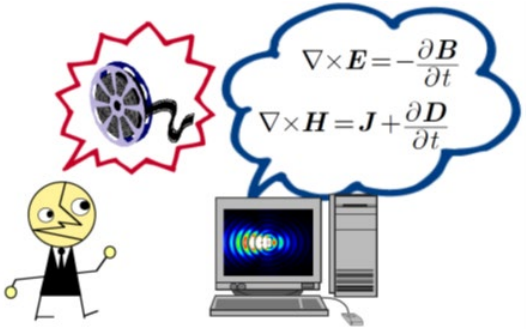
AP研歴史チュートリアルワークショップ

2022/03/09

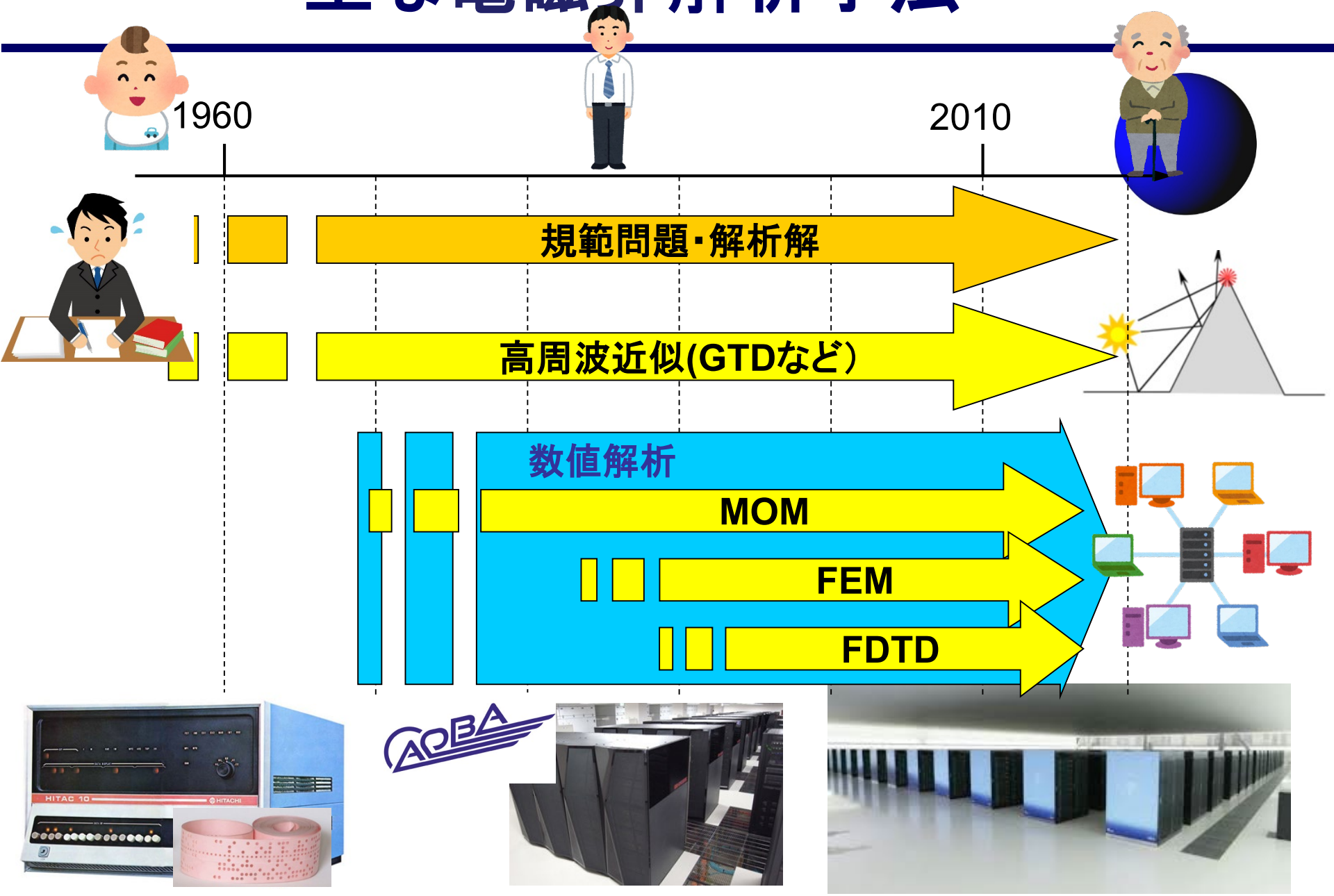
電磁界解析の歴史と将来(近未来)展望



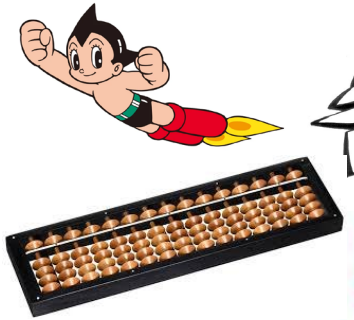
東京農工大学

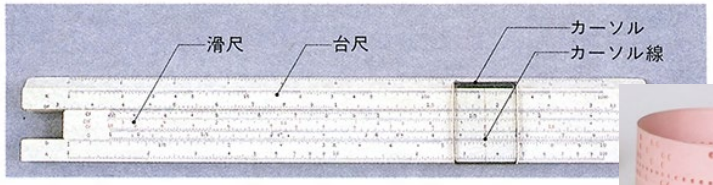
宇野　亨

主な電磁界解析手法


1960
2010
規範問題・解析解
高周波近似(GTDなど)
数値解析
MOM
FEM
FDTD
HITAC 10
HITACHI
AOBA

計算機小史_1





小学校の算数

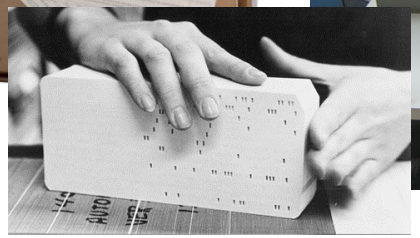
数学の教科書/
製図や学生実
験で使用

初めて使った電子計算機（1974年頃）

初めて買った関数
電卓（1977年）

FACOM 230-38S

計算機小史_2(こんなものもありました)



Melcom　7000

TOSBAC ミニコン

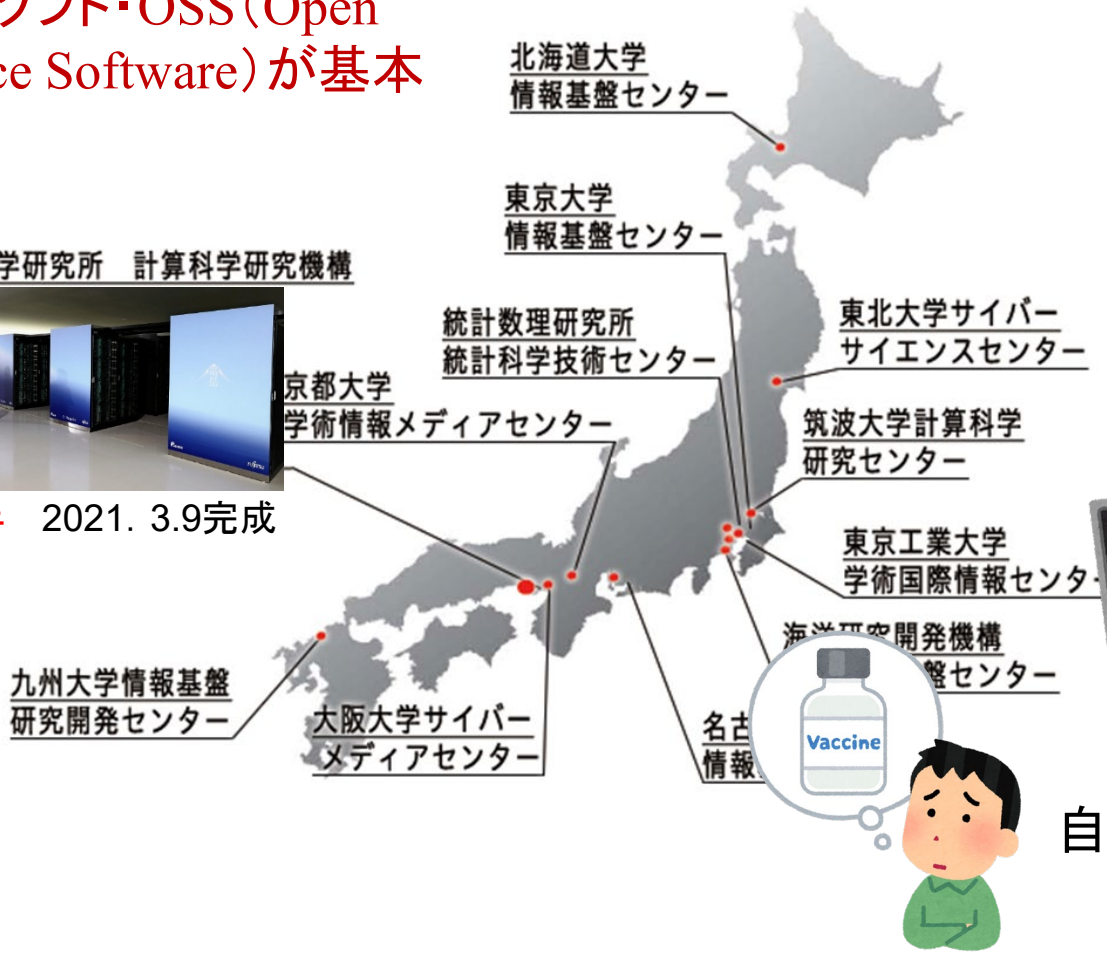
計算機小史_3

HPCI(High Performance Computing Infrastructure)

自作ソフト・OSS（Open Source Software）が基本

理化学研究所　計算科学研究機構

富岳　2021. 3.9完成



自宅から

講演内容

１．解析解

1.1　解析的に解ける問題・解けそうで解けない問題・解けない問題

1.2　解けるということ・計算できるということ

２．　数値電磁解析法と解析事例

2.1　モーメント法

2.2 有限要素

2.3　FDTD法

2.4　低周波近似法・高周波近似法

３．　電磁解析法の特徴

3.1　原理的な観点

3.2　計算資源の観点

3.3　得手・不得手の観点

3.4　自作の観点

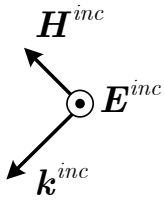
3.4　微分方程式の型の観点

3.5　合う・合わないの観点

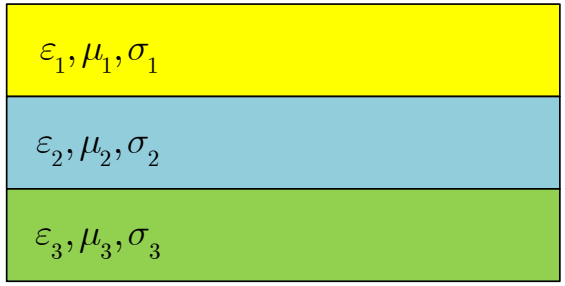
４．　計算電磁気の近未来展望

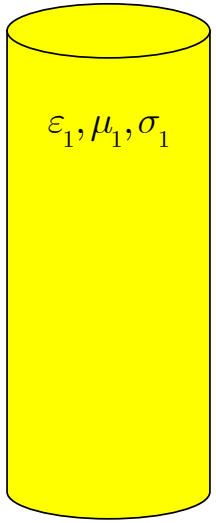
解析的に解ける問題とその解表現

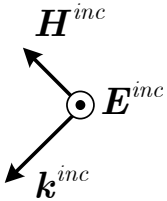
$$Ae^{-jkz} + Be^{jkz}$$



無限平板



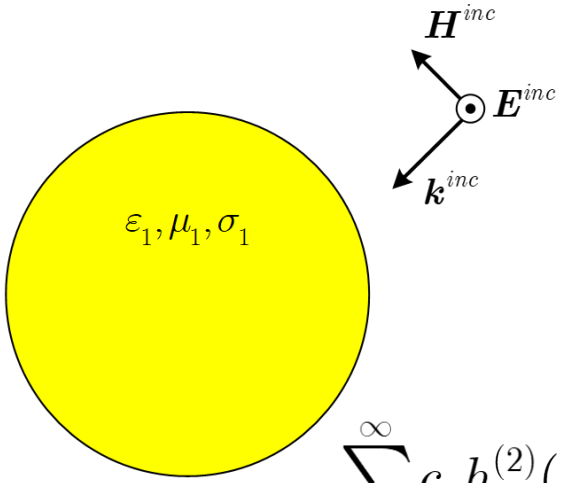




無限円柱

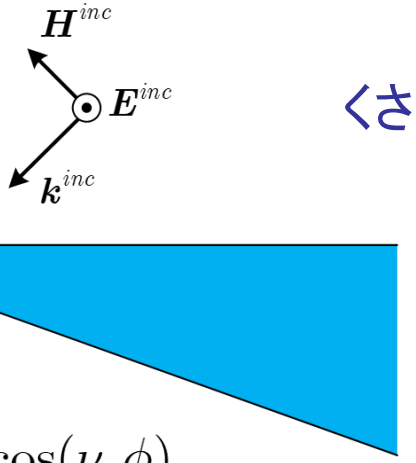
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n H_n^{(2)}(k\rho) e^{-jn\phi}$$

