

# 中立型むだ時間系における制御系設計を支援するソフトウェアの開発

浅野 正人<sup>†</sup> 松木 剛志<sup>†</sup>  
<sup>†</sup> 新居浜工業高等専門学校

## 1. はじめに

状態にむだ時間を含む系は無次元系であり、特に中立型むだ時間系は動特性の複雑さに加えて制御系の性能の限界が自ずと決まってしまうため、設計が困難となる。本稿では、中立型むだ時間系の制御系設計を視覚的に支援する MATLAB のアプリケーションを作成し、同むだ時間系における制御性能について検討する。

## 2. 極配置領域の表示機能の実装

中立型むだ時間系として、以下の自由系を考える。

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + A_1x(t-h) + A_{-1}\dot{x}(t-h) \quad (1)$$

ここで  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 、 $h \in \mathbb{R}_+$  はそれぞれ状態とむだ時間を表し、 $A_0, A_1, A_{-1}$  は適当な次元の係数行列である。

このとき系(1)の特性方程式は

$$\det[sI_n - A_0 - A_1\mu - sA_{-1}\mu] = 0 \quad \mu := e^{-sh} \quad (2)$$

となることから、上式を満たす極は無数存在する。系(1)において極配置領域の表示機能を実装するため、ファデーフの方法[1]によって(2)式の係数を求め、その値からハロルドの方法[2]を採用して極の近傍に初期値を定め、収束計算によって極を求める。

## 3. 制御系の設計機能の実装

制御性能を変更する機能を実装するため、松木らの逆 LQR の構成法[3]を導入する。同手法はむだ時間系においても通常の有限次元 LQR と同様の優れたロバスト性を保証しつつ、指数安定度の指定によって容易にフィードバックゲインをハイゲイン化可能とする。同手法では、系(1)に入力  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  を加えた

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + A_1x(t-h) + A_{-1}\dot{x}(t-h) + Bu(t)$$

に対して、以下の条件を満たすと仮定する。

[条件]  $\alpha \in \mathbb{R}_+$  および  $0 < a \in \mathbb{R}$ 、 $1 < b \in \mathbb{R}$  に対して、

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_1 & \Psi_2^T & \Psi_4^T \\ \Psi_2 & \Psi_3 & 0 \\ \Psi_4 & 0 & \Psi_5 \end{bmatrix} > 0$$

$$\tilde{\Psi} = \begin{bmatrix} cS & (SA_{-1}^T e^{ah})^T \\ SA_{-1}^T e^{ah} & S \end{bmatrix} > 0$$

を満たす正定対称行列  $S, T$  が存在する。ここで、

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= -SA_0^T - A_0S - (a+b+2\alpha)S + BTB^T \\ \Psi_2 &= -S(A_0A_{-1}e^{ah})^T - (a+b)SA_{-1}^Te^{ah} \\ \Psi_3 &= (b-1)S \quad \Psi_4 = -SA_1^Te^{ah} \end{aligned}$$

$\Psi_5 = aS$   $c = (a+b)^{-1}$  である。この解  $S = P^{-1}, T = R^{-1}$  を用いて、逆 LQR の制御則

$$u(t) = -R^{-1}B^TP\{x(t) - A_{-1}x(t-h)\}$$

が設計される。

## 4. GUI アプリケーション化

上述の機能を実装した GUI アプリケーションを図 1 に示す。パラメータを入力後、計算ボタンによって極配置領域が表示される。不安定な制御対象に対して制御系を設計した場合と指数安定度  $\alpha$  を増大させた場合の極配置領域をそれぞれ図 2、図 3 に示す。

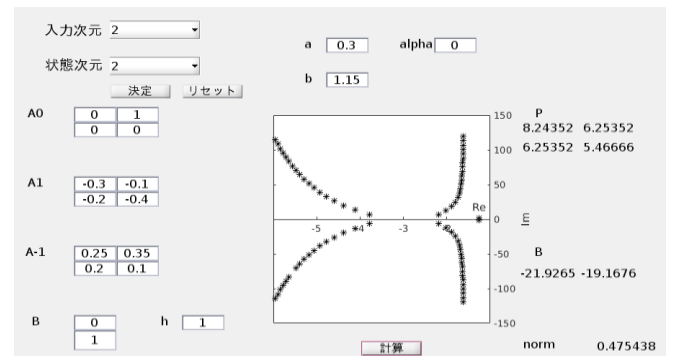


図1. GUI アプリケーションの動作例

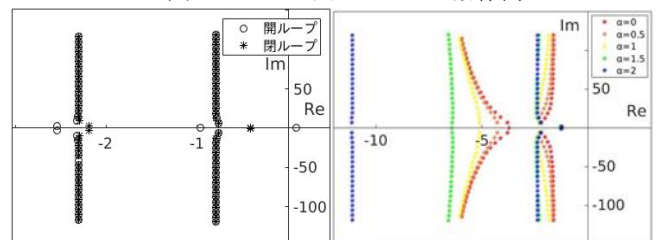


図2. 不安定な制御対象における開ループ極と閉ループ極  
 図3. 指数安定度指定の増大に伴う極の軌跡

## 5. 今後の課題

中立型むだ時間系の制御系設計は、通常、指数安定度  $\alpha$  の上限が自ずと決まり、 $\|A_{-1}e^{ah}\| \geq 1$  のとき安定化が困難となる。しかし、 $\|A_{-1}e^{ah}\| < 1$  であっても制御系が設計できない場合があった。これは、設計条件の保守性が高いことが原因として考えられるため、アプリケーションの適用対象を広げるためには制御系設計法の改良が課題となる。

### 参考文献

[1]阿部 直人, 明治大学科学技術研究所紀要 (1991-1)  
 [2]H. W. Kuhn, *Math. Programming*, 1, 148/158 (1974)  
 [3]T. Matsuki & T. Kubo, *EEJ*, vol. 177, 4, 42/50 (2011)