

BDD を用いたアンチスライドパズルの列挙

山尾 里穂[†]

[†] 電気通信大学情報理工学部情報・通信工学科

武永 康彦^{††}

^{††} 電気通信大学大学院情報理工学研究科

1. はじめに

二分決定グラフ(BDD: Binary Decision Diagram)[1]を用いて組み合わせ問題の解を求める研究が数多く行われている。アンチスライドパズル[2]は長方形や直方体などの枠内に、傾きや回転を与えてもピースがスライドしないようにピースを配置するパズルである。

本研究では BDD を用いてアンチスライドパズルの解の個数を求めることを目的とする。

2. BDD

BDD は論理関数を表現するデータ構造の 1 つで、有向非循環グラフである。定数節点と呼ばれる終端節点、変数節点と呼ばれる非終端節点を持つ。定数節点は論理値 0 と 1 の定数でラベル付けされており、変数節点は変数でラベル付けされている。変数節点は 0 枝と 1 枝の 2 つの出枝を持つ。

3. BDD を用いたアンチスライドパズルの解法

本研究では平面上のアンチスライドパズルを考え、盤面を $n \times m$ の正方形格子の長方形とし i 行 j 列のマスを (i, j) と表す。ここでは $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$ とし、左上のマス $(1, 1)$ とする。アンチスライドパズルの制約条件として以下の 2 つが挙げられる。

- 全てのピースは移動が阻止されている
- 1 つのマ스에ピースは 2 枚以上配置されない

本研究では、正方形を 2 つ繋げた 1×2 ピースのみを用いた場合と、正方形を 3 つ繋げた L 字型ピースのみを用いた場合とで制約条件を示し、実験を行った。

3.1 変数の定義

論理式に用いる変数は各マスに対して配置するピースの向きの種類分用意する。 1×2 ピースは横向きと縦向きがあるので 2 つの変数 $x_{i,j}, y_{i,j}$ を用いる。図 1 は $x_{i,j} = 1$ と $y_{i,j} = 1$ を示している。また、L 字型ピースの向きは 4 種類あるので 4 種類の変数を用いる。

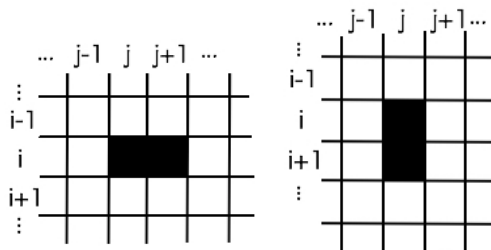


図 1 変数 $x_{i,j} = 1, y_{i,j} = 1$

論理関数 $A_{i,j}, B_{i,j}$ を以下のように定義する。

$$A_{i,j} = \begin{cases} 1 & x_{i,j} = 1 \text{ または } y_{i,j} = 1 \text{ のとき移動不可能} \\ 0 & x_{i,j} = 1 \text{ または } y_{i,j} = 1 \text{ のとき移動できる} \end{cases}$$

$$B_j = \begin{cases} 1 & x_{i,j} = 1 \text{ または } y_{i,j} = 1 \text{ のとき重ならない} \\ 0 & x_{i,j} = 1 \text{ または } y_{i,j} = 1 \text{ のとき重なっている} \end{cases}$$

全ての i, j において $A_{i,j}, B_{i,j}$ が 1 となる時制約条件を満たしている。ピースの移動を不可能にするためには上下左右に移動を阻止するようにピースが配置されていなければならない。図 2 は $x_{i,j} = 1$ のとき上方向の移動を阻止する配置パターンである。

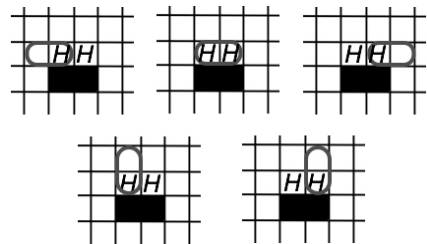


図 2 上方向の移動を阻止する配置

4. 実験結果

変数順序は $(1, 1), (1, 2), \dots, (1, m), (2, 1), \dots, (n, m)$ とする。表 1, 2 に実験結果の一部を示す。

表 1 1×2 ピースでの 実験結果 表 2 L 字型ピースでの 実験結果

n	m	解の数	n	m	解の数
3	3	3	4	4	231
4	4	37	5	5	6099
5	5	245	6	6	730549
6	6	8283	7	7	181031723
7	7	263849	8	6	119069901
8	8	25166335	9	5	25362471
9	7	15669759	10	5	205297781
10	6	7209616			

5. おわりに

アルゴリズムの改良により複数の形状のピースを持つパズルの解が求められると考えられる。

参考文献

- [1] R.E.Bryant, "Graph-Based Algorithms for Boolean Function Manipulation," IEEE Transactions on Computers, Vol. C-35, No. 8, pp.677-691, 1986.
- [2] 秋山久義, "キューブパズル読本," 新紀元社, 2004.