解ける問題：形が座標と一致



球

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n h_n^{(2)}(kr) P_n^1(\cos\theta) e^{jn\phi}$$



くさび

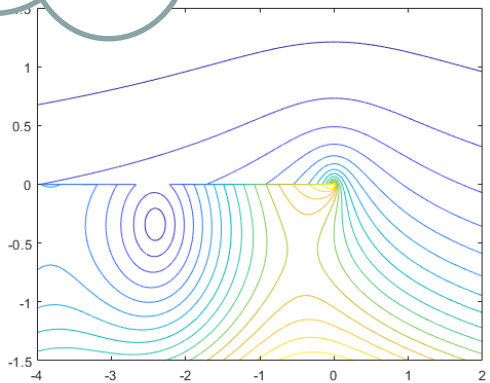
$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n H_{\nu_n}^{(2)}(k\rho) \cos(\nu_n \phi)$$

解析解の計算_1980~85年ころ

ライブラリー（公開・非公開）

- 条件が合わない
- 遅い
- 使いたい領域で精度が落ちる
- 〇〇社ライブラリは信用できる
- ××大はどうも．．．．．
- 数値計算の本は溢れているけど．．

道具を作ることから



$$\left|H_0^{(2)}(z)\right|$$

unolib, M,Dはこればかり，今や誰も使わない

MATLAB/PYTHON

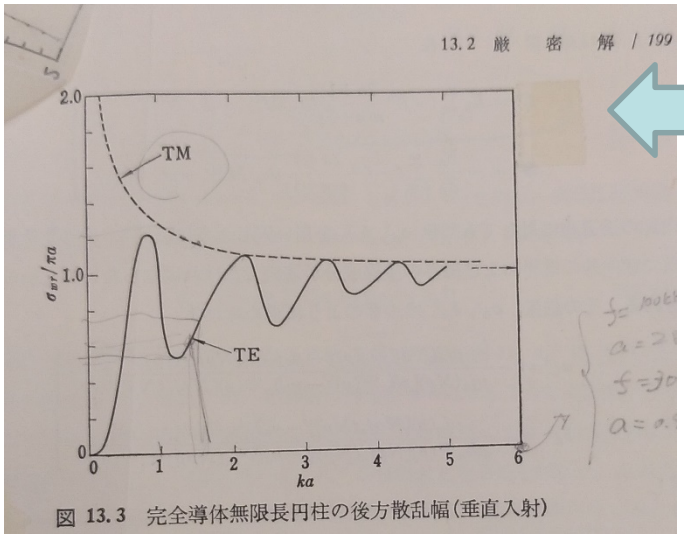
ハンケル関数 $H_\nu^{(2)}(z)$

besselh(nu,2,z)

連立方程式・一般逆行列

x=A\b

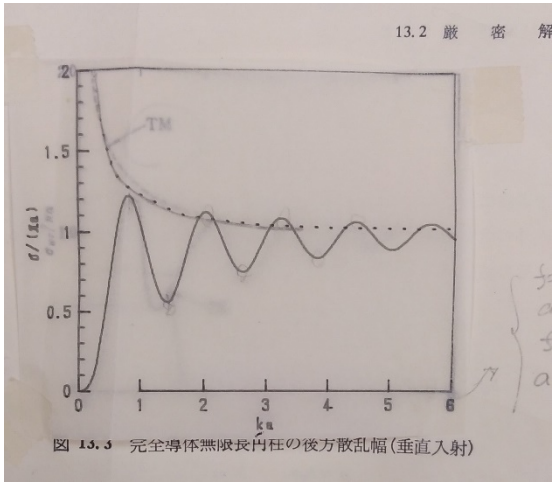
基礎電波工学エピソード_著者に聞いてみました



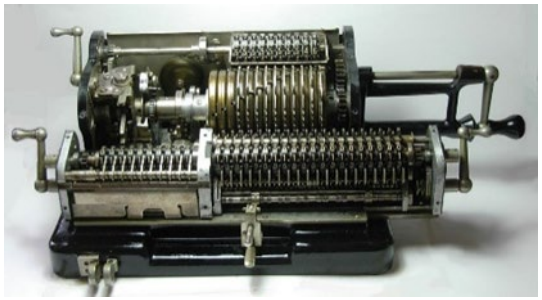
完全導体無限長円柱の後方散乱幅(p. 199)

- TMはTEより必ず大きい？
- TEの振動の仕方：斜め？非周期的？

これが宇野君の計算？だいぶ違うね．本人に聞いてみたら？



トレーシングペーパに印刷して，上から張り付ける



これで計算したんだよ．体力が持たなかったのだろうね

こんなことも. . . .

$$A = \begin{bmatrix} 2\times10^{40} & 0 & 0 \\ 0 & 2\times10^{40} & 0 \\ 0 & 0 & 4\times10^{-40} \end{bmatrix}$$

逆行列は存在して計算可能

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0.5\times10^{-40} & 0 & 0 \\ 0 & 0.5\times10^{-40} & 0 \\ 0 & 0 & 0.25\times10^{40} \end{bmatrix}$$

掃き出し法における行列式の計算:

対角化して，対角要素の積

行列式も有限値あるが. . . 計算機の中では

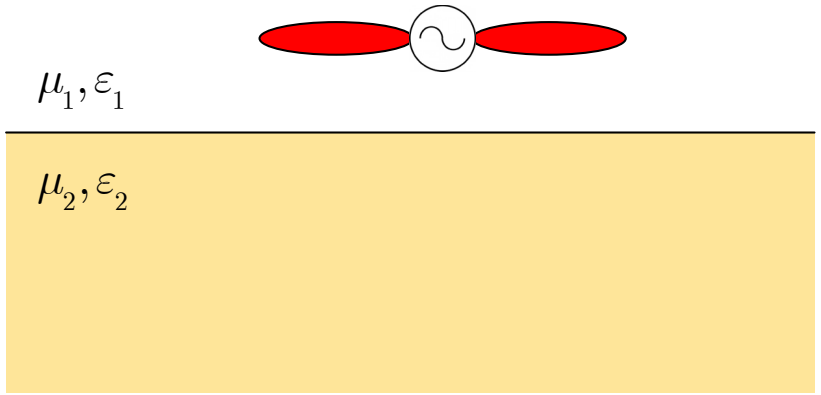
$$\det A = \underline{(2\times10^{40})\times(2\times10^{40})}\times(4\times10^{-40}) = 16\times10^{40}$$

ここで発散（10^{72}以上を扱えない計算機）

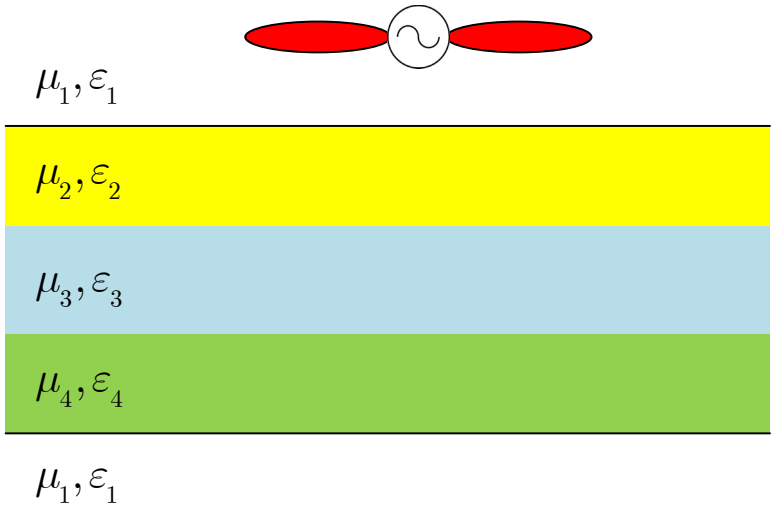
非公開ライブラリではできない⇒自作

逆行列のサブプログラムから行列式の計算を取り除く

解析解は分かっているのに正確に計算できない (1)



超難問



散乱界を表すSommerfeld積分

左と同様の積分．$R^{(e)}$は複雑だが，分岐点がないため，取り扱いはむしろ簡単

$$-\frac{j}{4\pi}\int_0^\infty \frac{\lambda}{h_0} R^{(e)}(\lambda) J_0\left(\lambda\left|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}'\right|\right) e^{-jh_0(z+z')} d\lambda$$

積分，級数が含まれていても解析解と言うことがある（やや違和感？）

アンテナが境界に近いとき：数値積分の計算が極めて困難：関連論文，数千，
決定的方法なし

可積分であっても数値積分には要注意

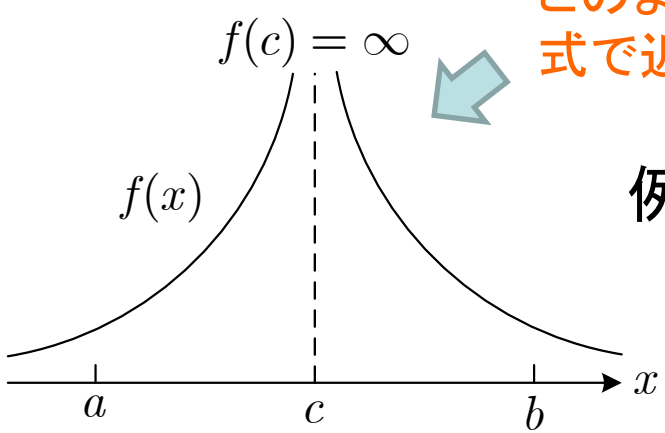
どんな積分でも $$\int_a^b f(x)\,dx = \sum_{n=1}^{N} W_n f(x_n) + E_N$$ 誤差

台形則：微小区間のf(x)を直線で近似 （階段近似：DFT）

シンプソン則：微小区間のf(x)を2次関数で近似 ⇒ 多くの電卓に採用されている

ガウス・シンプソン則：f(x)が2N-1次多項式の時E_N＝0となる重みと分点を使用

このような関数は可積分であっても多項式で近似できない⇒大きな誤差

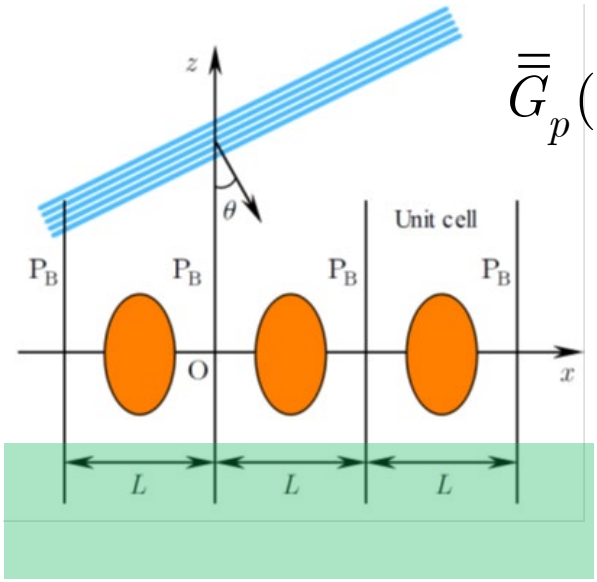


例： $$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-j\sqrt{k_0^2 - x^2}\,|\rho|}}{\sqrt{k_0^2 - x^2}}\,dx = \pi H_0^{(2)}(k_0\,|\,\rho\,|)$$

Sommerfeld積分には2重指数積分が良いとの報告がある，確認されたい

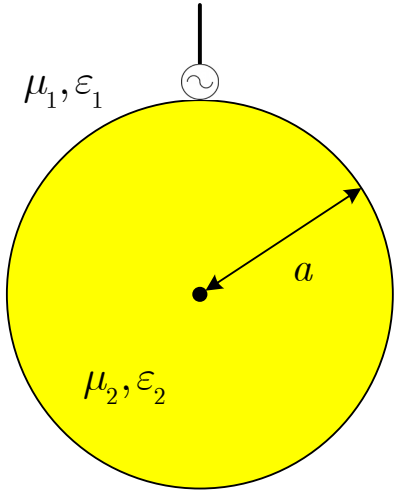
J.R.Mosig, Weighted Average and Double Exponential Algorithms, IEOCE Trans., Commun., vol.E96-B, no.10, pp.2355-2363, 2013.

