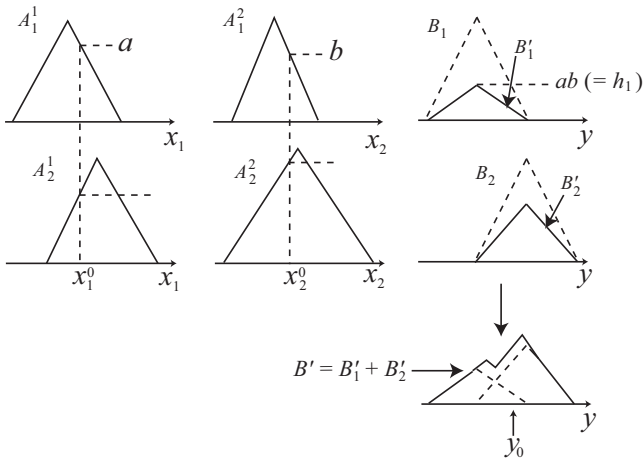


図2 代数積-加算-重心モデル

で得られる。ここで・は代数積を表す。したがって、推論結果  $B'_i$  は

$$B'_i(y) = A_1^i(x_1^0) \cdots A_n^i(x_n^0) \cdot B_i(y) = h_i \cdot B_i(y) \quad (7)$$

のように得られる。

式(1)の結論  $B'$  は  $B'_1, B'_2, \dots, B'_M$  から代数和 (+) を用いることにより得られる。すなわち、

$$B'(y) = B'_1(y) + B'_2(y) + \cdots + B'_M(y) \quad (8)$$

で与えられる。

得られた推論結果  $B'$  の代表値  $y_0$  は重心法により以下のように与えられる。

$$y_0 = \frac{\int y \cdot B'(y) dy}{\int B'(y) dy} \quad (9)$$

### 2.3 ファジィ関数型推論モデル

従来の T-S 推論モデルの前件部はファジィ集合であるが、その後件部は関数である。しかしながら、この構造を直感的に理解することは難しい。前件部がファジィ集合で表わされるならば、後件部もまたファジィ集合で表わされることが自然であろう。

上記の理由から著者らは T-S 推論モデルの後件部を関数からファジィ関数へ拡張した“ファジィ関数型推論モデル”[3],[4]を提案している。本節ではこのファジィ関数型推論モデルについて説明する。

ファジィ関数型推論モデルの規則は以下のように構成される。

$$\text{Rule } R_i = \left\{ \begin{array}{l} x_1 \text{ is } A_1^i, x_2 \text{ is } A_2^i, \dots, x_n \text{ is } A_n^i \\ \longrightarrow y = F_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{array} \right. \quad (10)$$

ここで  $x_1, x_2, \dots, x_n$  は前件部変数,  $A_1^i, A_2^i, \dots, A_n^i$  は前件部ファジィ集合,  $F_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  は後件部ファジィ関数を表す。前件部と後件部が共にファジィ表現である

ことから、本モデルの構造は直感的に理解しやすくなっている。

後件部  $F_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  はファジィ集合で構成されるので、ファジィ関数型推論モデルの最終推論値  $y_0$  は Min-Max-重心モデルや代数積-加算-重心モデルなどを用いることにより得ることができる。たとえば、代数積-加算-重心モデルが用いられるとき、その推論結果  $y_0$  は以下のように得られる(図2参照)。

式(10)の規則, 入力  $x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$  と各々の前件部  $A_1^i, A_2^i, \dots, A_n^i$  が与えられたとき、その適合度  $h_i$  は式(6)のように得られる。

また、各々のファジィルールの推論結果  $F_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)'$  は

$$F_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)'(y) = h_i \cdot F_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)(y) \quad (11)$$

のように得られる。ここで・は代数積である。

式(10)の最終推論値  $F'$  は各々の推論結果  $F_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)'$  を式(8)のように統合することにより得られる。すなわち、

$$F'(y) = F_1(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)'(y) + \cdots + F_M(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)'(y) \quad (12)$$

