

# 一般化 QUIXO の計算複雑さ

三柴 翔平<sup>†</sup>

武永 康彦<sup>††</sup>

<sup>†</sup> 電気通信大学情報理工学部情報・通信工学科

<sup>††</sup> 電気通信大学大学院情報理工学研究科

## 1. はじめに

パズル・ゲームについて計算量の観点からも数多くの研究がされている。

本研究では、一般化 QUIXO の先手必勝問題が EXPTIME 完全であることを証明する。

## 2. QUIXO のルール

QUIXO は○プレイヤーと×プレイヤー2 人で行うボードゲームである。○、×、マーク無しの 3 種類の面を持つ立方体のキューブを用いる。初期盤面は5×5でマーク無しの面を上にしたキューブを 25 個並べたものとする。プレイヤーは交互に以下の操作を行う。外周のキューブのうちマーク無しのものか、自分のマークの 1 つを抜き取り、自分のマークを上にして、そのキューブが配置されていた列あるいは行の端から 1 ヶ所選び、スライドして押し出す。初めに自分のマークのキューブ 5 個を縦、横、斜めのいずれかに並べることができたプレイヤーが勝ちとなる。また、キューブを押し出したときに両方のプレイヤーのマークが揃った場合は押し出した側のプレイヤーの負けとなる。

## 3. 一般化 QUIXO の EXPTIME 完全の証明

QUIXO の盤面のサイズを  $n \times n$  に一般化し、自分のマークを 5 個以上縦、横、斜めのいずれかに並べることができたプレイヤーが勝ちとする。与えられた任意の局面から先手が必勝となるかを判定する一般化 QUIXO の先手必勝問題を考える。

定理 1 一般化 QUIXO の先手必勝問題は EXPTIME 完全である。

略証 EXPTIME 困難性の証明のために EXPTIME 完全であるゲーム G3 の先手必勝問題[1]から帰着する。G3とは、2 人で行う論理式ゲームである。入力として、論理変数の集合  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ ,  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_l\}$  と  $A \cup B$  上の積和形式の論理関数  $AWIN = A_1 \vee A_2 \vee \dots \vee A_p$ ,  $BWIN = B_1 \vee B_2 \vee \dots \vee B_q$  が与えられる。G3 のプレイヤーは交互に先手は A、後手は B の変数の内 1 つの値を反転させ、後手(先手)プレイヤーが変数の値を変えた後に  $AWIN(BWIN)$  が 1 であれば先手(後手)の勝ちとなるゲームである。

図 1 に G3 をシミュレートした一般化 QUIXO の構成を示す。図 2 の小さな四角は変数部である。A の各変数に対応する変数部を○変数部と呼ぶ。横の 1 行が 1 つの変数、縦の 1 列が 1 つの積項に対応する。A の変数が積項に正リテラルとして表れる場合、その位置には図 3 の○変数部を配置する。負のリテラルとして表れる場合、その位置には負のリテラルの○変数部を配置する。変数部は矢印の指している列(変数列)を左右に動かすことで変数の値を変えることができる。また図 3 の縦線を積項列とする。

変数部の他に以下の 4 つの部品を作成した。勝利部は図 3 のように変数部の上に配置する。 $AWIN(BWIN)$  が 1 のときのみ先手は積項列を動かすことができ、勝利部

でマークを 5 個揃えることができる。変数部に対する悪手制裁部は変数部の変数列と積項列以外の列を動かされないようにする。着手制御部は、G3 の一般化 QUIXO のシミュレートにおいて、変数列と積項列以外の列を動かしてはいけないので、この部品によって、プレイヤーの着手を制限することができる。外周に対する悪手制裁部は、各部品の外周の並びを崩す操作をしたプレイヤーの負けとなる構成となっている。

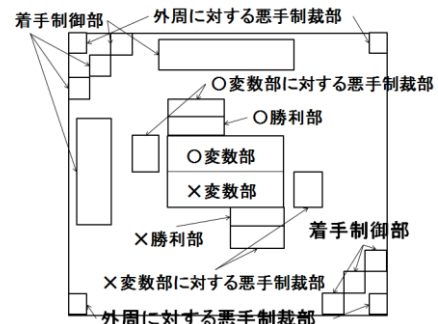


図 1 シミュレーションの構成

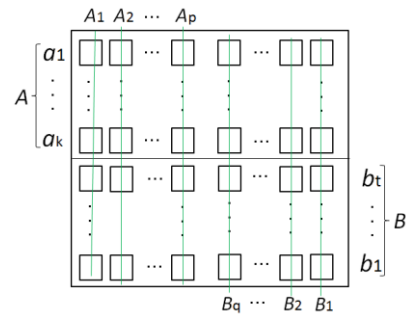


図 2 変数部の構成

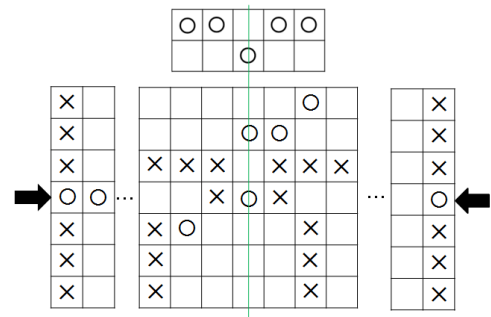


図 3 変数部(中央)と勝利部(上)

以上の部品によって、G3 をシミュレートした一般化 QUIXO の盤面は多項式時間で構成できる。

## 参考文献

[1] L. J. Stockmeyer, A. K. Chandra: " Provably difficult combinatorial games," SIAM J. Comput., 8, No.2, pp.151-174, 1979.

謝辞 本研究の一部はJSPS 科研費 15K00505 の助成を受けたものです。