

得点札を持つ 二人トリックテイキングゲームの解析

金広 尚平 武永 康彦
電気通信大学大学院 情報理工学研究所

1. はじめに

カードゲームの中でも様々なトリックテイキングゲームについて戦略や必勝性などの研究が行われている[1][2][3][4]。本稿では得点になるカードが複数枚存在するトリックテイキングゲームについて、その性質の解析と必勝性判定の手法を求めた。

2. トリックテイキングゲームについて

トリックテイキングゲームは複数人で遊ぶカードゲームのジャンルの1つであり、次のようなルールを一般的に共通して持っている。同じ枚数の手札を持つプレイヤーたちの中で先手と呼ばれるプレイヤーが一人決まる。先手からカードを順番に一枚ずつ場に出していき、全員のカードの中で一番強いカードを出したプレイヤーがそのラウンドに勝つ。ラウンドのことをトリックと呼び、ラウンドに勝つことをトリックを取るといふ。トリックを取ったプレイヤーは出たカードを全て獲得して次のトリックの先手になる。これを手札が無くなるまで、もしくは勝利条件を満たすまで繰り返す。

本稿ではゲームに使用するカード $2n$ 枚中最大から k 枚を得点札として、この得点札を多く獲得することを目的としたゲームについて考える。カードには 1 から $2n$ の数字が書かれており、数字が同じカードは存在しない。2人のプレイヤーを Left と Right と呼び、それぞれの手札を A, B とする。

ε は先手を表す記号である。 $\varepsilon=0$ のとき Right が先手、 $\varepsilon=1$ のとき Left が先手である。また、 ε の示す先手プレイヤーであり、 n 枚ずつの手札 A, B の時に Left が獲得可能な得点札の枚数を $V_n^\varepsilon(A, B)$ で表す。

3. 得点札が 2 枚の場合について

カードのうち最大の 2 枚、 $2n$ と $2n-1$ が得点札の時、Left が獲得する得点札の枚数は以下の定理で示される。

定理1 2枚の得点札がそれぞれ $2n \in A, 2n-1 \in B$ であり、両プレイヤーが最善を尽くすものとする。このとき Left が先手であれば得点札を 1 枚だけ獲得する。

定理2 2枚の得点札がそれぞれ $2n \in A, 2n-1 \in B$ であり、両プレイヤーが最善を尽くすものとする。

Right が先手の場合には、 $3 \leq i \leq n$ に対し、 A の i 番目の強さのカードが B の i 番目のカードより弱い時は 2 枚獲得する。それ以外の時は 1 枚だけ獲得する。

4. 得点札が複数枚の場合について

得点札が複数枚の存在するゲームについて、[4]の手法をもとに解析を行った。その結果、Right が最小の得点札を持ち、 A の非得点札が全て B の非得点札より小さいという条件のもとで以下の性質を示した。

定理3 Left が後手であることは先手であることよりも高々得点札 2 枚分得である。

$$V_n^1(A, B) \leq V_n^0(A, B) \leq 2 + V_n^1(A, B)$$

定理4 A, B の得点札の中で連続した数字のカードを A のカードが大きくなるように B のカードと交換すると、交換前より高々得点札 2 枚分得である。

$$V_n^\varepsilon(A, B) \leq V_n^\varepsilon(A, B) \leq 2 + V_n^\varepsilon(A, B)$$

定理5 A, B の非得点札の中で連続した数字のカードを A のカードが小さくなるように B のカードと交換すると交換前より高々得点札 2 枚分得である。

$$V_n^\varepsilon(A, B) \leq V_n^\varepsilon(A, B) \leq 2 + V_n^\varepsilon(A, B)$$

定理6 A の最大の非得点札と B の最小の得点札が連続しているとき、この 2 枚を交換すると交換前より得点札 1 枚分得、または 1 枚分損である。

$$-1 + V_n^\varepsilon(A, B) \leq V_n^\varepsilon(A, B) \leq 1 + V_n^\varepsilon(A, B)$$

5. まとめ

手札に条件がない場合について示すことが今後の課題となる。

参考文献

- [1] 中井健一郎、武永康彦、トリックテイキングゲームの計算量と必勝戦略、数理解析研究所考究録 1799, pp.183-186, 2012.
- [2] 福澤達洋、二人トリックテイキングゲームにおける必勝性判定問題、平成 24 年度電気通信大学修士論文, 2013.
- [3] J.Wästlund, A solution of two-person single-suit whist, The Electronic Journal of Combinatorics vol.12, R43, 2005.
- [4] J.Kahn, J.C.Lagarias, H.S.Witsenhausen, Single-suit two-person card play, International Journal of Game Theory, vol.16, Issue4, pp.291-320, 1987.

謝辞 本研究の一部は JSPS 科研費 15K00505 の助成を受けたものです。