となる。

結論  $F'$  の代表値  $y_0$  は以下のように求められる。

$$y_0 = \frac{\int y \cdot F'(y) dy}{\int F'(y) dy} \quad (13)$$

注意: 式(11)において代数積を min, 式(12)において代数和を max に置き換えることにより Min-Max-重心モデルを適用することが可能である。

[例] 簡単な例として、ファジィ関数型推論モデルの一次元の場合について考えよう(図3参照)。ファジィ関数型推論モデルの規則は以下のように与えられる。

$$\begin{array}{l} \text{Rule 1 : } A_1 \rightarrow F_1(x) \\ \text{Rule 2 : } A_2 \rightarrow F_2(x) \\ \text{Fact : } x^0 \\ \hline \text{Cons. : } y_0 \end{array} \quad (14)$$

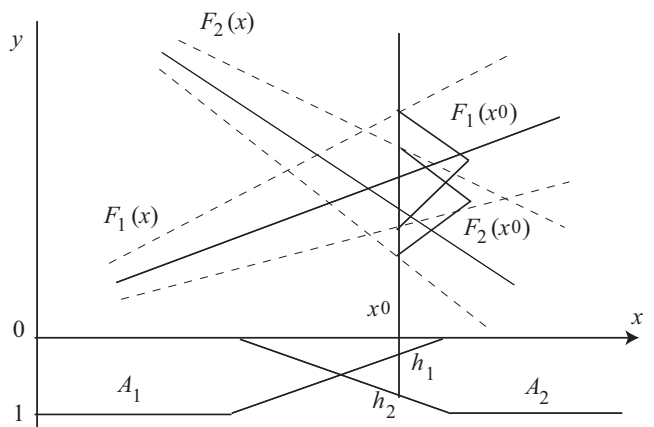


図3 ファジィ関数型推論モデル

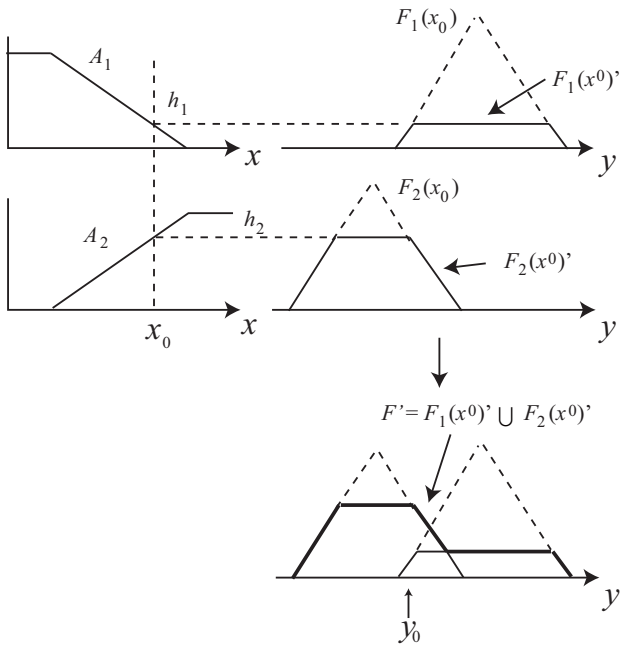


図4 Min-Max-重心モデルを用いた場合

ここで、後件部  $F_1(x)$  と  $F_2(x)$  はファジィ関数である。したがって、入力  $x^0$  が与えられたとき、関数値  $F_1(x^0)$  と  $F_2(x^0)$  はファジィ集合の形で得られる。たとえば、Min-Max-重心モデルを用いたとき、推論結果  $y_0$  は図4のように得られる。

