

二人一般化七並べの戦略

田中 天希[†] 武永 康彦^{††}

[†] 電気通信大学情報理工学域

^{††} 電気通信大学大学院情報理工学研究科

1. はじめに

今日、ゲームやパズルに関する研究が盛んにおこなわれている。しかし七並べの戦略の研究は、深川[1]によって口頭発表が行われたのみである。

本研究では、二人一般化七並べにおいて、スート数2の場合に自列優先戦略が最適であることの証明を行った。

2. 二人一般化七並べのルールと従来研究

プレイヤー数は2人で、先手をプレイヤー○、後手をプレイヤー×とし、各々が持つカードを○×で表現する。両者は交互に自分のターンをプレーする。出せるカードは各スートのまだ出されていないカードで、値が最大のものである。パスは何度でも可能だが、意図的なパスは禁止とする。手札を先にすべて出し終えたプレイヤーの勝利とする。

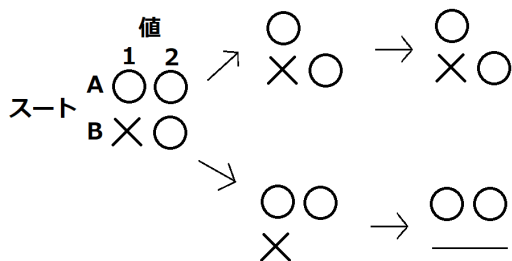


図1. ゲームの進行の例

図1の最も左の盤面は、次にプレイヤー○の手番である状況である。プレイヤー○は出せるカードが2つあり、そのそれぞれの場合に両者が1回ずつプレーした状況を示している。横棒はそのスート列のカードがすべて出されたことを意味する。

深川は、各スート列の最も値の小さいカードが自分の持つカードである列を自列とし、自列に存在する自分のカードを優先して出していく戦略、即ち自列優先戦略が最適だと予想した[1]。

3. スート数2の場合

自列に存在する相手のカード、またはその逆を詰まりと呼ぶ。あるスート列の次に出せるカードが詰まりを成すカードである場合、詰まり状態であるという。詰まりを成すカードが2つ並んでいるとき、詰まり連鎖が1つ存在するといい、その並びを成すカードが出されたとき、連鎖を消費したという。また、2つのスート列のうち、先に詰まり状態になった列を先詰まり列とし、残りを後詰まり列とする。

先詰まり列と後詰まり列の詰まり連鎖数の合計をそれぞれ x, y とすると、次の補題が成立する。

補題. 両者が自列優先戦略に従ってプレーした場合、先詰まり列を自列とするプレイヤーが勝利する必要十分条件は、 $x < y$ である。

証明の概要. 後詰まり列の詰まり連鎖が必ず先に消費されることと、先詰まり列と後詰まり列の詰まり連鎖が必ず交互に消費されること。以上の2つを示すことで証する。

これを用いて、次の定理を証明する。

定理. 自列優先戦略は、スート数2の二人一般化七並べにおいて最適な戦略である。

証明の概要. カードの総数 n に対する帰納法で証明する。基底部分は $n = 3, 4$ で、自列優先戦略が最適であることをゲームが終了するまでプレーすることで示した。

次に、 $n = t - 1, t - 2$ の場合に自列優先戦略が最適であると仮定し、この仮定よりカードが $t - 1, t - 2$ 枚以降は両者とも自列優先戦略に従うとした。カードの枚数が $n = t$ の場合の、盤面を5つに場合分けした。次に一例を示す。

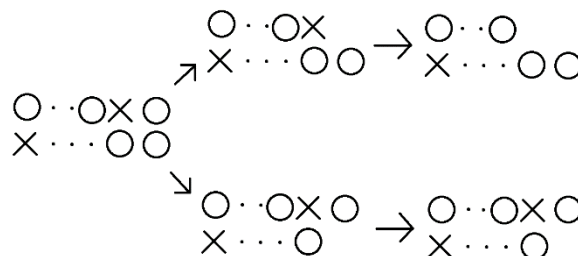


図2. $n = t$ の場合の一例

図2では、上の分岐が、プレイヤー○が自列優先戦略に従ったもので、下の分岐が従わなかったものである。補題を用いて、自列優先戦略に従ってプレーした場合にプレイヤー○が敗北すると仮定し、その場合に自列優先戦略に従わなかった場合でもプレイヤー○は必ず敗北することを、補題を用いて示した。

4. まとめ

本研究では、二人一般化七並べにおいて、スート数2の場合に、自列優先戦略が最適であることの証明を行った。

今後は、スート数3の場合の最適な戦略の解明や、スート数 n の場合など、より普通の七並べに近い状況での戦略を考察したい。

参考文献

[1] 深川 大路, “後退解析を用いた完全情報七並べの解析”, 組合せゲーム・パズル ミニプロジェクト第7回ミニ研究集会(2012).