

## A-22 SAT の At-Most-K 制約における近似符号化の解網羅度の可変性

財前昂平\*, 西村俊二\*\*

(\*大分工業高等専門学校 専攻科 電気電子情報工学専攻, \*\*大分工業高等専門学校 情報工学科)

## 1. 背景・目的

SAT (充足可能性問題) は, 与えられた命題論理式を満たす解 (真偽値割り当て) を見つける問題である. SAT ソルバの著しい性能向上を背景に, スケジューリングやソフトウェア検証などの現実問題を SAT に符号化し, 高速に解くアプローチが様々な分野で成果を上げている[1]. こうした符号化で頻出する「At-Most-K 制約 (命題変数のうち真はK個以下)」は, 変数の増加に伴い, 論理式の節数とリテラル数 (計算コスト) が指数関数的に増加する. よって, At-Most-K 制約の符号化は, SAT を解く上で計算時間が膨大となる原因の1つである[2]. この問題に対し, 計算コストを抑えた近似符号化が提案された[3]が, 制約を正確に表さないため, 解を見逃すリスクを持つ. そのため, 近似符号化は, 正確な手法で求解困難な場合に利用される.

現実問題に対して, 近似符号化を有効活用するには, 「解を見逃すリスク」と「計算コスト」のトレードオフを適切に管理することが不可欠である. そこで本研究は, 解網羅度 (近似符号化の解の数/本来の解の数) と計算コストのバランスを任意に調整できる符号化手法を提案することを目的とする.

## 2. 提案1: 分割の自由化

まず, 図1左に示す従来手法の構造から説明する.  $(Q_1, \dots, Q_n)$  に示す変数は入力変数を示し, At-Most-K 制約が適用される対象である. また,  $(P_1, P_2)$  に示す変数は, 入力変数を補助するために追加された補助変数である. まず, 入力変数をいくつかの部分集合に等分し, (その部分集合に含まれる変数の個数  $\div m$ ) 個の補助変数を追加する. このプロセスを再帰的に繰り返し, 最終的に単一の根を持つ木構造を構築する. 根に対し, 元のAt-Most-K 制約より簡易なAt-Most-K 制約を正確に符号化し, 真の割合を親から子へ伝播させることで入力変数の制約を近似的に表す.

従来手法は, 入力変数を等分し木構造を構築することで計算コストを抑える一方, その構造上, 解網羅度が固定されてしまう. 解網羅度を可変化するために, 図1右の構造のように入力変数の分割を自由にする手法を提案する. これにより, 従来手法では固定されていた解を柔軟に表現でき, 解網羅度を可変化できると考える.

## 3. 提案2: 選択変数の追加

別のアプローチとして, 従来手法に新たに補助変数を追加する. ここでは, この補助変数を選択変数と呼ぶ. 選択変数は, 親から子への伝播を切り替えるための変数である. 従来手法では, 親から子へ真の割合を伝播させる. ここに選択変数を追加し, 真の割合だけでは得られない解を選択変数によって得られるように制約する. 例として, 8個の変数  $\{x_1, \dots, x_8\}$  を At-Most-4 で制約する場合 (この制約を論理式中で扱うための記法として, 以降,  $AtMost4/\{x_1, \dots, x_8\}$  のように記述), 親で真の個数が0個であることを  $\bar{p}_1$  とし, 1個であることを  $p_2$  とすれば, 親から子への伝播は次のようになる. ( $\{x_5, \dots, x_8\}$  についても同様に制約する.)

$$\begin{aligned} s \wedge \bar{p}_1 &\rightarrow AtMost0/\{x_1, \dots, x_4\} \\ s \wedge p_2 &\rightarrow AtMost2/\{x_1, \dots, x_4\} \\ \bar{s} \wedge \bar{p}_1 &\rightarrow AtMost1/\{x_1, \dots, x_4\} \\ \bar{s} \wedge p_1 &\rightarrow AtMost3/\{x_1, \dots, x_4\} \end{aligned}$$

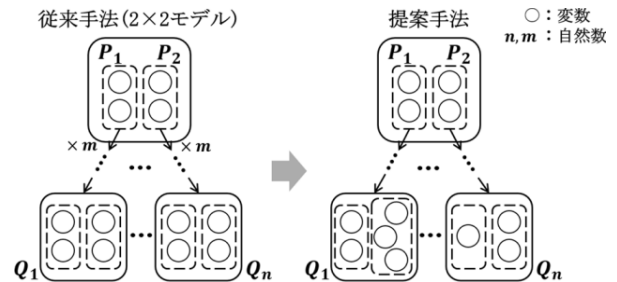


図1 従来手法と提案1の構造

表1 実験結果

	節数	リテラル数	解網羅度(%)
従来手法	44	140	64.89
提案 1.1	62	224	61.75
提案 1.2	31	101	68.65
提案 2.1	51	178	71.78
提案 2.2	46	196	92.16

## 4. 評価

従来手法と提案1, 提案2で  $AtMost5/\{x_1, \dots, x_{10}\}$  を符号化し, 計算コスト, 解網羅度の観点から評価する. 従来手法は, 真偽が固定された変数を追加し,  $\{x_1, \dots, x_{10}, T, F\}$  として符号化する[3]. 提案1.1は, この  $\{x_1, \dots, x_{10}, T, F\}$  を 6:4:2 に分けて符号化し, 提案1.2は,  $\{x_1, \dots, x_{10}\}$  を直接2等分し, 符号化する. 提案2.1は, 従来手法に対して選択変数を追加して符号化し, 提案2.2は, 提案1.2に対して選択変数を追加して符号化する.

実験結果を表1に示す. 提案1は, 提案1.2が示したように, 適切な分割を行うことで, 解網羅度を向上させるだけでなく, 計算コストを減少させることが明らかとなった. 一方で, 提案1.1が示したように, 分割が適切でなければ, 解網羅度は減少し, 計算コストを増加させる. そのため, 提案1を利用する際は, 分割を慎重に行う必要があると考える. また, 提案2は, (従来手法 < 提案2.1 < 提案2.2) の順に解網羅度が増加した. 計算コストの観点からも同様の順に増加する傾向が見られた. このことから, 提案2は, 解網羅度と計算コストのバランスを任意に調節できる手法といえる.

提案1と提案2は, 分割方法や選択変数の設定を試行錯誤することで, 解網羅度と計算コストのバランスを調節できる実践的なアプローチである. このアプローチは, 何度も符号化し, その都度, 解網羅度と計算コストを確認する必要があり, 大規模な問題では大きな負担となる. したがって, 今後の展望として, 実践的なアプローチではなく, 理論的な裏付けに基づいて, 解網羅度と計算コストのバランスを調節する手法が望まれる.

## 参考文献

- [1] 宋 剛秀, 番原 睦則, 田村 直之, 鍋島 英知, 「SAT ソルバの最新動向と利用技術」, コンピュータソフトウェア 35 巻4 号 (2018)p. 72-92.
- [2] Alan M, Frisch and Paul A, Giannaros. SAT Encodings of the At-Most-k Constraint Some Old, Some New, Some Fast, Some Slow. In: Proc. of the Ninth Int. Workshop of Constraint Modelling and Reformulation (2010).
- [3] Nishimura, S. Approximate-At-Most-k Encoding of SAT for Soft Constraints. The 14th Pragmatics of SAT International Workshop (PoS2023), Alghero, Italy, 4-8 July 2023.