次に、代数積-加算-重心モデルを用いた場合のファジィ関数型推論モデルの性質について復習する [3]。

再度、ファジィ関数型推論モデルの式 (13) の代表値  $y_0$  について考える。

式 (11) における推論結果  $F_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)'$  はファジィ集合の形で得られる。ここで、 $f_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)'$  と  $S_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)'$  は各々、 $F_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)'$  の重心と面積とする。簡単のため、ここでは以下の記号を用いることとする。

$$F_i' = F_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)' \quad (15)$$

$$f_i' = f_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)' \quad (16)$$

$$S_i' = S_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)' \quad (17)$$

式 (12) で与えられた推論結果  $F_i'$  について考える。  $y_i$  を  $F_i'$  の重心、  $S_i'$  を  $F_i'$  の面積と仮定する。そのとき、以下の関係が成り立つ。

$$y_i = \frac{\int y \cdot F_i'(y) dy}{\int F_i'(y) dy} = \frac{\int y \cdot F_i'(y) dy}{S_i'} \quad (18)$$

すなわち、

$$\int y \cdot F_i'(y) dy = S_i' \cdot y_i \quad (19)$$

である。

したがって、式 (12) における  $F'$  の重心  $y_0$  は以下のように変換することができる (詳しい証明に関しては文献 [3] を参照のこと)。

$$\begin{aligned} y_0 &= \frac{\int y \cdot F_i(x)'(y) dy}{\int F_i(x)'(y) dy} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^M h_i \cdot S_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \cdot f_M'}{\sum_{i=1}^M h_i \cdot S_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)} \quad (20) \end{aligned}$$

ここで  $F_i'$  の面積  $S_i'$  は

$$S_i' = h_i \cdot S_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \quad (21)$$

のように与えられる。

さらに、後件部におけるファジィ集合  $F_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$  の面積  $S_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$  はその底辺の長さ に比例している ので、底辺の長さ  $l_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ 、すなわちファジィ関数の幅は以下のように規則に対する重みへ還元できる [3]：

$$S_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) = \frac{1}{2} l_i(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0) \quad (22)$$

### 3 ファジィ関数型推論モデルの学習法

対象システムが複雑になるにつれて、ファジィ集合とファジィルールを設定することが難しくなる。そこで、システムの入出力データに基づいてファジィ集合とファジィルールを自動的に最適に作成することが望まれる。最急降下法を用いたファジィ集合とファジィルールの学習アルゴリズムがすでにいくつか提案されている [19] ~ [25]。したがって、ファジィ関数型推論モデルに対しても同様に自動的に規則を調整することが望まれる。しかしながら、ファジィ関数の調整は一般的に非常に難しいことが知られている。一方、2.3 節で示したように、ファジィ関数型推論モデルの推論結果は後件部ファジィ関数の重心と底辺 (あるいは面積) から求めることができる。

したがって、本稿ではファジィ関数の重心と底辺を学習した新しい学習法を提案し、本手法は複雑なファジィ関数でも調整することが可能であることを示す。

本節ではファジィ関数の重心  $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  と底辺関数  $l_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$  として、以下を用いることとする。

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_0^i + c_1^i x_1 + \dots + c_n^i x_n \quad (23)$$

$$l_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = l_0^i + l_1^i x_1 + \dots + l_n^i x_n \quad (24)$$

ファジィシステムモデルに対して入力パターン  $(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$  が与えられたとき、真の出力を  $y^T$  とし、その教師データに対する本モデルの推論出力が  $y^0$  であったとき、評価関数  $E$  を

$$E = \frac{1}{2} (y^T - y^0)^2 \quad (25)$$

により、真の出力  $y^T$  と実際の推論値  $y^0$  の自乗誤差として定義する。

本稿では、ファジィ集合  $A_j^i(x_i)$  として三角型ファジィ集合を用いることとする。前件部ファジィ集合のパラメータである中心  $a_j^i$ 、幅  $b_j^i$  と後件部ファジィ関数の重心パラメータ  $c_j^i$ 、幅パラメータ  $l_j^i$  は最急降下法により以下のように求められる。

まず、以下の三角型ファジィ集合  $A_j^i(x_i)$  について考える。

$$A_j^i(x_i) = \begin{cases} 1 - |x_i - a_j^i|/b_j^i; & a_j^i - b_j^i \leq x_i \leq a_j^i + b_j^i \\ 0; & \text{otherwise} \end{cases} \quad (26)$$