解析解_は分かっているのに正確に計算できない (2)



$$\overline{\overline{G}}_p(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}') = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \overline{\overline{G}}_0(\boldsymbol{r};\boldsymbol{r}'+m\boldsymbol{L})e^{-jm\boldsymbol{k}_t\cdot\boldsymbol{L}}$$

収束が極めて遅い：無限空間なら Ewald法．誘電体があったら×



$$a = 6,371\,\mathrm{km}$$

例えて言うなら．．．．．

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$$

左辺をx=0.999で計算してみてください

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x$$

左辺の級数を数万項足し算してもsin(x)にならない

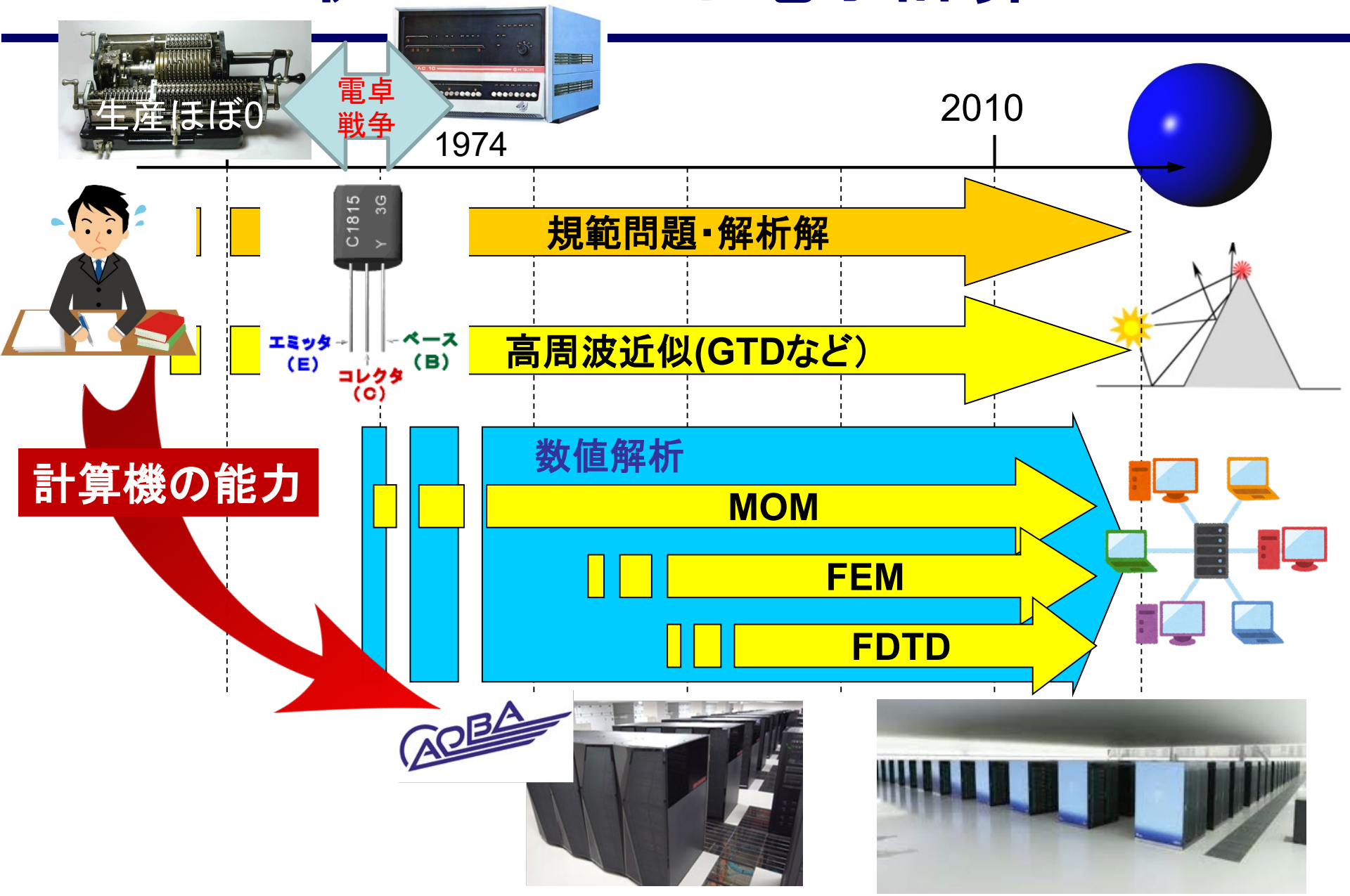
要：数値計算に特化した工夫

解析的に解けなければ，計算機で.

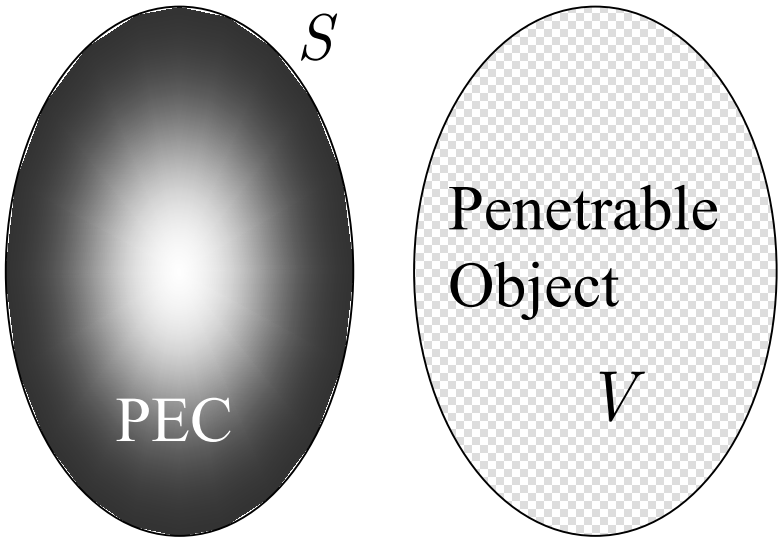
計算電磁気学

— 計算機に特化した電磁界解析法 —

机上計算から電子計算へ



モーメント法の原理



$$\langle \boldsymbol{w}_m, \boldsymbol{R} \rangle_{on\, S(in\, V)} = 0$$

精度を上げなるならガラーキン法

$$\boldsymbol{w}_m = \boldsymbol{f}_m$$

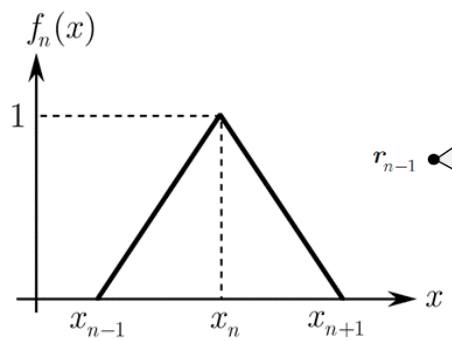
物理的要請を満たすように選ぶと精度良
全領域関数：×　区分的関数：○

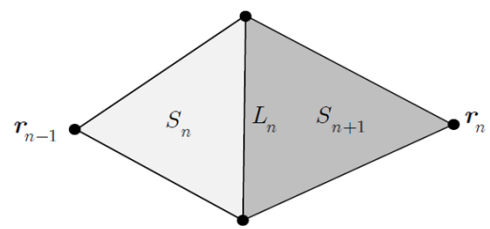
積分方程式

$$L(\boldsymbol{J}) = -\boldsymbol{F}^{inc}$$

近似と残差

$$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{r}) = L\left(\sum_{n=1}^{N} I_n \boldsymbol{f}_n(\boldsymbol{r})\right) + \boldsymbol{F}^{inc}(\boldsymbol{r})$$

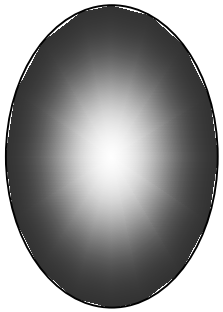




一次元（線状）　　2次元（面状）

モーメント法関連手法

境界要素法（Boundary Element Method ；BEM)
MoM ではポイントマッチング法と呼ぶ



$f_n(\boldsymbol{r})$: 一次関数　　$w_m(\boldsymbol{r}) = \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_m)$

$$Z\boldsymbol{I} = \boldsymbol{V}$$

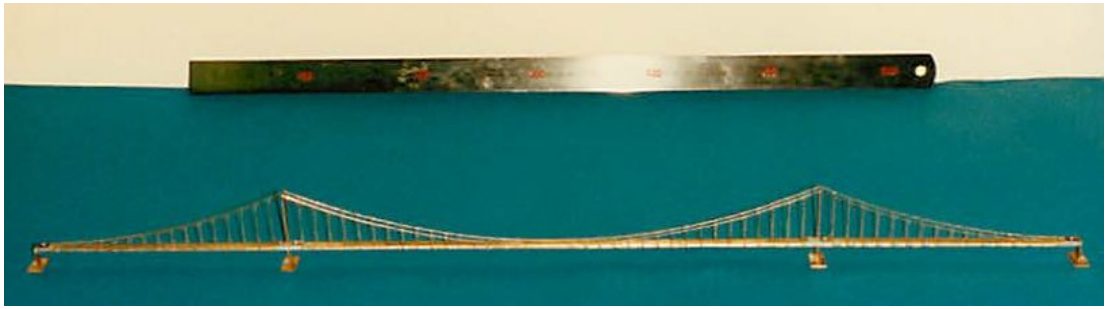
高速化　(大規模計算に対して有効)

ZはNxNのFull Matrix

- 共役勾配法(Conjugate Gradient ; CG)　N^2
- 高速多重極法 (Fast Multipole Method; FMM)
- CG-FMM　$\mathrm{N}^{1.5}$
- MLFMA（Multi-Level Fast Multipole Algorithm　$\mathrm{N} \cdot \log \mathrm{N}$

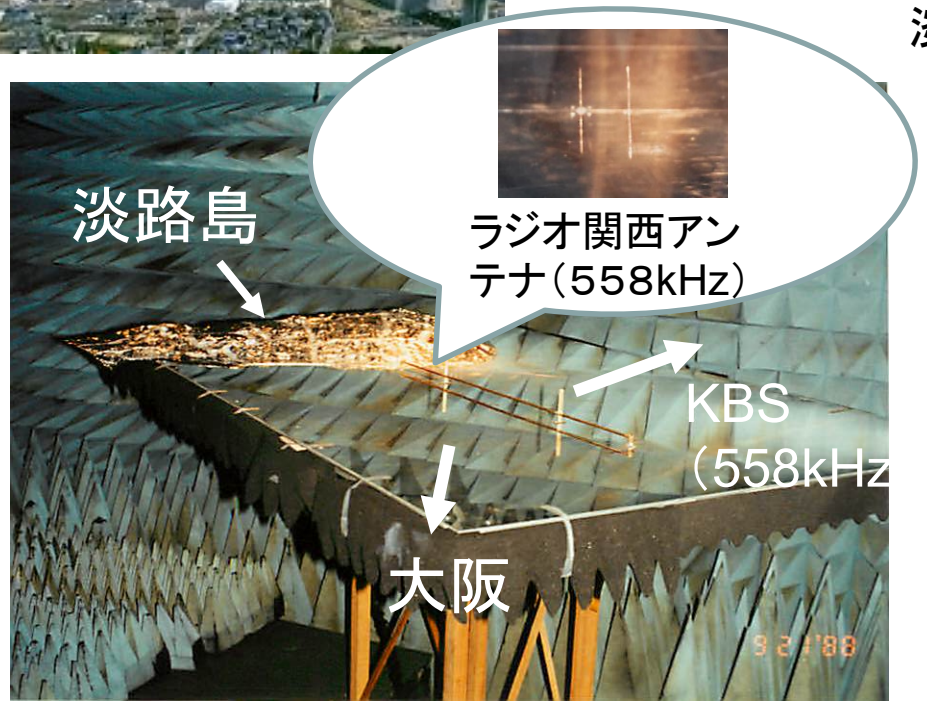
LU 分解など　N^3

明石海峡大橋(1986~88)



