バブルソートグラフの全域スパイダー

坂本　千夏†　　菊地　洋右†
† 津山工業高等専門学校総合理工学科

1. はじめに

バブルソートグラフ B_n はケーリーグラフの1つであり，ネットワークモデルとしても知られている[1]。スパイダーとは木の 1 つのクラスである。グラフをネットワークモデルとして考えたとき，全域木に関する問題は基本的で重要な問題である。本研究ではバブルソートグラフの全域スパイダーの構成について検討する。特にスパイダーの center から各葉までの距離が $(2 \cdot n!+n(n-3))/(2(n-1))$ の切り上げ以下となるような全域スパイダーを構成するアルゴリズムを設計したいと考えている。

2. 定義と用語

バブルソートグラフ B_n の頂点集合は n 文字上の置換であり，頂点 u, v が隣接するのは $(i,i+1)u=v$, $(1 \leqq i < n)$ なる i が存在するときであり，かつその時に限る。例として図 1 に B_3 を挙げる。B_3 の頂点集合 $V(B_3)$ は{(1,2,3), (1,3,2), (2,1,3), (2,3,1), (3,1,2), (3,2,1)}である。(1,2)(1,2,3)=(2,1,3), (2,3)(1,2,3)=(1,3,2)より，頂点(1,2,3)は頂点(2,1,3)と(1,3,2)と隣接している。

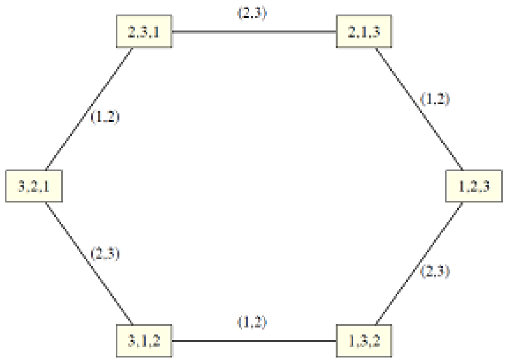

図1. バブルソートグラフ B_3

図2に B_4 を示す。バブルソートグラフ B_n の頂点数は $n!$ であり，各頂点の次数は $n-1$ である。スパイダーとは木の1つであり，center とよばれる頂点があり，center の次数と葉の数が同じである。図 3 にスパイダーの例を示す。図 3 で黒い頂点が center である。

2 頂点間の距離とは，その頂点を結ぶ最短パスに含まれる辺数で定義する。図 3 の center から右下の頂点 u への距離は 3 である。

3. B3, B4 の全域スパイダー

バブルソートグラフ B_3 の頂点(1,2,3)をスパイダーの center とする。パス((1,2,3),(2,1,3),(2,3,1),(3,2,1)),

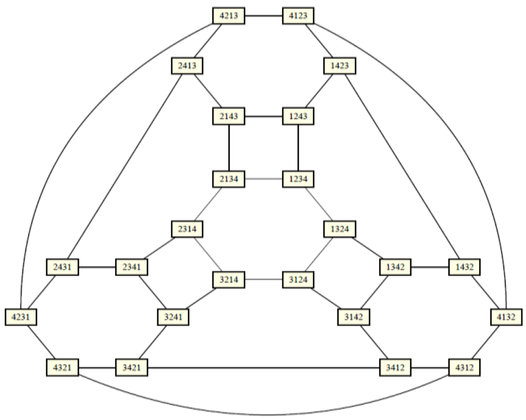

図 2. バブルソートグラフ B_4

((1,2,3),(1,3,2),(3,1,2))は(1,2,3)を center とした全域スパイダーになっている。辺のラベルを用いて書くと，((1,2,3),(2,1,3),(2,3,1), (3,2,1))は((1,2),(2,3),(1,2))であり，((1,2,3),(1,3,2), (3,1,2))は((2,3),(1,2))となる。同様に B_4 においても辺のラベルを使った書き方でパス((2,3),(1,2),(2,3),(3,4),(2,3),(1,2),(3,4),(1,2),(2,3)), ((1,2),(2,3),(3,4),(2,3),(1,2),(3,4),(1,2),(2,3)), ((3,4),(2,3),(1,2),(3,4),(1,2),(2,3))は B_4 の全域スパイダーとなっている。

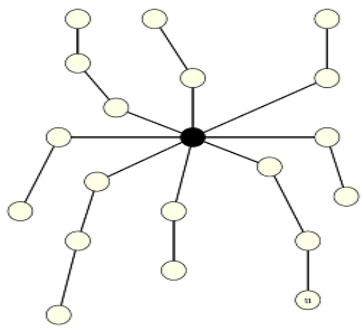

図 3. スパイダーの例

5. まとめ

本研究の目的は B_n の全域スパイダーを求める手法を提案することである。そのために，まず B_3, B_4 の全域スパイダーを構成してみた。今後は一般の n についての構成法を提案したい。

参考文献

[1] Y. Kikuchi, T. Araki, Edge-bipancyclicity and edge-fault-tolerant bipancyclicity of bubble-sort graphs, Info. Processing letters, 100, 52-59(2006).