ここで  $a_j^i$  と  $b_j^i$  ( $i = 1, 2, \dots, q; j = 1, 2, \dots, m_i$ ) は各々、前件部ファジィ集合の中心と幅を表わす。式 (26) から、各々のパラメータの  $t+1$  番目の学習アルゴリズムは以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} a_j^i(t+1) &= a_j^i(t) + \alpha \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot \frac{1}{2} \\ &\quad \cdot (l_0^i(t) + l_1^i(t)x_1 + \dots + l_n^i(t)x_n) \\ &\quad \cdot \frac{\{(c_0^i(t) + c_1^i(t)x_1 + \dots + c_n^i(t)x_n) - y^0(t) x_j\}}{\sum_{i=1}^M h_i(t)\{l_0^i(t) + l_1^i(t)x_1 + \dots + l_n^i(t)x_n\}} \\ &\quad \cdot \frac{\text{sgn}(x_i - a_j^i(t))}{b_j^i(t)} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} b_j^i(t+1) &= b_j^i(t) + \beta \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot \frac{1}{2} \\ &\quad \cdot (l_0^i(t) + l_1^i(t)x_1 + \dots + l_n^i(t)x_n) \\ &\quad \cdot \frac{\{(c_0^i(t) + c_1^i(t)x_1 + \dots + c_n^i(t)x_n) - y^0(t) x_j\}}{\sum_{i=1}^M h_i(t)\{l_0^i(t) + l_1^i(t)x_1 + \dots + l_n^i(t)x_n\}} \\ &\quad \cdot \frac{|x_i - a_j^i(t)|}{(b_j^i(t))^2} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} c_0^i(t+1) &= c_0^i(t) + \gamma \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot \frac{1}{2} \cdot h_i(t) \\ &\quad \cdot \frac{(l_0^i(t) + l_1^i(t)x_1 + \dots + l_n^i(t)x_n)}{\sum_{i=1}^M h_i(t)\{l_0^i(t) + l_1^i(t)x_1 + \dots + l_n^i(t)x_n\}} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} c_j^i(t+1) &= c_j^i(t) + \delta \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot \frac{1}{2} \cdot h_i(t) \\ &\quad \cdot \frac{(l_0^i(t) + l_1^i(t)x_1 + \dots + l_n^i(t)x_n) \cdot x_j}{\sum_{i=1}^M h_i(t)\{l_0^i(t) + l_1^i(t)x_1 + \dots + l_n^i(t)x_n\}} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} l_0^i(t+1) &= l_0^i(t) + \epsilon \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot \frac{1}{2} \cdot h_i(t) \\ &\quad \cdot \frac{\{(c_0^i(t) + c_1^i(t)x_1 + \dots + c_n^i(t)x_n) - y^0(t)\}}{\sum_{i=1}^M h_i(t)\{l_0^i(t) + l_1^i(t)x_1 + \dots + l_n^i(t)x_n\}} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} l_j^i(t+1) &= l_j^i(t) + \zeta \cdot (y^T - y^0(t)) \cdot \frac{1}{2} \cdot h_i(t) \\ &\quad \cdot \frac{\{(c_0^i(t) + c_1^i(t)x_1 + \dots + c_n^i(t)x_n) - y^0(t) \cdot x_j\}}{\sum_{i=1}^M h_i(t)\{l_0^i(t) + l_1^i(t)x_1 + \dots + l_n^i(t)x_n\}} \end{aligned} \quad (32)$$

ここで  $j = 1, 2, \dots, n$  であり、 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta$  は学習係数を表わす。また、 $t$  は学習回数を示し、 $\text{sgn}$  は以下の符号関数を表す。

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & : x > 0 \\ 0 & : x = 0 \\ -1 & : x < 0 \end{cases} \quad (33)$$

#### 4 ファジィ関数型推論モデルによる医療診断システムの構築

本章ではファジィ関数型推論モデルの性能を実際に評価するため、医療診断データに適用し、従来モデルとの比較、検討を行う。医療データは、医師が実際に診断した145個の糖尿病データを用いる[26]。糖尿病データは5入力1出力となっており、各入力項目は以下の5つで構成される。

