チューリングパターンのシミュレーションとクラスター解析

宮路　健太　塩谷　勇
法政大学理工学部創生科学科

1. 目的と概要

本研究では、チューリングパターンの初期状態Aに対して最終状態Bが関数fによりf（A）＝Bとなる性質を利用して、チューリングパターンの模様の表現のシミュレーションをし、そのあと表現された各模様のクラスター解析を行い、最終状態における初期状態との関係性を調べ、関数fの逆関数f^{-1}を求める試みを行う。

2. チューリングパターンについて

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = D_u \Delta_u + f(u,v) \\ \dfrac{\partial v}{dt} = D_v \Delta_v + g(u,v) \end{cases}$$

上記の反応拡散方程式において、2つの拡散係数D_u、D_vが大きく異なり、反応項$f(u,v)$、$g(u,v)$が一定の条件を満たすとき、上記の方程式系で空間的パターンが生じる。このような自発的パターン形成は特定の波数の不安定化が原因であり、この不安定性を拡散誘導不安定性（チューリング不安定性）といい、これによって形成されるパターンをチューリングパターンという。

3. 実験内容

3．1　チューリングパターンのシミュレーション

白と黒のパッチをランダムに配置し、下記の2つの反応拡散方程式を基に、円状（同一方向性拡散）に拡散するモデルと楕円状（異方性拡散）に拡散するモデルを用いて模様の表現のシミュレーションを行う。

（1）同一方向性拡散を表す反応拡散方程式

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = D_u \left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f(u,v) \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} = D_v \left(\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g(u,v) \end{cases}$$

（2）異方性拡散を表す反応拡散方程式

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = D_u \left(a\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f(u,v) \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} = D_v \left(a\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2} + b\dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g(u,v) \end{cases}$$

$$(0 \le a \le 2\,,\ 0 \le b \le 2)$$

3．2　模様のクラスター解析

初期状態として簡略的な模様を20パターン用意し、それぞれチューリングパターンのシミュレーションを行った結果を最終状態とする。この初期状態と最終状態の模様のデータの類似度をユーグリット距離で示し、階層クラスタリングの最長距離法を用いてクラスター解析を行う。

引用・参考文献

[1]Wilensky, U. (2003). NetLogo Fur model
[2]自己組織化ハンドブック：下村政嗣、山口智彦編集幹事p332－337
[3]NetLogo Model Library: Sample Models / Biology Fur
[4]拡散異方性によるチューリングパターン：岩本凌、昌子浩登
[5]反応拡散方程式を使った発生生物学ー魚の体表パターンを例にー：望月敦史、昌子浩登、巌佐庸（九大・理・生物）、近藤滋（理研・発生再生研究センター）
[6]The Comprehensive R Archive Network