ISS-SP-194

# 線分ボロノイ図のメッシュ構造を用いた生成アルゴリズムについて

石河　孝太 †　　山本　修身 ‡

† 名城大学理工学部情報工学科

## 1. はじめに

距離空間 $(X, d)$ の有限部分集合 $G = \{g_1, g_2, \ldots, g_n\}$ に対して，$g_i$ のボロノイ領域

$$V(g_i) = \bigcap_{g_j \in P - \{g_i\}} \{p \in X \mid d(p, g_i) \leq d(p, g_j)\} \tag{1}$$

から成る集合を（点）ボロノイ図という．ボロノイ図の１つの拡張として種々の対象に関するボロノイ図 [1] を考えることは自然なことであり，それらは工学的応用が期待される．線分ボロノイ図はその１つで，線分を対象としたボロノイ図である．

本研究では，ユークリッド距離が定義された $(\mathbb{R}^2, d)$ における線分の集合 $G = \{l_1, l_2, \ldots, l_n\}$ を対象とした線分ボロノイ図の生成アルゴリズムを構成した．ただし，$p \in \mathbb{R}^2$ に対して $d(p, l_i) = \inf\{d(p, q) \mid q \in l_i\}$ と定義し，任意の $l, m \in G$ は互いに素であるものとする．線分ボロノイ図のボロノイ境界

$$C = \{p \mid \exists i, j;\ p \in V(l_i) \cap V(l_j)\} \tag{2}$$

は，ある $n$ 個の直線または放物線の部分集合 $S_i$ の和集合として表現できる．したがって，直線の部分集合のみの和集合で表現される点ボロノイ図と比べてやや複雑になる．また，3 つのボロノイ領域が集まる点をボロノイ点という．線分ボロノイ図はボロノイ点以外の特徴点を持つ．直線の部分集合 $S_i$ と放物線の部分集合 $S_j$ の共通部分 $S$ が空でないとき，$S$ は唯１つの元から成り，それを変化点という．この２つの特徴点は当然 $C$ に属する．点ボロノイ図はボロノイ点のみで構成できるが，線分ボロノイ図の場合はボロノイ点と変化点を求めることで構成できる．

## 2. 生成アルゴリズムの概要

本研究で開発したアルゴリズムは，メッシュ状に分割された $\mathbb{R}^2$ から特徴点（ボロノイ点，変化点）を求め，それらの情報を用いて線分ボロノイ図を生成する．ある１つのメッシュ $M \subset \mathbb{R}^2$ にボロノイ点，変化点が存在すると仮定したとき，それを求めるには $M$ に関連する線分がそれぞれ３つ，２つである必要がある．ここで，線分 $l$ がメッシュ $M$ に関連するとは，$M \cap V(l) \neq \phi$ が成り立つことであり，したがって，$l$ に関わる特徴点は $M$ に含まれる可能性がある．特徴点を求めるためには，結局，$M$ に関連する線分がどれであるかを知る必要がある．

いま，メッシュ $M$ と線分の集合 $L = \{l_1, l_2, \ldots, l_n\}$ が与えられたとして，$M$ に関連しない線分を $L$ から削除し，結果的に $M$ に関連する線分を抽出することを考える．$L$ から適当な線分 $l, m$ をとったとき，$l, m$ が作る線分ボロノイ図の $l$ のボロノイ領域 $V_m(l)$，$m$ のボロノイ領域 $V_l(m)$ に対して，$M \cap V_m(l) = \phi$ が成り立てば $l$ は $M$ に関連せず，$M \cap V_l(m) = \phi$ が成り立てば $m$ は $M$ に関連しない（図 2 参照）．実際，例えば $M \cap V_m(l) = \phi$ が成り立つならば，ボロノイ領域の定義から $M \cap V(l)$ は常に空集合となるからである．このようにして２線分を比較していき，$M$ に関連のない線分は削除していく．また，さらに $M$ を細かく分割していき，例えば $M$ から $M_1, M_2$ のメッシュが生成されたとすれば，いま $M$ に関連付けされている線分の集合 $L$ を対象とし，$M_1, M_2$ それぞれに対して関連のある線分だけを抽出していく．ボロノイ境界を一部でも含むようなメッシュには必ず２線分以上が関連しているため，どれだけ細かくメッシュ分割したとしても，いずれはあるメッシュ $M'$ において，関連する線分が３つ，２つとなり，特徴点を求める処理を実行できる．このとき当然，特徴点が存在するならば，$M$ に属する．

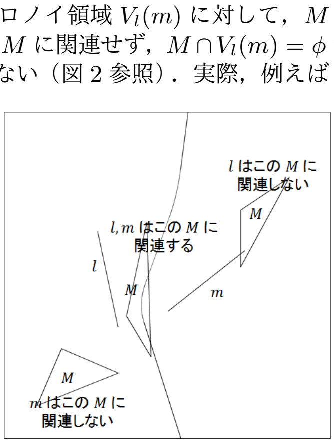


図 1: メッシュ$M$ による２線分の比較

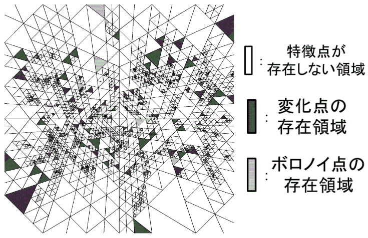


図 2: 実際にメッシュ分割された $\mathbb{R}^2$

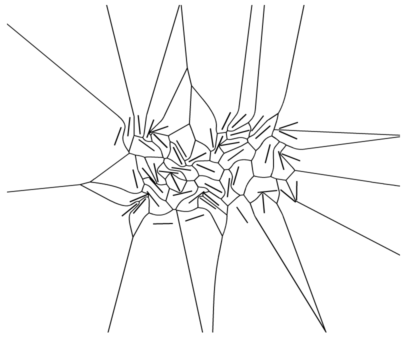

図 3: 50 線分に対する線分ボロノイ図

図２に，実際にメッシュ分割された $\mathbb{R}^2$ を示す．各領域には特徴点が多くとも１つ存在する．

最後に求めた特徴点から，有界，非有界なボロノイ領域をそれぞれ生成（すなわち線分ボロノイ図の生成）するが，多くの場合単純なデータ処理に帰着する．

## 3. 生成結果と今後の課題

図３は本研究で開発したアルゴリズムによって生成された線分ボロノイ図である．しかし，本来あるはずのないボロノイ境界の描画など，線分配置によっては正しい線分ボロノイ図が得られなかった．これは特徴点からボロノイ領域を生成する部分のプログラムが原因であると考えられる．

今後まず，破綻することのない線分ボロノイ図の生成アルゴリズムを開発することを目指す予定である．その後，このアルゴリズムの性能評価（既存のアルゴリズムとの比較など）を行う予定である．

### 参考文献

[1] M. ドバーグ，O. チョン，M. ファンクリベルド，M. オーバマーズ，浅野哲夫訳：コンピュータ・ジオメトリ—計算幾何学：アルゴリズムと応用，近代科学社 (2010)