- 相対体重
- 空腹時血糖値
- ブドウ糖値
- インシュリン値
- SSPG 値

また、範囲をすべて  $[0,1]$  に正規化する。糖尿病データは1群(臨床的糖尿)、2群(化学的糖尿)、3群(正常)に分類されており、推論に使う理想出力値は、それぞれ、1群を1、2群を0.5、3群を0としている。

なお、出力は3群に分類し、以下のように推論出力値0.75以上を1(臨床的糖尿)、0.25以上0.75未満を0.5

(化学的糖尿), 0.25未満を0(正常)とする.

$$\begin{cases} 1 \text{ (clinical diabetes)} & : y^0 \geq 0.75 \\ 0.5 \text{ (chemical diabetes)} & : 0.25 \leq y^0 < 0.75 \\ 0 \text{ (soundness)} & : 0.25 < y^0 \end{cases}$$

初期ルール作成において, 糖尿病診断データに基づいて三角型ファジィ集合を各入力項目の台集合を4等分, 中心を-0.5, 0, 0.5, 1の4点, ファジィ集合の幅をすべて0.5, 学習係数 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta$ をそれぞれ試行錯誤で設定した.

5入力1出力の糖尿病診断データ145個を教師データ72個, 評価データ73個にランダムで振り分ける. 三角型ファジィ集合を用いて推論を行い, 3章で示した学習アルゴリズムを基に各種パラメータを逐次調整する. 学習係数は試行錯誤の上決定した. 学習回数を1000回に設定し, 推論, 学習, 評価を繰り返す. この手法を10回ずつ行った.

医療診断に対する評価誤差を表1に, 正答率を表2に示す. なお, 表中のFFはファジィ関数型推論モデルを, NFは簡略化ファジィ推論モデルを基にしたニューロ・ファジィ法を表わす.

表1, 2から, 評価誤差と正答率共に, ファジィ関数型推論モデルは従来モデルよりも良好な結果を得ていることが分かる.

表1 医療データに対する評価誤差

Case	FF	NF
1	0.0288	0.0348
2	0.0288	0.0352
3	0.0258	0.0320
4	0.0270	0.0333
5	0.0210	0.0263
6	0.0252	0.0308
7	0.0259	0.0272
8	0.0202	0.0195
9	0.0257	0.0335
10	0.0238	0.0263
Average	0.0252	0.0299

表2 医療データに対する正答率(%)

	FF	NF
1	84.9	80.8
2	83.6	79.5
3	84.9	82.2
4	82.2	80.8
5	89.0	87.7
6	84.9	79.5
7	84.9	83.6
8	87.7	87.7
9	84.9	80.8
10	90.4	84.9
Average	85.7	82.7

## 5 おわりに

一般的に, ファジィ関数の調整は非常に難しい. しかしながら, 本稿ではファジィ関数の底辺を用いた学習法を提案し, 簡単でかつ複雑なファジィ関数を設定することができることを示した. さらに, 本推論モデルとその学習法の適用可能性を示すために, 医療診断システムの構築を行った. 本推論モデルは医療データに対する正答率において従来モデルよりも複雑で精巧な結果を得ることができた. さらに, 評価誤差に対しても良好な結果を得られていることから, 医療診断システム以外でも良好な結果を得られるであろう適用可能性をも示された.

本稿では式(24)のようにファジィ関数の底辺を制限しているため, 様々な問題に最適な底辺関数を決定することにより, さらに良い結果が得られることが期待される.