3,910 m

淡路島の影響：極わずか（実験）



澤谷先生作のMoMで解析

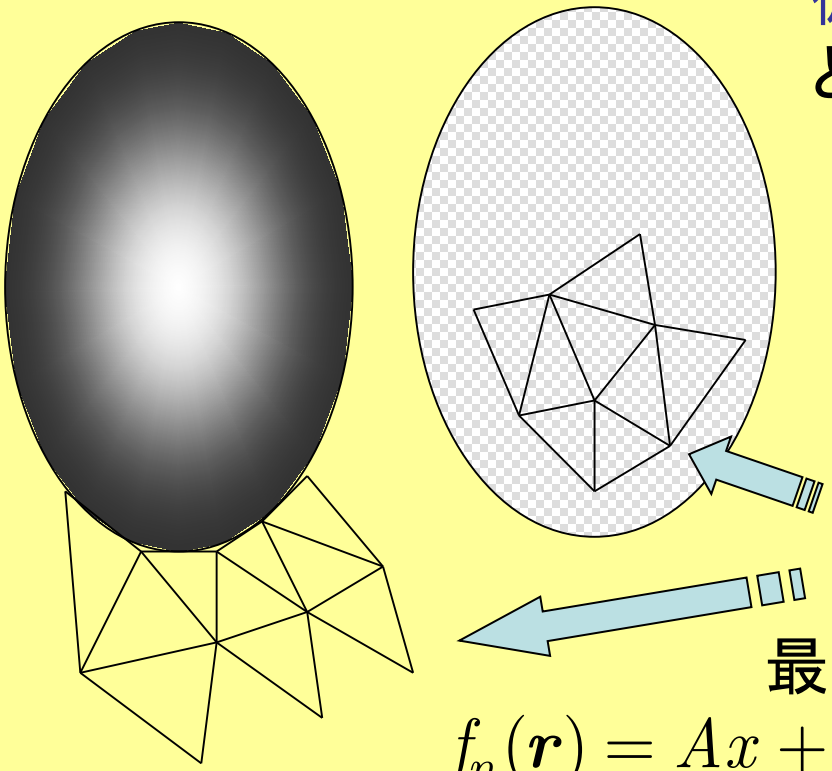
（安達研学生，報告書の文字は宇野）

- 880×880：WSで限界に近い
- 橋がない場合の指向性は大阪湾海上実験で確認
- 建設後の予測計算：大阪方面（サービスエリア）とKBS方向に小さくない影響あり

⇩

アンテナ位置：現地でご確認下さい

有限要素法の原理



微分方程式 $L(\boldsymbol{F}) = 0$

と境界条件 $L_B(\boldsymbol{F}) = 0$ の残差

$$\boxed{\langle \boldsymbol{w}_m, \boldsymbol{R} \rangle_{in\,V} = 0}$$

精度を上げなるならガラーキン法

$$\boldsymbol{w}_m = \boldsymbol{f}_m$$

$\boldsymbol{f}_n$: 多項式

最も簡単な多項式:

$f_n(\boldsymbol{r}) = Ax + By + Cz + D$ ⇨ 三角すい

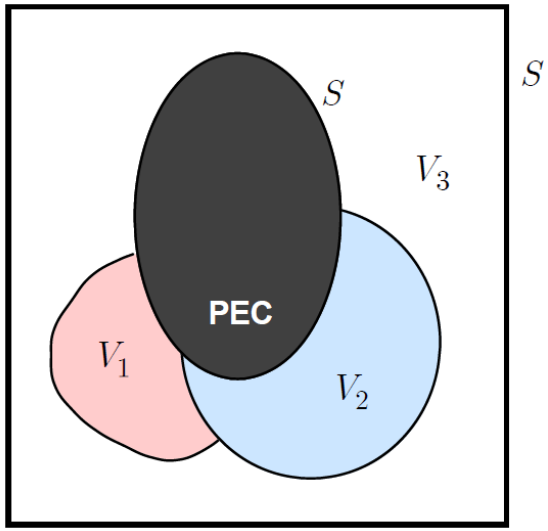
（2次元なら三角形）

V

吸収境界 ⇧ 注1) PMLで実用的な精度に　注2) 汎関数があるなら変分法的に

FEM 関連手法

Finite Element-Boundary Integral (FE-BI) Method



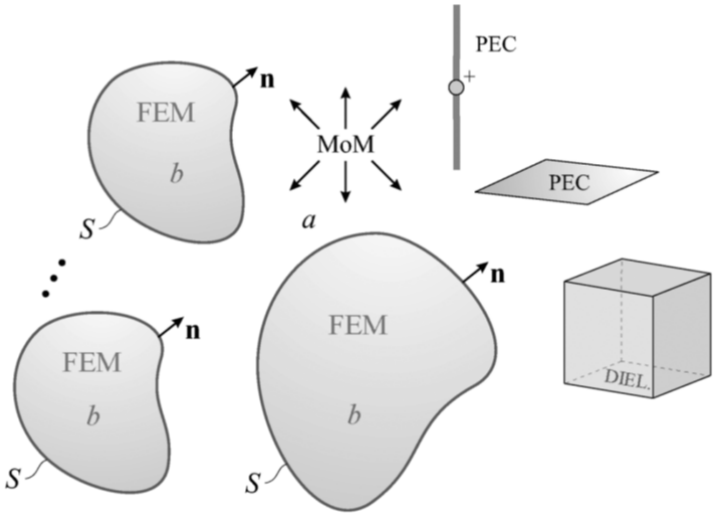
$V = V_1 + V_2 + V_3$

高速化 (大規模計算に対して有効)

- 共役勾配法(Conjugate Gradient ; CG)
- 高速多重極法 (Fast Multipole Method; FMM)
- CG-FMM
- MLFMA (Multi-Level Fast Multipole Algorith

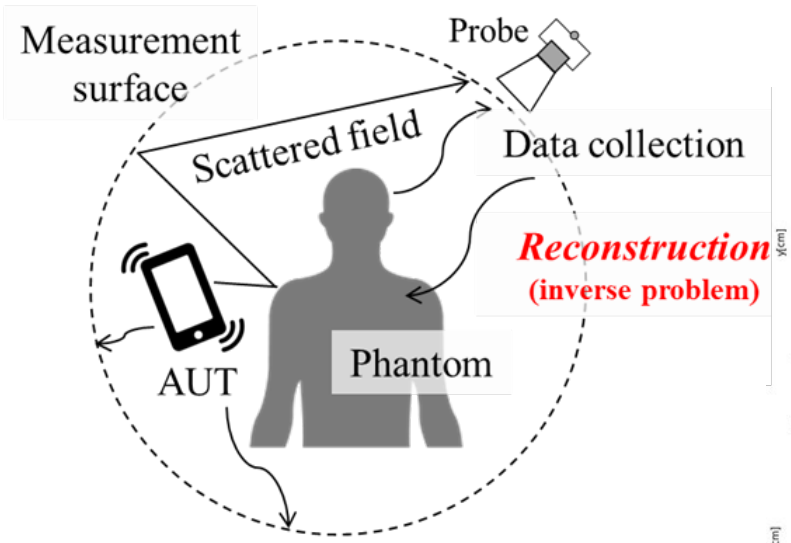
FEM＋MoM

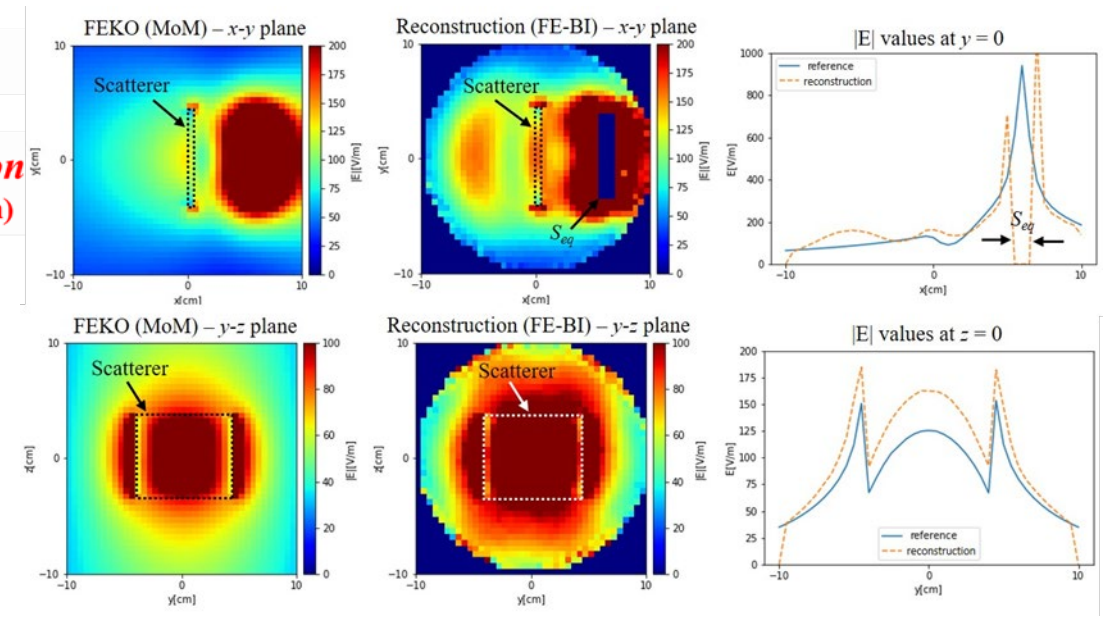
- 誘電体：FEM，アンテナ：MoM
- 境界で接続

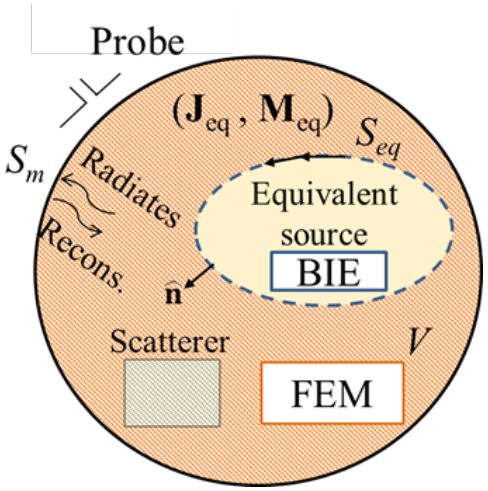


M.M.Ilic, et al., IEEE Trans., AP, 57, 1452-1460,2009.

