

# 一人用落ち物パズルゲームの必勝性

勝野 誠基<sup>†</sup>      武永 康彦<sup>†</sup>

† 電気通信大学情報理工学部先端工学基礎課程

## 1. はじめに

一人用落ち物パズルゲームとして、ぷよぷよ[1]などで永遠にプレイし続けられるかどうかという必勝性の研究が行われている。本稿では、コラムスとぱにつくボンバーという2つのゲームについて必勝性を検討する。

## 2. コラムスのルール

単位ブロックをジュエルと呼び、縦3つ1組の組ジュエルが落下してくる。組ジュエルは左右の移動または図1のような順序の入れ替えの操作ができる。ジュエルは縦・横・斜めのいずれかで一直線に3つ以上並ぶと消滅し、上に乗っていたジュエルは下に落下して、落下後に同様に3つ以上並んでいれば連鎖する。2つ並んでいて、次の組ジュエルにその色が含まれていれば消せる状態のことをリーチと呼ぶ。

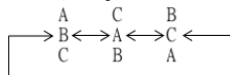


図1. 組ジュエルの順序の入れ替え

## 3. ぱにつくボンバーのルール

基本的なルールのほとんどはコラムスと同じである。単位ブロックをボンと呼び、L字型3つ1組の組ボンが落下してくる。組ボンは左右移動または図2のような回転の操作ができる。

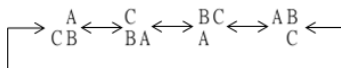


図2. 組ジボンの回転

## 4. コラムスの必敗条件

**定理1.** 盤面の幅が  $w$  のとき、下記の色数  $k$  があればプレイヤーは必敗である。

$$k = \begin{cases} 3 & (w \leq 2) \\ 3 + 5(w - 2) & (w \geq 3) \end{cases}$$

プレイヤーに1度も消させなければ、プレイヤーの必敗にできるため、1度も消させないことを考える。

$w$  が2以下のとき、横や斜めでは消せないため、縦にリーチを作らせなければ良い。よって、3色あれば縦リーチを作れず、従って消せないため必敗となる。

$w$  が3以上のとき、横・斜めのリーチの最大数を考えると、 $5(w-2)$ 個になる。これとは別に3色あれば縦のリーチが作れず、消滅させることもできないため、色数  $k$  が  $3+5(w-2)$ 以上あれば必敗となる。

## 5. コラムスの必勝条件

**定理2.** ジュエルの色数が  $k$  のとき、下記の盤面の幅  $w$  があればプレイヤーは必勝である。

$$w = \begin{cases} 1 & (\text{色数が} 2 \text{以下}) \\ 7 & (\text{色数が} 3) \\ 22 & (\text{色数が} 4) \\ 44 & (\text{色数が} 5) \\ \frac{1}{2}k(k-1)^2 & (\text{色数が} 6 \text{以上}) \end{cases}$$

組ジュエルが特定の2色で構成されている場合、1列あれば一定の高さに留めることができる。また、特定の3色で構成されている場合、3列あれば一定の高さに留めることができる。それぞれ色の組み合わせ毎に専用列を用意し、2色列、3色列と呼ぶ。全ての専用列を並べることができれば必勝となる。ただし、隣り合う専用列に同じ色のジュエルが含まれていると専用列が一定の高さに留められるとは限らないため、隣り合う専用列には同じ色のジュエルを使わないようにする。

3色列、2色列をそれぞれ全て連続で並べると考えると、グラフに置き換えてハミルトン路があることを示せば良く、オーレの定理[2]が有効である。

**オーレの定理.** グラフにおいて、隣接していない任意の2頂点の次数の合計が頂点数以上ならば、そのグラフはハミルトン閉路を持つ。

このオーレの定理は、3色列は  $k$  が16以上のとき、2色列は  $k$  が8以上のとき成り立つ。15以下の  $k$  については、並べ方の具体例を作ることで示した。

## 6. ぱにつくボンバーの必敗・必勝条件

基本的な発想はコラムスと同様である。

**定理3.** 盤面の幅が  $w$  のとき、下記の色数  $k$  があればプレイヤーは必敗である。

$$k = \begin{cases} 2 & (w = 2) \\ 3 + 5(w - 2) & (w \geq 3) \end{cases}$$

**定理4.** ボンの色数が1のとき盤面の幅  $w$  が2、色数が2のとき盤面の幅  $w$  が8あればプレイヤーは必勝である。

## 7. 今後の課題

ぱにつくボンバーの色数が3以上のときの必勝条件を求めることが重要な課題である。

## 参考文献

[1] Y.Takenaga and Y.Shimada, "Strategies for Single-Player PuyoPuyo", ICGA Journal (to appear).  
 [2] O.Ore, Note on Hamilton circuits, Amer. Math. Monthly, vol. 67, no. 1, p. 55, 1960.

謝辞 本研究の一部はJSPS科研費15K00505の助成を受けたものです。