ペントミノを用いたアンチスライドパズルの解の列挙

宇賀神　慶行†　　武永　康彦†
† 電気通信大学情報理工学研究科

1. はじめに

アンチスライドパズルとは盤面の中に、すべてのピースが盤面の端もしくは他のピースによって移動が妨げられているようにピースを配置するパズルであり、盤面に隙間があってもよい。先行研究ではペントミノを用いたアンチスライドパズルの解の列挙を、二分決定グラフ(BDD)を用いて行っている[1]。列挙されている解には、回転や反転で同一と見なせる解(重複解)が含まれている。本研究では、重複解を除いた異なる解の個数を求める。また対称性を持つ解のみの列挙について、対称性を利用して変数を削減することで、より広い盤面での解の列挙をゼロサプレス型二分決定グラフ(ZDD)[2]を用いて行う。

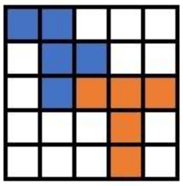

図 1 ペントミノを用いたアンチスライドパズルの例

2. アンチスライドパズルの解の列挙

盤面を n×m の正方格子、左上のマスを(1, 1)として、あるピースが、そのピースを含む最小の長方形の左上のマスの単位正方形がマス(i, j)に位置するように置かれているか否かを表す変数を、(ピースの名前)$_{i,j}$ と定義する。変数はピースが置かれている時 1 の値を取り、置かれていないとき 0 の値をとる。

ピースを配置する条件として、次の 2 点が必要である。

(1) ピースが重なっていないこと
(2) 全てのピースの移動が盤面の端もしくは他のピースによって妨げられていること

これらの条件を表した論理式の全ての論理積をとり、ZDD を作成することで解の列挙を行う。

3. 異なる解の個数の求め方

ピースは同じ種類のものを何回でも使用できるものとする。解が対称性を持つ場合、以下の対称性が存在する。

A:軸が縦の線対称性　B:軸が斜めの線対称性
C:点対称性　D:軸が縦の線対称性と点対称性
E:軸が斜めの線対称性と点対称性　F:90° 回転対称性
G:A～F のすべての対称性を持つ

軸が縦の線対称性のみを持つ解は、全ての解を列挙する際に、2 回数えられている。この重複回数をそれぞれの対称性について調べ、重複回数と A～G の対称性を持つ解の個数、重複解を含む全ての解の個数から、異なる解の個数を求める計算式を示した。

全ての解を求めた結果[1]に条件を追加することによって対称性を持つ解の個数を求め、それぞれの個数を用いて、表 1 に示した結果を得た。

表 1 異なる解の個数

盤面	異なる解の数
5×5	57134
6×6	50519174

4. 対称性を持つ解のみの列挙

対称性を利用することで全ての解を列挙する場合よりも変数の個数を大幅に削減することができ、解の列挙を行うことができる。変数を削減することで、より広い盤面に対する列挙を行うことができる。どれだけの変数を用いるかを検討し、ZDD を用いて実装を行った。その結果、軸が縦の線対称性を持つ解と、軸が斜めの線対称性を持つ解は 10×10 盤面まで、点対称性を持つ解は 8×8 盤面まで列挙を行うことができた。表 2 に実験結果をまとめた。

表 2 対称性を持つ解の個数

盤面	縦線対称	斜め線対称	点対称性
7×7	257178	160048	915650
8×8	26173567	13596341	133481660
9×9	7259286509	2465212175	-
10×10	2073758054897	909956550245	-

参考文献

[1]Takenaga.Y,Yang.X and Inada.A:Anti-Slide Placements of Pentominoe, Japan Conference on Discrete and Computational Geometry, Graphs, and Games, JCDCG³, 2019.
[2]S.Minato:Zero-suppressed BDDs for Set Manipulation in Combinatorial Problems, In Proc. of the 30th ACM/IEEE DAC ,pp.272-277, 1993.