逆問題への応用



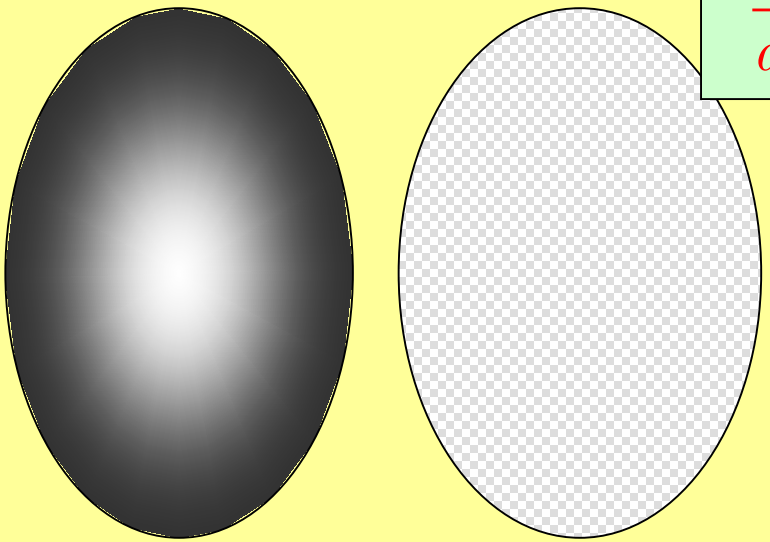


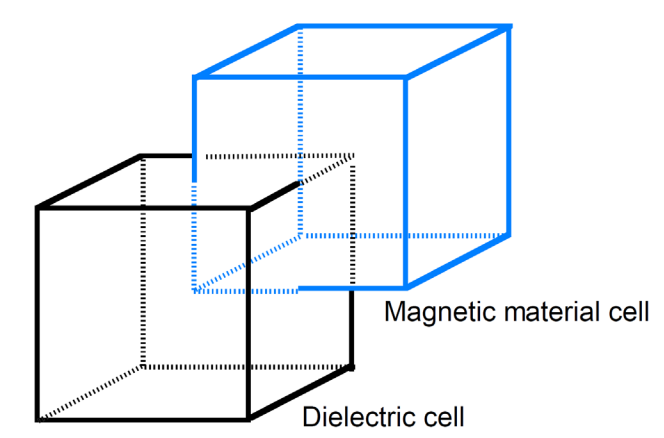


R.H.M.Baharin, et., al., Hybrid Finite Element Method for Reconstructing Electric Dielectric Object Excited by Dipole Antenna, IEICE Comex, vol.10, no.9, pp.652-659, 2021.

FDTD法の原理

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{f\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right)-f\left(x-\frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x}$$





電界メッシュと磁界メッシュの2重構造

吸収境界

FDTD法関連手法

陰解法

ADI-FDTD (Alternating Direction Implicit FDTD)
LOD-FDTD (Locally One-Dimensional FDTD)

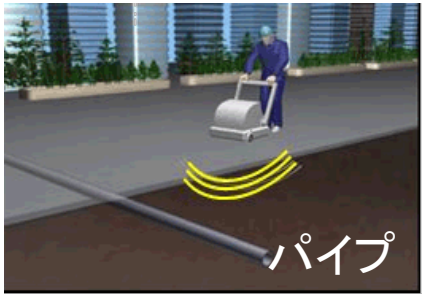
- 元々は，流体力学におけるオイラーの方程式（放物線型の偏微分方程式，熱伝導方程式や拡散方程式も同じ型）の陰解法として提案.
- 1990年後半にマクスウェル方程式に応用

- Courant 条件に縛られること無く，時間ステップΔtを任意に取っても安定.
- 精度は悪い（FDTD法と同じ精度を得るにはCourant条件程度までΔtを小さくする必要がある.）

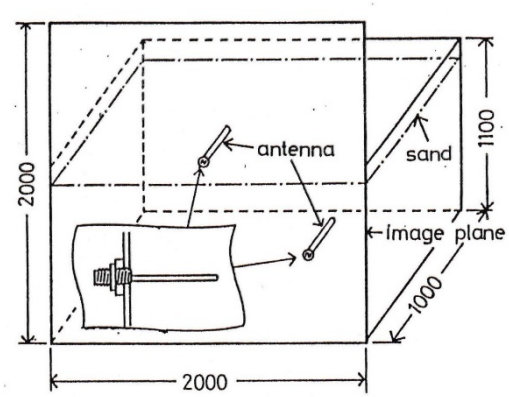
CIP (Cubic-Interpolated Pseudo-Particle) 法

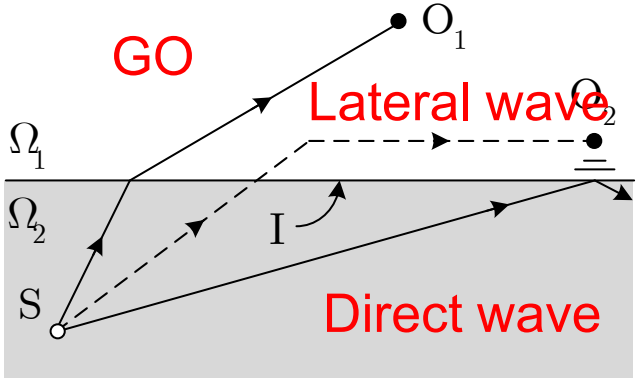
- 2階偏微分方程式を1階の移流方程式に変換して，界を3次補間する近似解析法
- 滑らかな媒質中の伝搬問題に適する. アンテナ問題のように，励振源や導体と誘電体が混在する問題では工夫が必要
- あまり普及していない

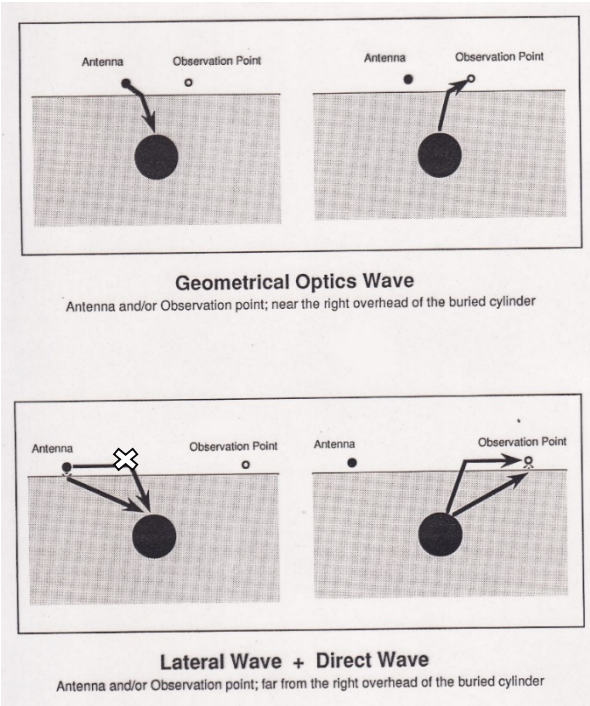
FDTD法導入以前

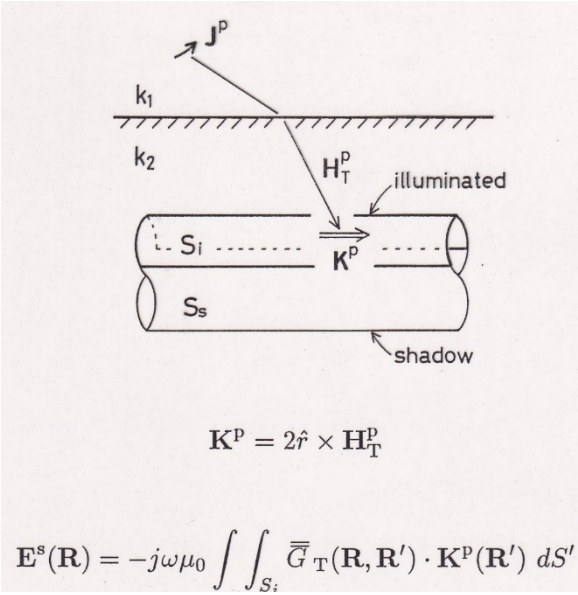


パルスレーダ









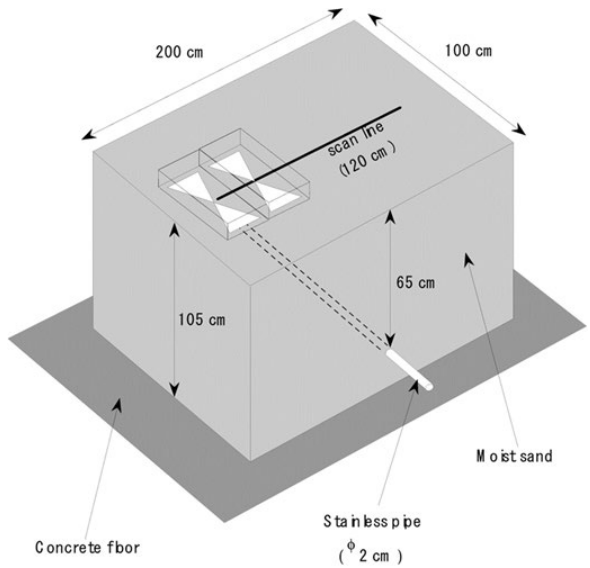
OHPからのコピーのため，解像度に難あり

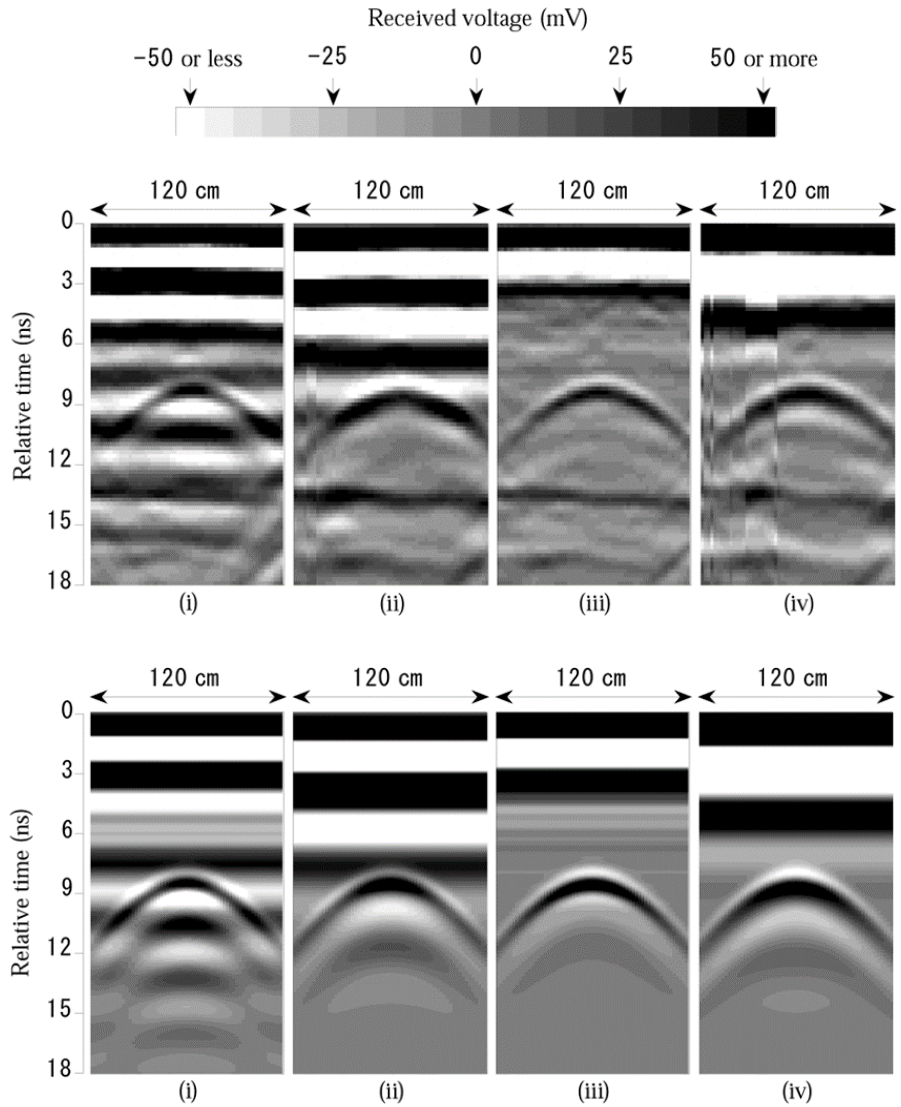
アンテナ：MoM
散乱：高周波近似
過渡応答：FFT

Y.He, et., al., Dipole Antenna Reception of Transient Electromagnetic Fields Refracted from a Dipole Antenna Buried in a Lossy Half-Space, IEICE Trans. Electron, vol.E74, no.9, pp.2870-2876, 1991.

