

一対比較行列の有用性の検証

小林 真[†] 三浦 孝夫[†]

[†] 法政大学理工学部創生科学科

1. まえがき

本研究では AHP 法における一対比較を手掛かりに固有ベクトル法の有効性を検証する。ウェイトは各属性の重要度を記述する数値であり、その計算は一対比較の結果を基にして算出する。各データに対して総合評価値を算出し、これをレーティング値として決定する。本研究では固有ベクトル法(Saaty[1])を基準としてこれを推定する特異ベクトル法(Gass[3])および対数二乗法(Csato[4])を用いて一対比較行列の有効性を検証する。

2 AHP の構造

AHP では各基準に対してどれほど重要なか一対比較値で表す。この時の一対比較値を a_{ij} と表すことができる。この一対比較行列からウェイトを推定するのだが、そのウェイトを w_i とすると $a_{ij}=w_i/w_j$ となる。よって

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \cdots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \cdots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \cdots & w_n/w_n \end{pmatrix}$$

を満たすことになる。

3 一対比較行列と理論行列の独立性の検定

本研究では一対比較行列作成に相関係数を用いる。相関係数からウェイトの求め方として固有ベクトル法[1]、特異ベクトル法[3]、対数最小二乗法[4]を用いる。

4. 実験

4.1 実験手順

本研究では JRA 2016 年 1 月～9 月までの重賞レースの結果 584 件から 5 回以上レースに出場している騎手 34 名のデータから一対比較行列を作成する。用いる評価項目として馬の負担体重、推定上がり、馬体重を用いる。一対比較行列を作成する。求めた一対比較行列から固有ベクトル法、特異ベクトル法、対数最小二乗法それぞれのやり方でウェイトを算出し、最後に総合評価値を求め、上位 10 名の騎手を選定する。

4.2 実験結果

固有ベクトル法から求められた総合評価 10 位までを表 1、特異ベクトル法から求められた総合評価 10 位までを表 2、対数最小二乗法で求められた総合評価 10 位までを表 3 とする。

4.3 考察

また、特異ベクトル法は騎手勝利数ランクに乘ってい

た騎手に限り、戸崎騎手を除いた順位の変動はない。他の方法は順位のばらつきがみられる。

表 1 固有ベクトル法から算出された総合評価

1 C. ルメール	0.22935207803310000
2 F. ベリー	0.22935207803310000
3 S. フォーリー	0.22935207803310000
4 M. デムーロ	0.22935167683296000
5 A. シュタルケ	0.22935154309958000
6 F. ヴェロン	0.22935154309958000
7 吉田豊	0.22935140936620000
8 吉田隼人	0.22935127563282000
9 戸崎圭太	0.22935127563282000
10 横山典弘	0.22935114189944000

表 2 特異ベクトル法から算出された総合評価

1 武豊	0.0294591418876
2 C. ルメール	0.0294104705321
3 F. ベリー	0.0294104705321
4 S. フォーリー	0.0294104705321
5 岩田康誠	0.0294104671023
6 横山典弘	0.0294104386837
7 M. デムーロ	0.0294104357438
8 A. シュタルケ	0.0294104019355
9 F. ヴェロン	0.0294104019355
10 吉田豊	0.0294103847864

表 3 対数最小二乗法から算出された総合評価

1 F. ベリー	0.029411921650
2 S. フォーリー	0.029411920054
3 C. ルメール	0.029411915317
4 M. デムーロ	0.029411876153
5 F. ヴェロン	0.029411851187
6 A. シュタルケ	0.029411847504
7 吉田豊	0.029411834587
8 吉田隼人	0.029411820564
9 戸崎圭太	0.029411813327
10 岩田康誠	0.029411798842

5 結論

固有ベクトル法では 3 人、特異ベクトル法では 4 人、対数最小二乗法では 4 人 JRA の騎手勝利数 10 位までの騎手と同じである。って固有ベクトル法よりも特異ベクトル法、特異ベクトル法よりも対数最小二乗法の方が良いといえる。

参考文献

- [1] 加藤: 例解 AHP; 基礎と応用, 2013, ミネルバ
- [2] Hunter,D.R:MM algorithms for generalized Bradley-Terry models, The Annals of Statistics 32(1), 2004
- [3] Gass, S.I. et al.: Singular Value Decomposition in AHP European Journal of Operational Research 154, 2004
- [4] Csato,L.:A Characterization of the Logarithmic Least Square Methods, Corvinus University of Budapest, 2017