## 参考文献

- [1] M. Sugeno, "An introductory survey of fuzzy control," *Inf. Sci.*, vol. 36, pp. 59–83, 1985.
- [2] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its Applications to modeling and control," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. SMC-15, no. 1, pp. 116–132, 1985.
- [3] H. Seki and M. Mizumoto, "Fuzzy functional inference method," *Proc. 2010 IEEE World Congress on Computational Intelligence, FUZZ-IEEE 2010*, pp.1643–1648, Barcelona, Spain, July 2010.
- [4] H. Seki and M. Mizumoto, "Additive fuzzy functional inference methods," *Proc. 2010 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pp.4304–4309, Istanbul, Turkey, October 2010.
- [5] J. R. Jang and C. T. Sun, "Functional equivalence between radial basis function networks and fuzzy inference systems," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 4, no. 1, pp. 156–159, 1993.
- [6] K. J. Hunt, R. Haas, and M. Brown, "On the functional equivalence of fuzzy inference systems and spline-based networks," *Int. J. Neural Syst.*, vol. 6, no. 2, pp. 171–184, 1995.
- [7] J. M. Benitez, J. L. Castro, and I. Requena, "Are artificial neural networks black boxes?," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 8, no. 5, pp. 1156–1164, September 1997.
- [8] J. L. Castro, C. J. Mantas, and J. M. Benitez, "Interpretation of artificial neural networks by means of fuzzy rules," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 13, no. 1, pp. 101–116, January 2002.
- [9] E. Kolman and M. Margaliot, "Are artificial neural networks white boxes?," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 16, no. 4, pp. 844–852, July 2005.
- [10] C. J. Mantas and J. M. Puche, "Artificial neural networks are zero-order TSK fuzzy systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 16, no. 3, pp. 630–643, June 2008.
- [11] H. Seki, H. Ishii, and M. Mizumoto, "On the generalization of single input rule modules connected type fuzzy reasoning method," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 16, no. 5, pp. 1180–1187, October 2008.

- [12] H. Seki, H. Ishii, and M. Mizumoto, "On the monotonicity of fuzzy-inference methods related to T-S inference method," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 18, no. 3, pp.629–634, June 2010.
- [13] H. Seki and M. Mizumoto, "On the equivalence of fuzzy inference methods: part 1 basic concept and definition," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. (to appear)
- [14] E. H. Mamdani, "Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant," *Proc. IEE*, vol. 121, no. 12, pp. 1585–1588, 1974.
- [15] M. Mizumoto, "Fuzzy controls under various fuzzy reasoning methods," *Inf. Sci.*, vol. 45, pp. 129–151, 1988.
- [16] M. Mizumoto, *Fuzzy controls under product-sum-gravity method and new fuzzy control methods*, Fuzzy Control Systems (ed. A. Kandel and G. Langholz), CRC Press, pp. 275–294, 1993.
- [17] B. Kosco, *Neural Networks and Fuzzy Systems*, Prentice Hall, 1992.
- [18] B. -G. Hu, G. K. I. Mann, and R. G. Gosine, "A systematic study of fuzzy PID controllers—function-based evaluation approach," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 9, no. 5, pp. 699–712, October 2001.
- [19] J. R. Jang, Self-learning fuzzy controllers based on temporal back propagation, *IEEE Trans. Neural Networks*, vol.3, no.5, pp.714–723, 1992.
- [20] H. Ichihashi, Iterative fuzzy modeling and a hierarchical network, *Proc. 4th IFSA World Congress of Engineering*, Brussels, Belgium, pp.49–52, 1991.
- [21] L. X. Wang and J. M. Mendel, Back-Propagation fuzzy system as nonlinear dynamic system identifiers, *Proc. 1992 IEEE Int. Conf. Fuzzy Syst.*, San Diego, USA, pp.1409–1416, 1992.
- [22] X. Cui and K. G. Shin, Direct control and coordination using neural networks, *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol.23, no.3, pp.686–697, 1993.
- [23] C. F. Juang, A TSK type recurrent fuzzy network for dynamic systems processing by neural network and genetic algorithms, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol.10, no.2, pp.155–170, 2002.
- [24] W. Yu and X. Li, Fuzzy identification using fuzzy neural networks with stable learning algorithms, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol.12, no.3, pp.411–420, 2004.
- [25] H. Seki, H. Ishii, M. Mizumoto, "Nonlinear identification and medical diagnosis system using functional-type SIRMs connected fuzzy inference method," *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 6, no. 11, pp. 5275–5286, 2010.
- [26] D. F. Andrews and A. M. Herzberg, *Data: A collection of problems from many fields for the students and research worker*, Springer, 1985.