FDTD法導入後

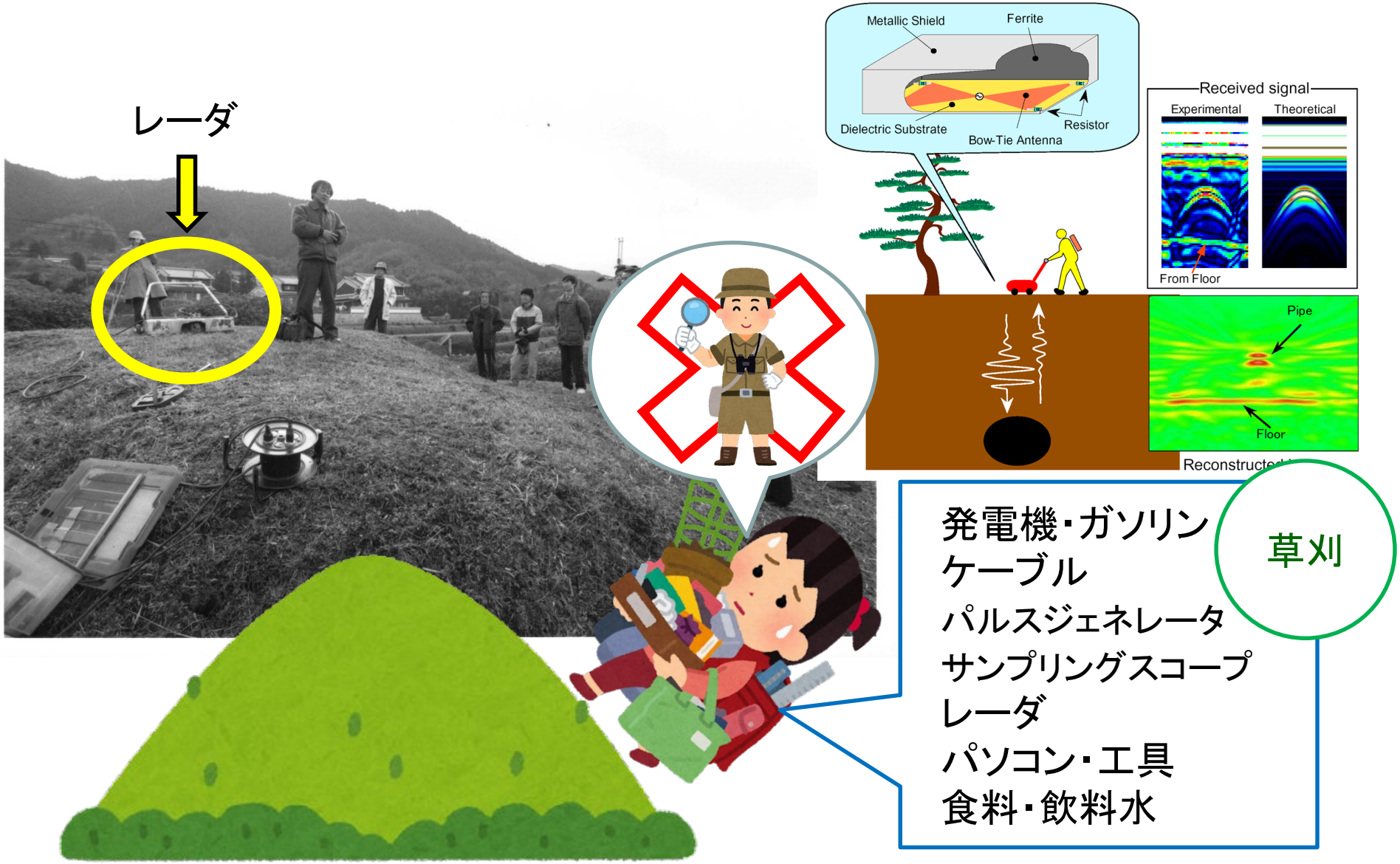
アンテナの思考実験





Y.Nishioka, et., al., FDTD Analysis of Resistor-Loaded Bow-Tie Antenna Covered with Ferrite-Coated Conducting Cavity for Subsurface Radar, IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.47, no.6, pp.970-977, 1999.
西岡，他，地中探査パルスレーダ用キャビティ分離型及び接続型ボウタイアンテナの特性，信学論，vol.83-B, no.6, pp.910-917, 2000.

なぜそうした_遺跡探査（1992-97）

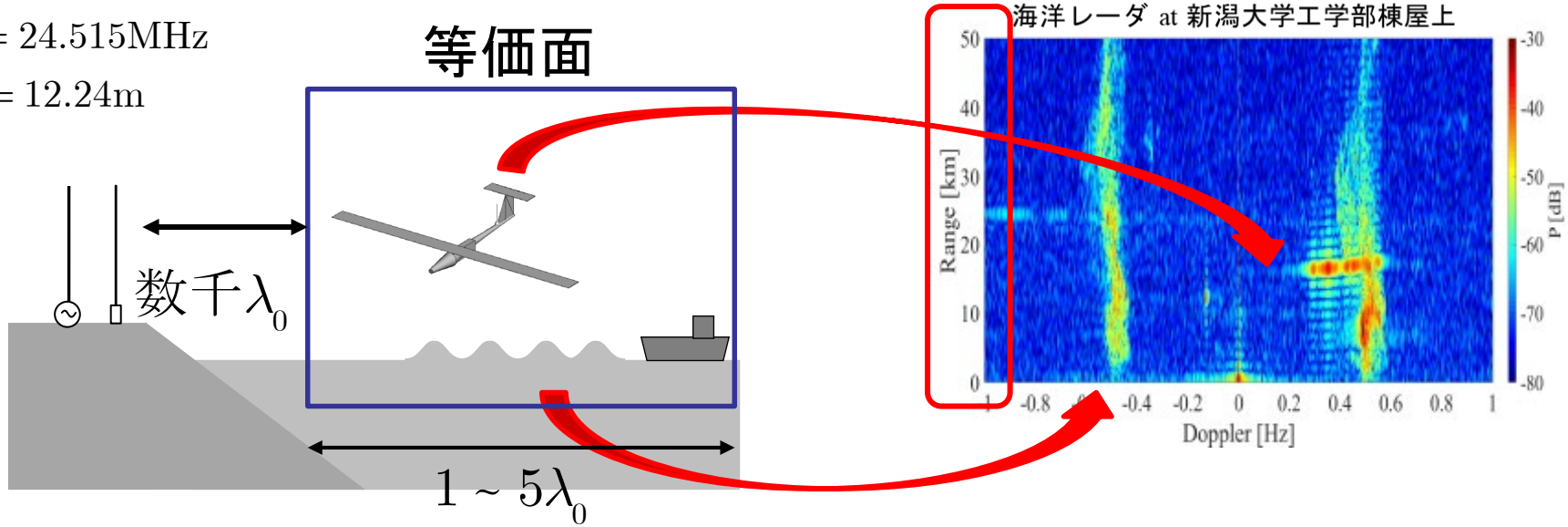


海洋レーダへの応用

海洋レーダ at 新潟大学工学部棟屋上

$f_0 = 24.515\mathrm{MHz}$

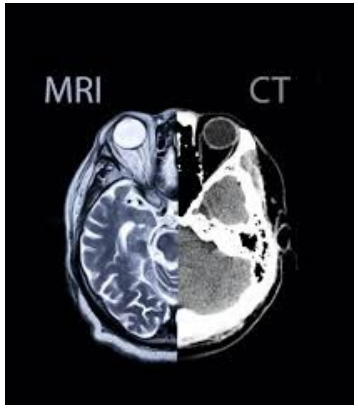
$\lambda_0 = 12.24\mathrm{m}$



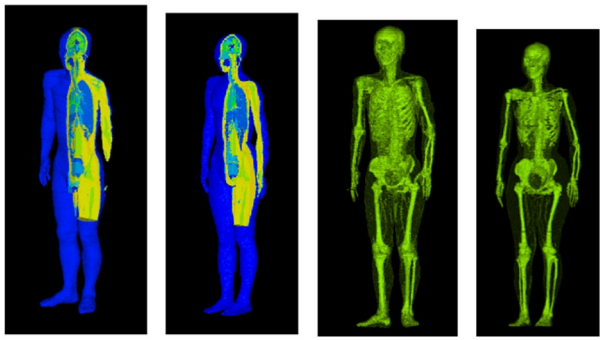
藤井，山田，宇野，短波海洋レーダの多様化技術に関する研究，科研費(B)

小泉，他，偏波海洋レーダによる海洋および船舶・航空機観測に関する実験的検討，信学論，掲載予定，2022.

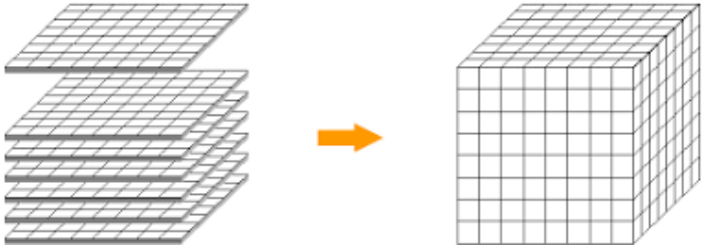
FDTD法の独壇場



$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho$$
$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$
$$\nabla \times \boldsymbol{E} + \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = 0$$
$$\nabla \times \boldsymbol{H} - \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} = \boldsymbol{J}$$



太郎と花子（NICT提供）



T.Arima, et., al., Local Exposure System for Rats Head Using a Figure-8 Loop Antenna in 1500-MHz Band, IEEE Trans., Biomedical Eng., vol.58, no.10, 2740-2747, Oct., 2011.
A.Y.Simba, et.al., Development of Liquid-Type Human-Body Equivalent Antennas for Induced Ankle Current Measurements at VHF Band, IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol.54, no.3, pp.565-573, June 2012.
他，多数

高周波近似と低周波近似

高周波近似

$$\boldsymbol{E}(k,\boldsymbol{r}) \sim e^{-jkS(\boldsymbol{r})} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\boldsymbol{E}_m(\boldsymbol{r})}{(-jk)^m}$$

第1項

$$\boldsymbol{E}(k,\boldsymbol{r}) \sim e^{-jkS(\boldsymbol{r})} \boldsymbol{E}_0(\boldsymbol{r})$$

幾何光学

低周波近似

$$\boldsymbol{E}(k,\boldsymbol{r}) \sim \sum_{m=0}^{\infty} (-jk)^m \boldsymbol{E}_m(\boldsymbol{r})$$

第1項

$$\boldsymbol{E}(k,\boldsymbol{r}) \sim \boldsymbol{E}_0(\boldsymbol{r})$$

静電界

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$: 波数

MoMと回路網近似の組み合わせ

MoM解析

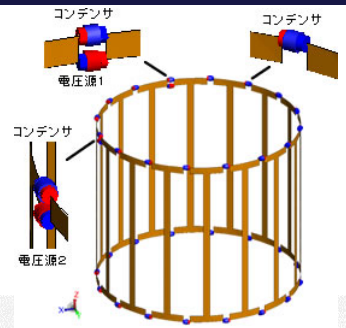
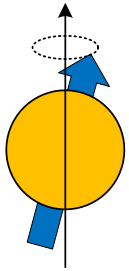


