

# 複数プレイヤーによるナッシュ均衡解

宮川 大毅      三浦孝夫  
法政大学理工学部創生科学科

## 1. 前書き

ナッシュ均衡 (Nash equilibrium) は、ゲーム理論における非協力ゲームの解の一種である[1]。全プレイヤーの戦略(動作)が既知のとき、どの動作を選べば、どのプレイヤーも他の動作に変更すればより高い利得を得ることができない状況をいう。このとき他の選択枝に変更する理由が無い場合、全体が安定した状況になる。純粋戦略ゲームでは、プレイヤーは必ずどれかの戦略を選ぶ。ナッシュ均衡を求めるアルゴリズムは、2プレイヤーであっても戦略数に関し多項式時間で計算可能か知られていない。Papadimitriou は、ナッシュ均衡計算問題が PSPACE であることを証明した[2]。しかし、具体的な算出時間を論じた報告が無い。本稿では、複数プレイヤー(3人以上)の状況でナッシュ均衡解を求め、戦略サイズ(動作数)の増加に伴って計算量が急激に増加する状況を検証する。

## 2. ゲーム理論とナッシュ均衡

2プレイヤーからなるゲーム理論は、戦略と利得表を用いて問題定義する。選択可能な動作集合(戦略)の組み合わせごとに、獲得できる利得を定め利得表で表す。プレイヤーは、他のプレイヤーの戦略を予測し多くの利得を得る動作を選択する。表1で示す利得表では、プレイヤー1,2がそれぞれL,Rを選択した場合、利得5,3を得る。このうち、RL(3,5)は特殊な性質を有し、プレイヤー1がRからLにするとLL(2,2)となって3から2に低下する。同様に、プレイヤー2がLからRにすれば利得が5から1に低下する。このように自分が選択肢を変更したのでは利得が低下する状況(最適反応状況)をナッシュ均衡解という。表1では、LR(5,3)もナッシュ均衡解である。ナッシュ均衡は無いことも複数あることもある。

表1 2人プレイヤーの場合の利得表

	2	L	R
1			
L	(2,2)	(5,3)	
R	(3,5)	(1,1)	

ナッシュ均衡を求める問題は、オペレーションズ・リサーチで算出アルゴリズムの研究がなされている。プレイヤー毎に、基点を定め全ての可能性を求めるため、素朴な方法では多項式時間で完了しない。

## 3. ナッシュ均衡解の算出(3プレイヤー)

3人ゲームの場合のナッシュ均衡算出方法について述べる。各プレイヤー{1,2,3},各プレイヤーが保持している戦略{L,M,R}とする。3人ゲームの場合、表2のような利得表がプレイヤー3がL,M,Rの場合で3通りある。表2はプレイヤー3の戦略がLの時を示している。

表2 3人プレイヤーの場合の利得表

	2	L	M	R
1				
L	(2,4,0)	(1,1,4)	(2,2,0)	
M	(0,3,5)	(3,3,3)	(3,4,1)	
R	(2,4,5)	(0,1,5)	(0,5,3)	

この表のある状態を基点とする。例えば、状態MRLを基点としたとき、プレイヤー2,3の戦略RLを固定する。プレイヤー1がL,M,Rそれぞれの戦略を行動した時の利得を比較する。元の戦略Mの利得が1番大きければ、プレイヤー1は戦略Mを保持。その他の戦略L,Rの利得が大きいならプレイヤー1は戦略Mを保持しない。この動作をプレイヤー2,3の場合においても、状態MRLは各プレイヤーが最適な戦略を保持する状態であるので、改善された基点である。これをすべての状態において比較検討する。こうしてナッシュ均衡解に達する。1人でも戦略を保持しない場合、その状態はナッシュ均衡ではない。

## 4. 実験

ナッシュ均衡算出の性能評価を行うために、3プレイヤーで動作数を変化させ性能を検証する。利得は乱数(0~5)で格納し、戦略数は2,3,4個の場合で、10,000回実行したときの実行時間を測定し性能を検証する。

結果を表3に示す。操作数が3個から4個に増えた場合2.34倍、2個から3個に増えた場合、6.03倍、2個から4個に増えた場合14.08倍の実行時間を要する。

表3 戦略数の変化による実行時間

戦略数	実行時間 (m sec)
2	40
3	241
4	563

全ての可能性を調べナッシュ均衡を得るため、上記の方法以外で正確に求めるのは困難である。ある状態で少なくとも1人のプレイヤーがその戦略を保持しないと判断した時点でその状態での他のプレイヤーの比較を省けば、実行時間の短縮が期待できる。

## 5. 結論

考案した手法で3人ゲームの場合のナッシュ均衡算出を行った。全ての比較検討を行うには戦略が2個の場合、8回、3個の場合162回、4個の場合576回の動作が必要である。戦略数の変化における実行時間は3個から4個に増えた場合2.34倍、2個から3個に増えた場合、6.03倍、2個から4個に増えた場合14.08倍の実行時間を要した。

## 参考文献

- [1] 渡辺 隆裕 : ゼミナール ゲーム理論入門, 日本経済新聞社, 2008  
[2] C.H. Papadimitriou. The complexity of finding Nash equilibria. (Nisan N. et al. : Algorithmic Game Theory), Cambridge University Press, 2007, Chapter 2, pp. 29-51.