

小山 凱士 常田 明夫  
(熊本大学大学院自然科学教育部)

## 1 はじめに

世の中の確率的な事象を数値解析するために乱数が利用されている。乱数を取り扱う技法の総称はモンテカルロ法と呼ばれる [1]。様々な確率的な事象に対応する性質の乱数を生成するために、本研究では3つのカオス2値系列を組み合わせて新たな乱数を生成し、その自己相関特性を調べる。

## 2 カオス写像と自己相関関数

カオス写像  $\tau(x)$  を用いた一次元非線形差分方程式

$$x_{n+1} = \tau(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

に初期値  $x_0$  を入れることでカオス実数値系列  $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$  が生成できる。また、閾値関数

$$\Theta_t(x) = \begin{cases} 0 & (x < t) \\ 1 & (x \geq t) \end{cases} \quad (2)$$

を用いてカオス2値系列  $\{\Theta_t(x_n)\}_{n=0}^{\infty}$  が生成できる。カオス系列(乱数列)  $X_n$  の自己相関関数は

$$R_X(l) = E[(X_n - E[X_n])(X_{n+l} - E[X_n])] \quad (3)$$

と定義される。本研究では、 $R_X(l)/R_X(0)$  ( $l \geq 1$ ) が0や  $a^{-l}$  ( $|a| > 1$ ) となるカオス2値系列を用いる [2]。

## 3 新たな2値系列の生成

3つのカオス2値系列  $A_n, B_n, C_n$  を用いて

$$X_n = A_n C_n + B_n(1 - C_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

により新たな2値系列  $X_n$  を生成する。式(4)において  $C_n = 1$  の場合、 $X_n = A_n$ 、 $C_n = 0$  の場合、 $X_n = B_n$  となる。ここで、 $A_n, B_n, C_n$  は統計的に独立であると仮定し、それぞれ異なる初期値のカオス実数値系列から生成する。本研究では  $A_n, B_n, C_n$  の平均値や相関パラメータ  $a$  を様々に変えてどのような自己相関特性を持つ乱数を生成できるのかを調べる。式(4)の平均を取ると  $X_n$  の平均  $E[X_n]$  は

$$E[X_n] = E[A_n]E[C_n] + E[B_n](1 - E[C_n]) \quad (5)$$

と表せる。さらに  $X_n$  の自己相関関数は

$$\begin{aligned} R_X(l) = & (R_A(l) + R_B(l))(R_C(l) + E[C_n]^2) \\ & + (E[A_n] - E[B_n])^2 R_C(l) \\ & + R_B(l)(1 - 2E[C_n]) \end{aligned} \quad (6)$$

で与えられる [3]。

## 4 数値実験

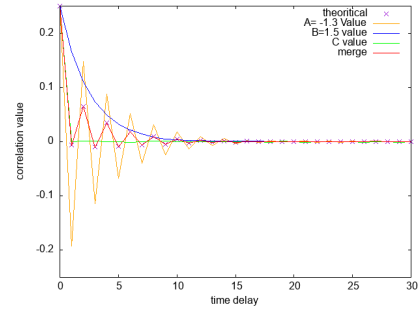
例として、 $E[A_n] = E[B_n] = E[C_n] = \frac{1}{2}$  で  $C_n$  が無相関 ( $R_C(l) = 0$  ( $l \geq 1$ )) の場合を考える。このとき、 $E[X_n] = \frac{1}{2}$  であり、 $X_n$  の自己相関関数は、式(6)より

$$R_X(l) = \frac{1}{4}(R_A(l) + R_B(l)) \quad (7)$$

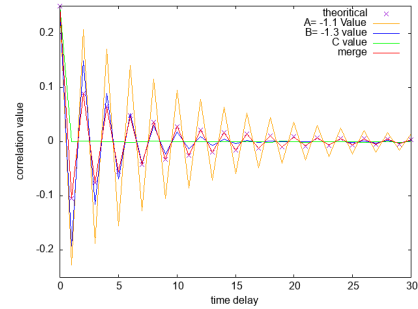
となる。さらに、 $R_A(l)/R_A(0) = a_A^{-l}$ 、 $R_B(l)/R_B(0) = a_B^{-l}$  として数値実験により得られた各2値系列の自己相関関数を図1に示す。 $a_A, a_B$  を変えることで、様々なタイプの自己相関特性が得られていることがわかる。また、数値結果と理論値が良く一致していることも確認できる。式(6)からわかるように、 $A_n, B_n, C_n$  の平均値などの条件を変えて、さらに多様な自己相関特性が実現可能である。

## 参考文献

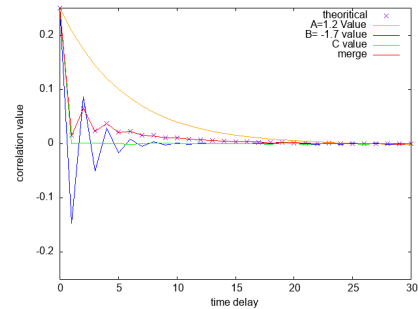
- [1] 津田, モンテカルロ法とシミュレーション, 培風館, 1977.
- [2] A. Tsuneda, "Design of binary sequences with tunable exponential autocorrelations and run Statistics based on one-dimensional chaotic maps," IEEE Trans. CAS-I, vol.52, no.2, pp.454-462, Feb. 2005.
- [3] 奥野, "複数のカオス2値系列を組み合わせた乱数の自己相関特性に関する研究", 熊本大学修士論文, 2024.



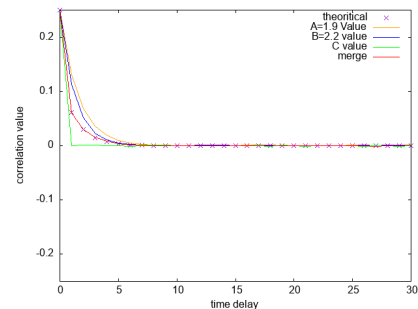
(a)  $a_A = -1.3, a_B = 1.5$



(b)  $a_A = -1.1, a_B = -1.3$



(c)  $a_A = 1.2, a_B = -1.7$



(d)  $a_A = 1.9, a_B = 2.2$

図1: 各2値系列の自己相関関数