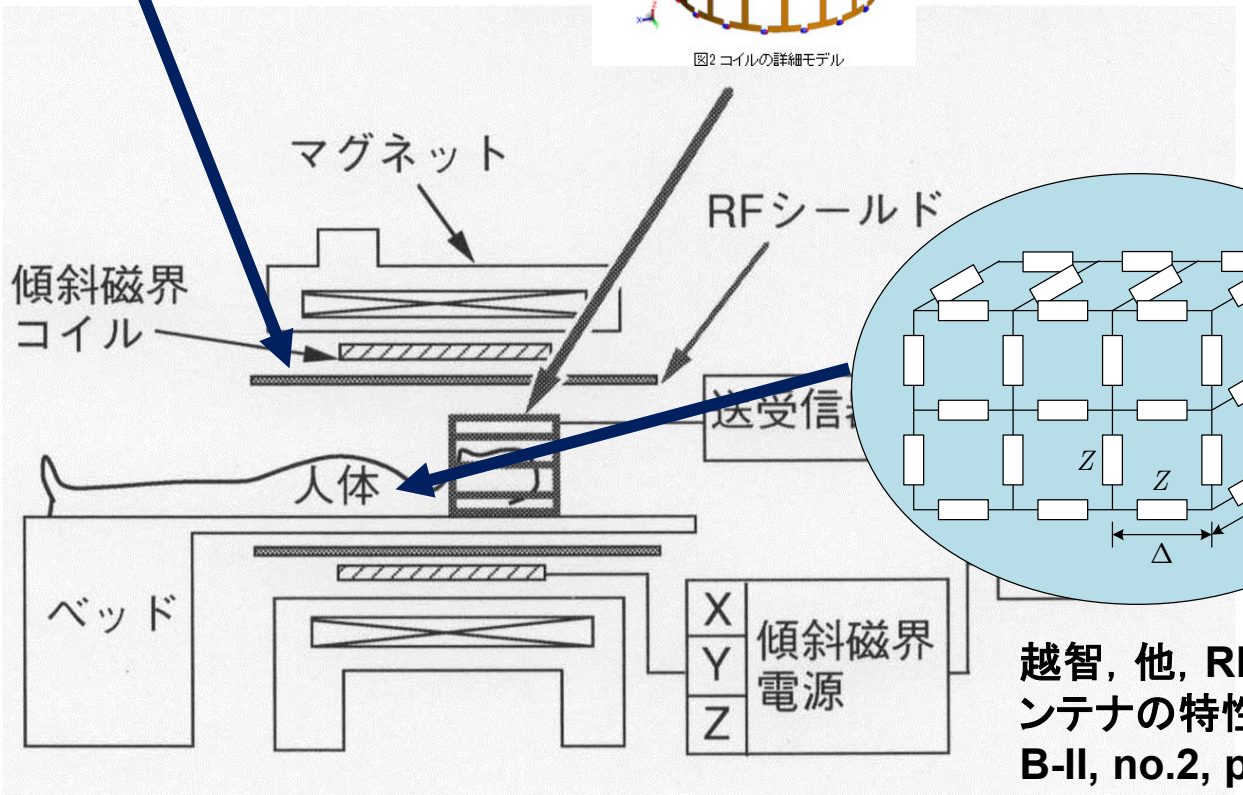
図2 コイルの詳細モデル

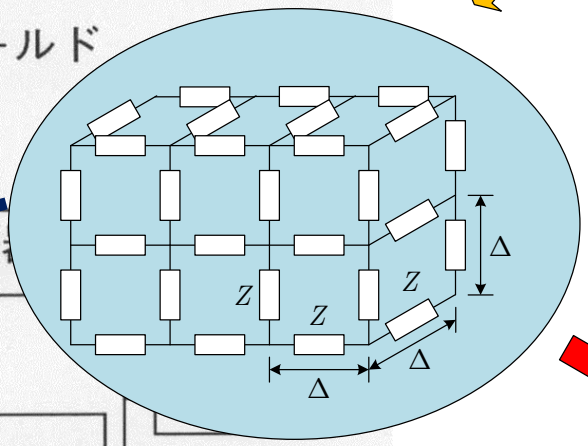


$$f = \gamma B_0$$

$$B_0 = 1\mathrm{T}$$

$$f \simeq 42.6\mathrm{MHz}$$



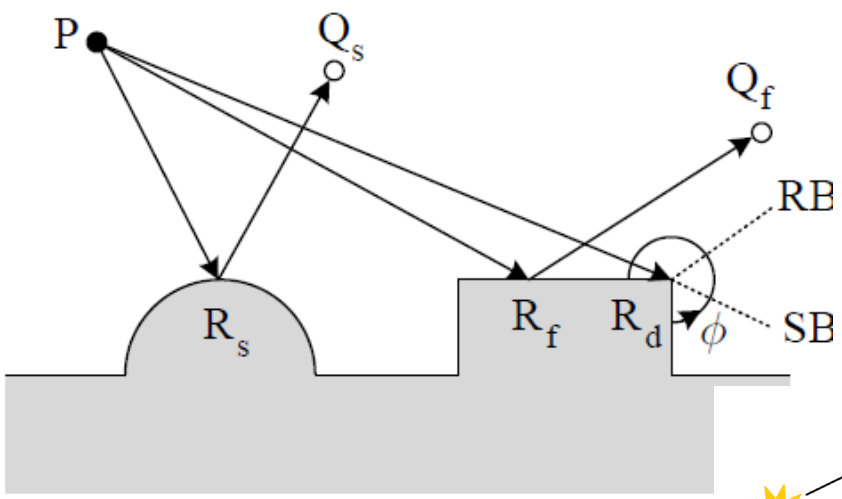


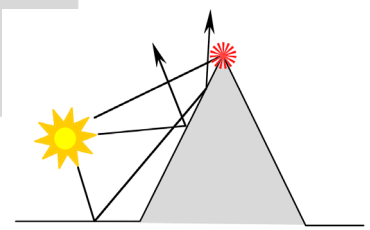
越智，他，RFシールドを有するMRIアンテナの特性解析，信学論，vol.J76-B-II, no.2, pp.79-85, 1993

越智，他，人体モデルを挿入したMRIアンテナの特性解析，信学論，vol.J76-B-II,no.4，pp.253-259, 1993

高周波近似法

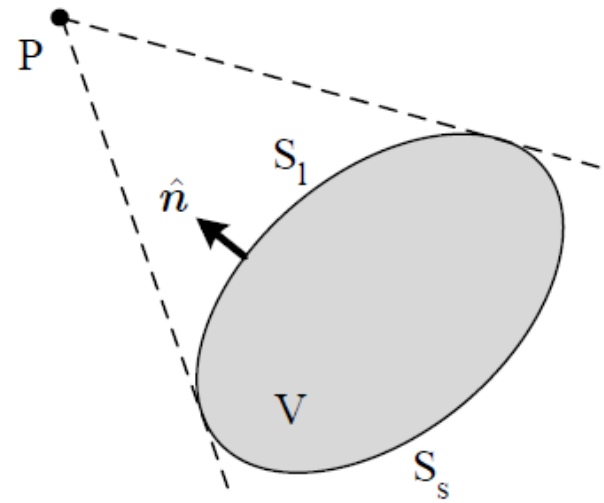
幾何光学近似
幾何光学的回折理論





- 反射・回折は局所現象
- 振幅;エネルギー保存則
- 位相(伝搬経路);フェルマの定理
- 回折係数は規範問題より導出

物理光学近似



照射面にだけ物理光学電流

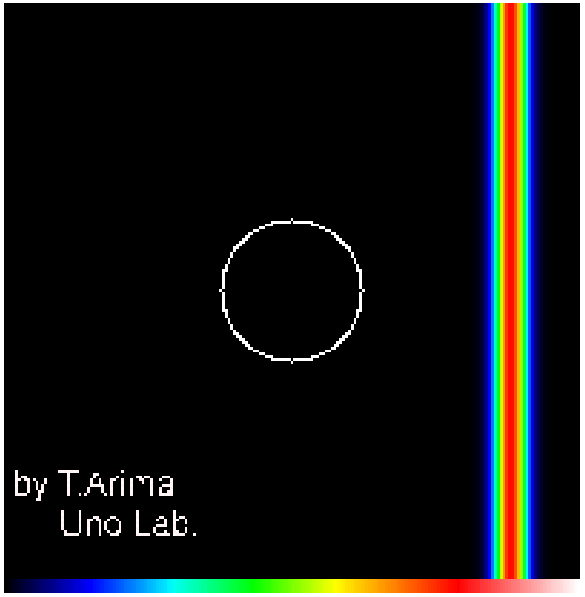
$$2\hat{n} \times \boldsymbol{H}^{\mathrm{inc}}$$

を仮定

白井宏, 幾何光学的回折理論, コロナ社, 2015. .

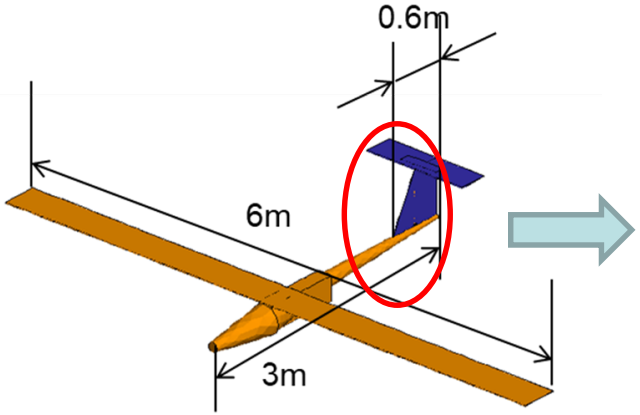
D.A.McNamara, Introduction to the Uniform Geometrical Theory of Diffraction, Artech House, 1990.

高周波近似を導くのは大変

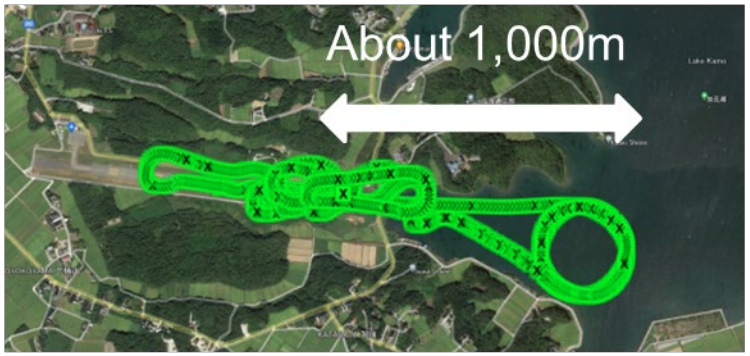


笹森崇行，他，高周波近似を用いた誘電体円柱による電磁波散乱の解析，信学論C-I, vol.78-C-I, no.1, pp.9-19, 1995.
笹森崇行，他，臨界散乱角近傍における電磁波散乱の高周波近似解析，信学論C-I, vol.78-C-I, no.4, pp.215-218, 1995.

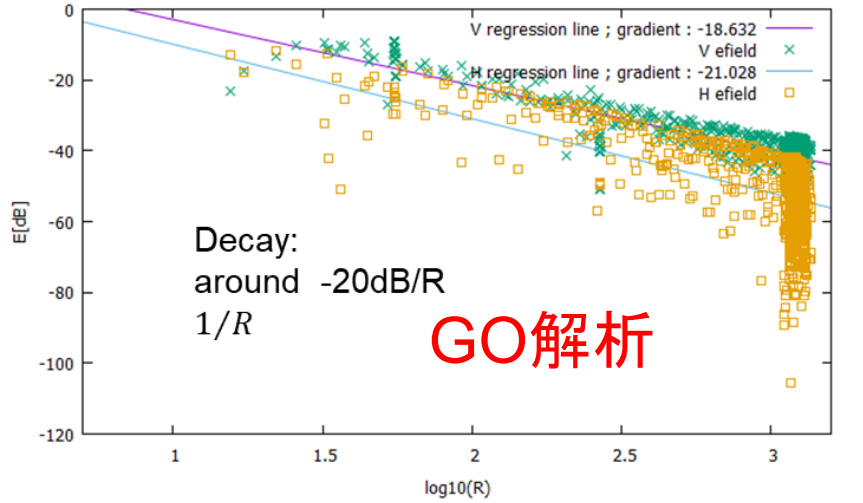
MoMとGO近似の組み合わせ



電流分布：MoM



Flight route provided by GPS data



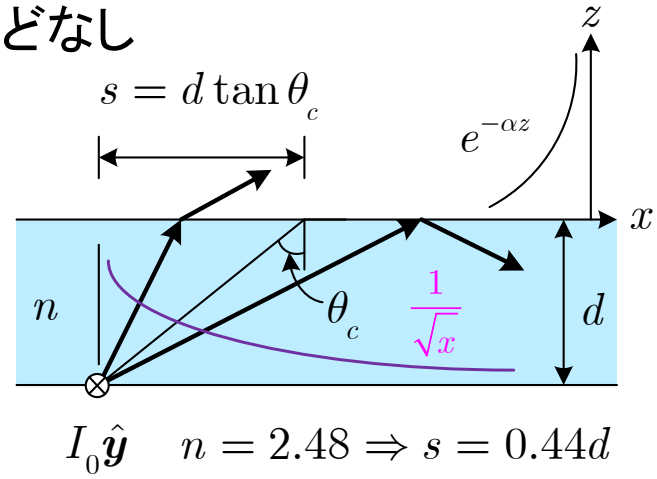
Theoretical calculation

雨とOn-glassアンテナ_FDTD法から高周波近似へ

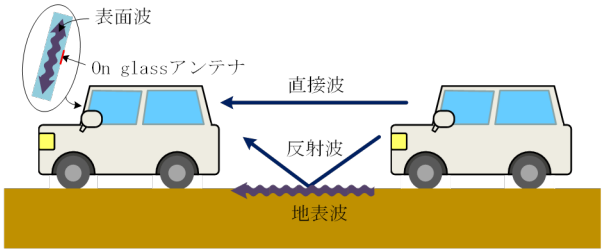
粒状　$\varepsilon_r \simeq 70 - j25$ @6GHz　筋状

粒状の雨：密度によらず影響ほとんどなし

筋状の雨：アンテナから遠くても影響大



計算：FDTD法



考察：高周波近似

ガラス外：指数的に減少：表面が強く影響

ガラスに沿って：1/√x：遠い雨筋でも影響

放射開口：アンテナ中心から半径(厚さ/2)程度

O.Kagaya, et.al., Evaluation of the Raindrops on the On-glass Antenna, IEICE Comex, vol.11, pp.93-97, 2022.

