量子アニーリングを用いたハミルトン路検出と評価

柴田　圭悟†　　金納　兼士†　　中村　駿介††
†久留米工業高等専門学校制御情報工学科　　††久留米工業高等専門学校一般科目（理科系）

1. はじめに

ハミルトン路とは，グラフのすべての頂点を一度だけ通る経路のことである．グラフの最小次数が大きい場合，グラフにハミルトン路が存在することは証明されている．しかし，グラフに次数の小さな頂点が存在する場合，ハミルトン路を含んでいるのかを判定することはできない．

本稿では，各頂点の次数が小さいグラフについて，量子アニーリングを用いたハミルトン路の検出法を提案する．

2. 問題設定と定式化

問題設定

［本稿で扱うグラフ］

1)　点の数：9, 16, 25, 36, …, n^2個

2)　点から出ている線の数：2, 3, または4本

上述の条件を満たす正方格子状のグラフから，量子アニーリングを用いてハミルトン路の検出を行う．

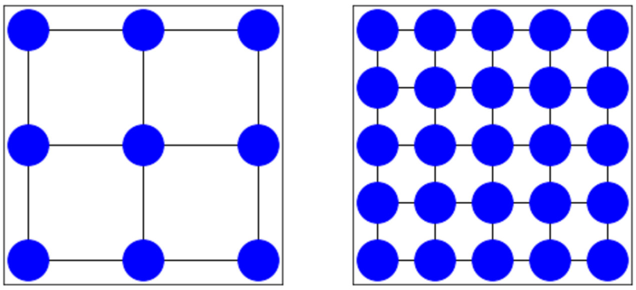

図 1. $n=3$ と $n=5$ のグラフ

問題の定式化

量子アニーリングマシンを利用するために，問題をイジングモデルと等価である QUBO と呼ばれる数式に落とし込む．

$$H=\underbrace{\sum_{i=0}^{|V|-1}\left(\sum_{j\in C_i}x_j-\frac{7}{4}\right)^2}_{①}+\underbrace{\sum_{i=0}^{r-1}\left(\sum_{j\in R_i}x_j-1\right)^2}_{②}$$

$$x_i=\begin{cases}0：\text{辺}i\text{を接続しない}\\1：\text{辺}i\text{を接続する}\end{cases}$$

V：点全体の集合
$|V|$：点の数
C_i：点iに接続している辺全体の集合
r：グラフ列数
R_i：i列目と$i+1$列目を繋げている辺全体の集合

図 2. QUBO への定式化

式①の説明

式①は，始点と終点が 1 で，それ以外は次数が 2 となる制約を意味する．

式②の説明

式②は，縦の列で 1 つの辺だけを結ぶという制約を意味する．この制約は非常に強く，自明な解しか検出できない．

3. 実験結果

定式化した制約条件式②を入れた場合と，除いた場合で実験した結果を図 3 に示す．

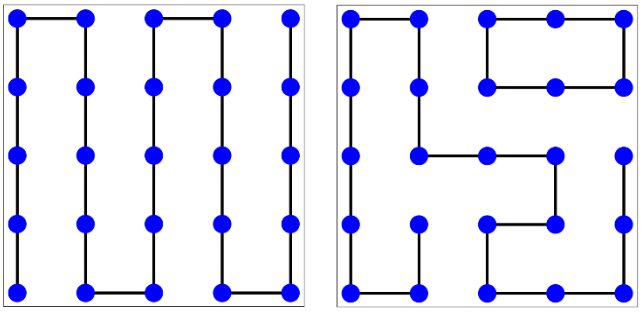

図 3. 実験結果 $n=5$ のとき
(左：②を入れた場合，右：②を除く場合)

4. 考察

制約条件式②を入れた場合は，ハミルトン路を検出できているが自明な解である．しかし，制約条件式②を除いた場合，閉路ができて，正しく検出できていない．これは，始点と終点の次数が 1 で，それ以外の次数が 2 であることを満たしているため，ハミルトン路ではなく，閉路ができる場合でも制約条件式①の最適解になるからである．

5. 今後の課題

制約条件式②は閉路を無くすことを目的として加えた条件である．前述のように，制約条件式②を加えると自明な解は検出できるが，一般性があるとは言えない．閉路を無くす手法として考えられるのは，グラフの直径を最大化することだ．今後は，この条件を QUBO に落とし込み，ハミルトン路が検出できるのかを検証していく．

参考文献

[1] A. Mahasinghe, R. Hua, M. J. Dinneen and R.Goyal, Solving the Hamiltonian Cycle Problem using a Quantum Computer, Proceedings of the Australasian Computer Science Week Multiconference 8 (2019) 1－9.