

ECA のスペクトル分解に基づく Rule30, Rule110, Rule126 の関係について

山鹿 由奈[†] 塩谷 勇[†]

[†] 法政大学理工学部創生科学科

1. はじめに

ECA は極めて簡単な並行同期モデルに加えて初期状態とルール番号が決まれば、決定的に動作するにも関わらず、ECA 自体の詳細が未だ完全に解明されておらず、研究対象としても注目を集めている。本研究では、ECA の複雑な挙動の分類を、ECA の状態セルの並びをx軸、時間をy軸のグラフに見立てたときの1次関数および2次関数上の状態値 0 と 1 の power-spectrum から新たな ECA の分類を試みたので報告する。

2. 実験方法

各セルは、ローカルルールを設定することで、現在の時刻から次の時刻における状態を 0 と 1 の記号もしくは白と黒で表す。今回は 1 次元 CA かつ原点(0, 0)のセルのみが黒で、残りがすべて白であるような初期配置をもつ ECA を考える。また、CA のセルの大きさを1とし、座標サイズを 200×200 と 2000×2000 の大きさに検証し、周期境界条件を使用した。

3. 分類結果・考察

3.1 座標サイズ 200×200

実験による power-spectrum の相関係数より、クラスⅣの Rule110 とクラスⅢの Rule30 は、相関係数が 0.7 以上の関数が半数以上を占めていたことから、高い割合で類似していることがわかった。逆に、クラスⅣの Rule110 とクラスⅢの Rule126 は、相関係数が 0.7 を下回る値が多く、あまり類似していない。このことから、Rule110 はランダム性が強いというわけではなく、Rule30 に類似していることがわかる。また、Rule30 と Rule126 では高い相関係数は見られなかった。

次に、power-spectrum から分類を行なった。Rule30 と Rule110 は負領域を多く含む関数では類似していることがわかる(図 2, 3)。これは、関数全体の半数が含まれていた。逆に、同じクラスⅢでも Rule30 と Rule126 は、power-spectrum が類似していると考えられる関数が少ない。このことから Rule30 と Rule110 は近いグループに分類され、Rule126 は別のグループに分類される。

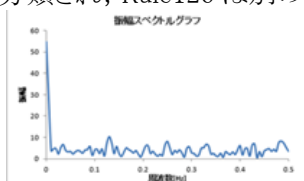


図 1 Rule30 $y=2x$

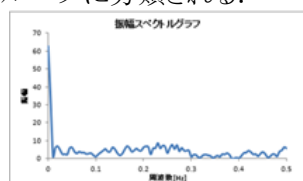


図 2 Rule110 $y=2x$

3.2 座標サイズ 2000×2000

Rule30 と Rule110 の相関係数が最も高い関数が 94.8%も占めていた。なかでも相関係数が 0.7 以上である関数は、77.6%であることから、Rule30, Rule110 は類似していることがわかる。また、Rule110 と Rule126 の相関係数は 0.7 以上の値は見られず、類似していないことがわかる。このことから Rule のみに注目すると Rule110 と Rule30 は同じ分類に分けることができると推測される。逆に、Rule30 と Rule126 では相関係数が 0.4 未満の関数が、他の組み合わせよりも 3 倍ほど存在した。

次に、power-spectrum から分類を行なった。座標サイズを大きくすると、Rule30 と Rule126 のグラフはより違う形になった。また、 $y = 2x - b$ のbが大きくなるにつれて、Rule110 のグラフの周波数の 0.2~0.3 で振幅が高くなったことから、Rule30 と Rule110 のグラフが類似していないものも見られた(図 4, 5)。図は $y = -2x - 1125$ のグラフである。しかし、半数ほど似たような power-spectrum を持っていることから、近いグループに分類される可能性が高い。

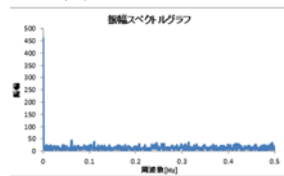


図 4. Rule30

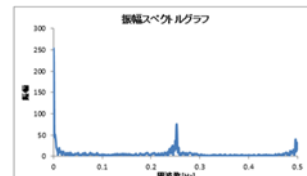


図 5. Rule110

4. 結論

Wolfram の分類は挙動の複雑さに注目しただけであり、個々の Rule の類似性とはあまり関係がないようである。power-spectrum のみに注目すると、Rule30 と Rule110 は近いグループ、少し距離をおいて Rule126 が存在する可能性が高い。特に、Rule30 と Rule126 は異なるグループに分類される。

参考文献

- [1] 北栄輔・脇田佑希子「Excel で学ぶセルオートマトン」オーム社, 2011
- [2] Joel L.Schiff 著・梅尾 博司・Ferdinand Peper 監訳・足立進・磯川 梯次郎・今井 克暢・小松崎 俊彦・李 佳訳「セルオートマトン」共立出版, 2011