MapReduce 計算における並列論理回路の効率的なシミュレーションについて

間々田　剛史†　　　和田　幸一†
† 法政大学大学院理工学研究科応用情報工学専攻

1. はじめに

現在ビックデータが注目されている中で，それらの並列分散処理を行うために MapReduce という分散フレームワークが存在する．本研究では，MapReduce 計算モデル[1]に基づいて論理回路のシミュレートを行う．その論理回路は並列コンピュータ上で効率的に解ける問題のクラスである NC に含まれる AC や TC に属する回路である．MapReduce 計算モデルでシミュレートするために回路の変換を行い，MapReduce 計算モデルで効率的に解ける事を示した．

2. MapReduce 計算モデル(MRC)について

MapReduce 計算モデルを定義する[1]．

定義 1　mapper μ は RAM であり，key 値対 $\langle k, v\rangle$ を入力としてとり，key 値対のリスト，$\langle k_1, v_1\rangle$，$\langle k_2, v_2\rangle$ を出力する．

定義 2　reducer ρ は RAM であり，各 key k とその値のリスト $\langle v_1, \ldots, v_m\rangle$ を入力として受け取り，各 key　k と，新しい値のリスト $\langle v_1', \ldots, v_m'\rangle$ を出力とする．

定義 3　MRC とは MapReduce Class の略称であり，以下の条件を満たすものである．

MRC^i は mapper μ_i と reducer ρ_i の列 $\langle \mu_1, \rho_1, \mu_2, \rho_2, \cdots, \mu_R, \rho_R\rangle$ であり，map，reduce の容量は $O(N^c)$ であり，それぞれの個数は $O(N^c)$ 個存在する．但し，N は入力サイズで，c は $1/2 \leqq c < 1$ を満たす．また，$R=O(\log^i N)$ である．

3. 論理回路について

本研究で使用する論理回路について説明を行う．まず，論理回路の大きさや深さなどで分類される，NC，AC や TC について定義を行う[2]．最初に NC^k の定義を行う．

定義 4　クラス NC^k ($k \geqq 0$ の定数)

深さ $O(\log^k n)$，多項式サイズ，ファンインが定数に制限された AND ゲート，OR ゲート，NOT ゲートからなる一様な論理回路によって解ける問題の集合．

この NC^k の部分クラスとして AC^k や TC^k が存在する．

定義 5　クラス AC^k ($k \geqq 0$ の定数)

深さ $O(\log^k n)$，多項式サイズ，ファンインの制限のない AND ゲート，OR ゲート，NOT ゲートからなる一様な論理回路によって解ける問題の集合．

定義 6　クラス TC^k($k \geqq 0$ の定数)

AC^k の回路に majority ゲート(入力数の過半数が 1 なら 1，そうでないなら 0 を返すゲート)を付け加えた回路によって解ける問題の集合．

定義から $AC^k \subseteq TC^k$ であり，$TC^k \subseteq NC^{k+1}$ が成り立つ[2]．本研究では，NC^{k+1} の部分集合である AC^k や TC^k が MRC^k の部分集合となる事を示す．

4. MRC^k で論理回路のシミュレートを行う

クラス TC^k に属する論理回路を MRC^k でシミュレートを行うために，最初に回路の変換を行う．

MRC モデルの定義より,一つの reducer にゲート一つの情報が入らないこともあるので回路の変換を行う必要がある．変換はゲート一つ当たりのサイズが N^c 以下になるように変換する．変換の際に，元のゲートが複数のゲートに分割される時は，その複数のゲートから出力される値を集めて計算するゲートも新たに作成する必要がある．このようにして回路の変換を行う．

また，変換した回路は，深さが定数倍で収まるので，TC^k に属する回路を変換した回路は 1 段当たり，定数ラウンドでシミュレートできる．

TC^k に属する論理回路は深さが $O(\log^k n)$ であり，回路の変換も定数ラウンドでできるので，$O(\log^k n)$ ラウンドでシミュレート可能である．アルゴリズムの詳細は[3]を参照．

定理 1

$AC^k \subseteq TC^k \subseteq MRC^k$

このことにより，ほとんど NC^{k+1} を MRC^k でシミュレートできることを示した．

5. まとめ

MRC^k の元で計算できるように，回路の変換を行うことにより，MRC^k でも AC^k や TC^k に属する論理回路が効率的にシミュレートできることを示した．今後は NC^{k+1} が MRC^k に含まれるかという問題が残されている．

参考文献

[1]Benjamin Fish, Jeremy Kun, Adam D. Lelks, Lev Reyzin and Gyorgy Turan, On the Computational Complexity of MapReduce, Proceedings of 29th International Symposium on Distributed Computing (DISC 2015), Lecture Notes in Computer Science, 9363, 1--15, 2015.

[2]David S.JOHNSON.A Catalog of Complexity Classes . In J.van Leeuwen , editor , Handbook of Theoretical Computer Science,Volume A:Algorithms and Complexity, 67-161,1990.

[3]間々田　剛史，MapReduce 計算の並列複雑さに関する研究．法政大学大学院理工学研究科応用情報工学専攻修士論文，2016