揺らぎを用いた最適化の試み

松内　遼太郎†　　塩谷　勇††
†　法政大学理工学部創生科学科　　††　法政大学理工学研究科

1. はじめに

非線形の最適化問題を扱う。最適化問題は評価関数 f(x_1,..,x_n)を最小(または最大)にする x_1,..,x_n を見つける。本報告では最急降下法に揺らぎ[3,2,4]を加えた場合について述べる。最急降下法は最も傾きの大きい方向に、最小点があるとして、その方向に1次元の検索をする。これを繰り返すことで関数 f(..) の最小点(極小点の場合もある)を見出す。

大域的な最小点であるかの保証はさておき、本報告の目的は、できるだけ少ないステップで最小点(または極小点)を推定ステップに乱数による「揺らぎを加える手法」を提案する。揺らぎは、2 つ考えられ、(a)最も傾きの大きい方向の揺らぎ、(b)最小点のある方向の1次元検索の揺らぎがある。すなわち最小点の推定に外乱を加える。この報告では例題を取り上げて、(a)と(b)の揺らぎの効果についての実験結果を報告する。

2. 問題

本研究では、[1]の3つの問題について、シミュレーションによって比較を行う。

「問題 1」関数 f(x_1,x_2)=100(x_1^2−x_2)^2+(x_1−1)^2;最小の真値は f(1,1)=0

「問題 2」関数 g(x_1,x_2,x_3,x_4)=100(x_1^2−x_2)^2+(x_1−1)^2+(x_3−1)^2+90(x_3^2−x_4)^2+10.1[(x_2−1)^2+(x_4−1)^2]+19.8(x_2−1)(x_4−1);最小点はないが、停留点 f(1,1,1,1)=0 がある

「問題 3」関数 h(x_1,x_2,x_3,x_4)=(exp(x_1)−x_2)^4+100(x_2−x_3)^6+tan^4(x_3−x_4)+x_1^8+(x_4−1)^2;最小値は f(0,1,1,1)=0

3. 最急降下法による解法

最急降下法は、空間がなめらかであると仮定して、微分係数に基づいて最小点を探す手法である。3つの問題について、解を求め、解の精度と解に至るステップ数を表にまとめた。10 回の試行の平均を求めた。

4. 最急降下法に揺らぎを加えた場合

最急降下法の各繰り返しの点(x_1,..,x_n)に対して、n 次元正規分布 N(0, σ^2/m)を加えて解を求め、解の精度と解に至るステップ数を表にまとめた。ここで、m は繰り返しの回数を表す。

すべての問題に対して(a)の揺らぎを加えて実験を行った。その結果、問題 1,3 では表1,2 の結果を得ることができたが。問題 2 では定常点があるが、最小点がない関数のためオーバーフローして結果を得ることができなかった。

問題1	x1	x2	f(x1,x2)	m
真値	1	1	0	−
実測値(揺らぎなし)	0.9951485	0.9903014	0.0000236	41229
誤差(揺らぎなし)	0.0048515	0.0096986	−0.0000236	−
実測値(揺らぎあり)	0.9949269	0.9898604	0.0000258	10486.2
誤差(揺らぎあり)	0.0050731	0.0101396	−0.0000258	−

表 1 問題 1 の揺らぎの有無による結果比較

問題3	x1	x2	x3	x4	f(x1,x2,x3,x4)	m
真値	0	1	1	1	0	−
実測値(揺らぎなし)	0.0491162	1.0122729	0.9796374	1.0000171	0.0000236	17401924
誤差(揺らぎなし)	−0.0491162	−0.0122729	0.0203626	−0.0000171	−0.0000236	−
実測値(揺らぎあり)	0.0790514	1.0441990	1.0419452	0.9998495	0.0000053	7324066
誤差(揺らぎあり)	−0.0790514	−0.0441990	−0.0419452	0.0001505	−0.0000053	−

表 2 問題 3 の揺らぎの有無による結果比較

5. まとめ

本報告では、最急降下法における関数の最小解を求める問題において、解の精度と解に至るステップ数の比較を行った。その結果、揺らぎを加えることでの有用性が確認できた。特に、最急降下法では,(a)の揺らぎの手法が有用であることが確認できた。今後は、(b)の揺らぎの手法と[1,5]の手法を適用して高速化を図りたい。

参考文献

[1] D.G. Hull and B.D. Tapley, Square-Root Variable-Metric Methods for Minimization, J. of Opt. Theory and App., 21, 3, 1977.

[2] 澤幡,塩谷, PSO に揺らぎを導入した経路探索, IEICE, ISS-A-055, student-poster, 2021.

[3] I. Shioya and T. Miura, An Accelerated Coordination of Stochastic Multi-Agents by Moving Speed, The Second International Conference on Digital Information Processing and Communications, IEEE, July 10-12, 155-160, 2012.

[4] 澤幡, 塩谷, PSO に揺らぎを導入した経路探索, IEICE, 2022. 3 月発表予定.

[5] Isamu Shioya and Takao Miura, Square Root Update Acceleration of the EM Algorithm in Gaussian Mixture Processes, PacRim 2011 : IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing, 2011/8.