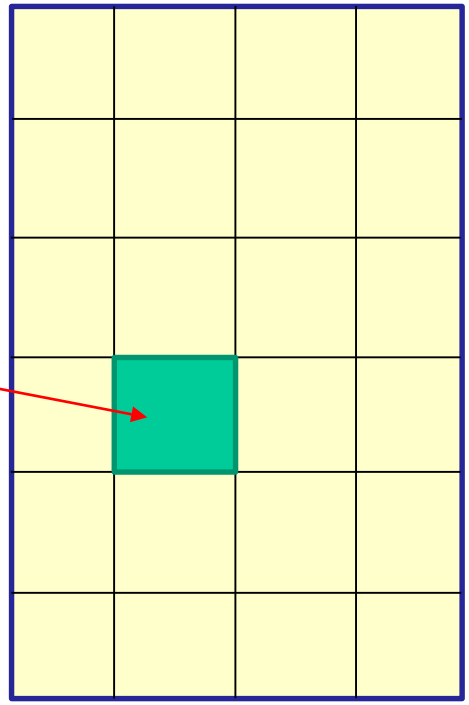
電磁界解析の特徴

まとめると. .

電磁界解析_原理的な観点(1)

数値解析

全解析領域



モーメント法
有限要素法
FDTD法

微小領域:
波長の数分の1

電磁界の変化:小
定数で近似
sin/cos で近似
直線で近似
2次多項式で近似

大規模計算
計算精度:◎

近似解法

低周波近似:
静電界 × $e^{j\omega t}$
誘導磁界 × $e^{j\omega t}$

高周波近似:
光線理論＋回折効果
遠方界特性

定性的な振る舞い:◎

電磁界解析_原理的な観点(2)

周波数応答

モーメント法
有限要素法

過渡応答

FDTD法

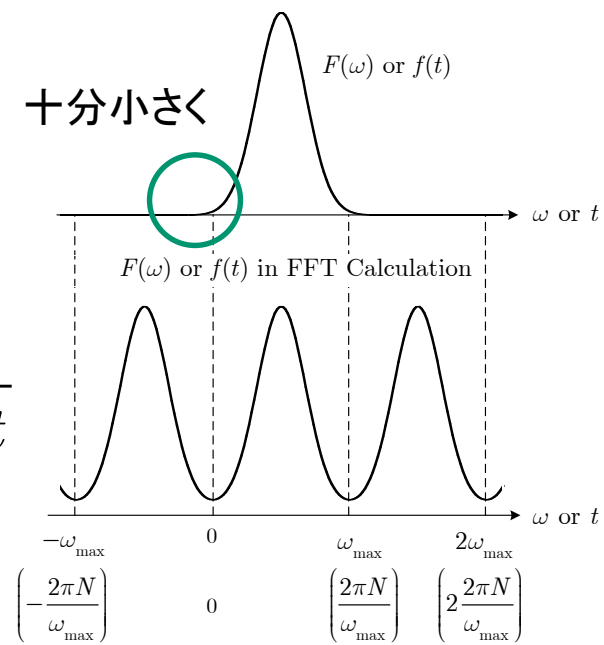
$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

- FFTの精度は3桁程度
- エイリアシングの問題

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega_{\max}}$$

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{N\Delta t}$$



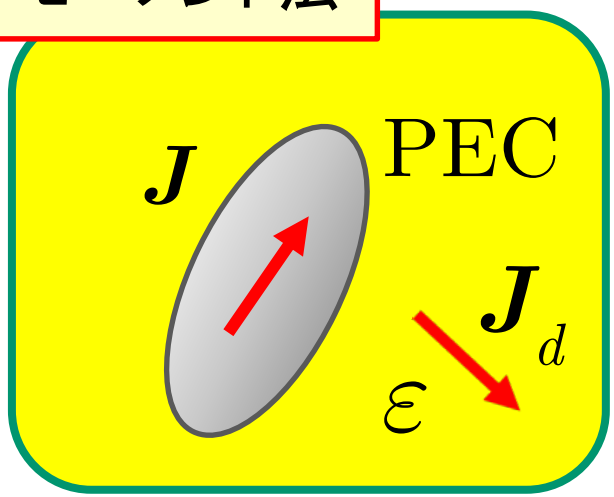
計算時間の観点からは

→ ×

← ○

電磁界解析_計算資源の観点

モーメント法



未知数:

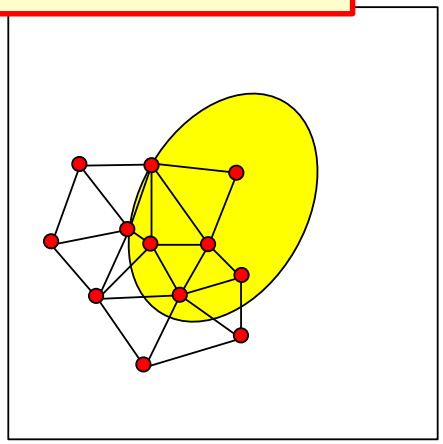
$\boldsymbol{J}$ on PEC 3成分

誘電体

$$\boldsymbol{J}_d = j\omega(\varepsilon - \varepsilon_0)\boldsymbol{E}$$

Full Matrix の逆行列 ⇒ 解

有限要素法

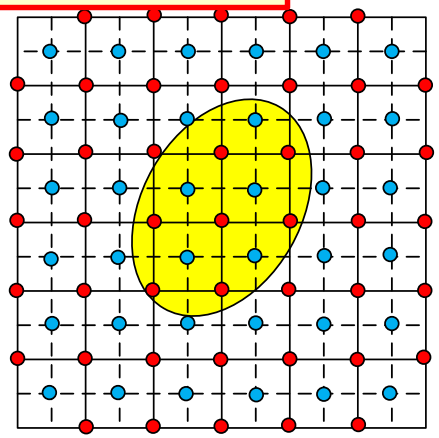


未知数

空間節点上の電界3成分⇒大容量

3重対角行列の逆行列 ⇒ 解

FDTD法

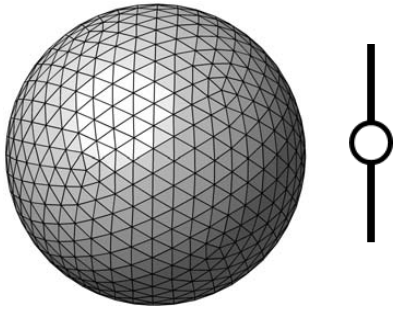


未知数

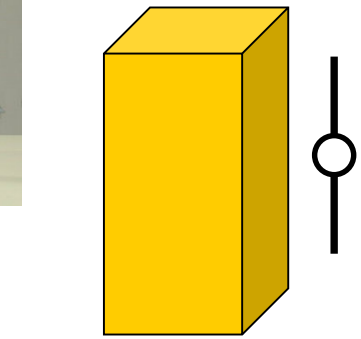
空間節点上の電界および磁界の計6成分⇒大容量

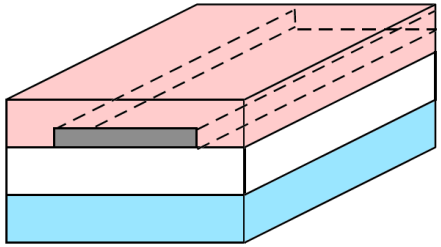
行列計算なし

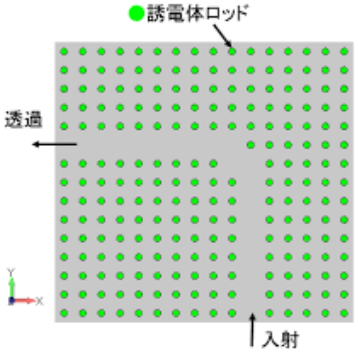
電磁界解析_得手・不得手の観点



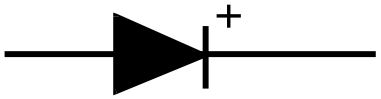
MoM

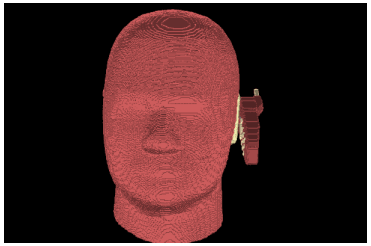




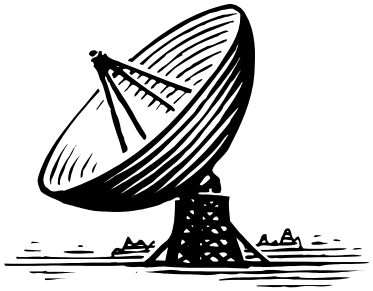


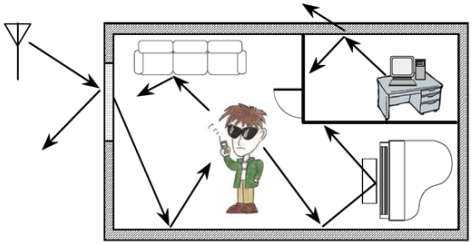
FEM





FDTD





GTD

電磁界解析_自作あるいはOSSの観点

モーメント法

熟練が必要

要素の配置
積分の簡素化
大規模行列の計算
不要共振対策

有限要素法

熟練は中程度

自動メッシュ:Free Soft はあるが，電磁界に適したものである？
大規模行列の計算
汎関数の選択

FDTD法

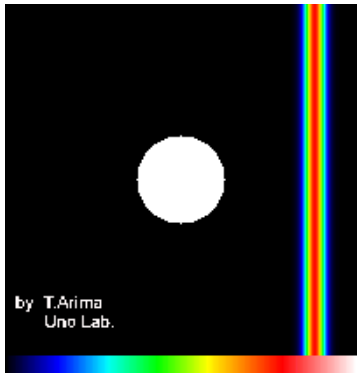
B4でもプロ並み

アルゴリズム:簡易
デバック:容易
物理的解釈:
　　過渡応答から
計算機の能力に依存

高周波近似

電磁界・数学の習熟が必須

OSS : Open Source Software



電磁界解析_偏微分方程式の型の観点

$$\nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\partial \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{J}_e(\boldsymbol{r},t) + \frac{\partial \boldsymbol{D}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}$$

波動方程式（双曲線型）

$$\nabla^2 \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial \boldsymbol{J}_e(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} + \frac{\nabla \rho_e(\boldsymbol{r},t)}{\varepsilon}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t) - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t^2} = -\nabla \times \boldsymbol{J}_e(\boldsymbol{r},t)$$

$$\left|\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right| \ll |\boldsymbol{J}_e|$$

熱伝導・拡散方程式（放物線型）

$$\nabla^2 \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \mu\sigma \frac{\partial \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t) = \mu\sigma \frac{\partial \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}$$

準定常界

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0$$

ポアソンの方程式（楕円型）

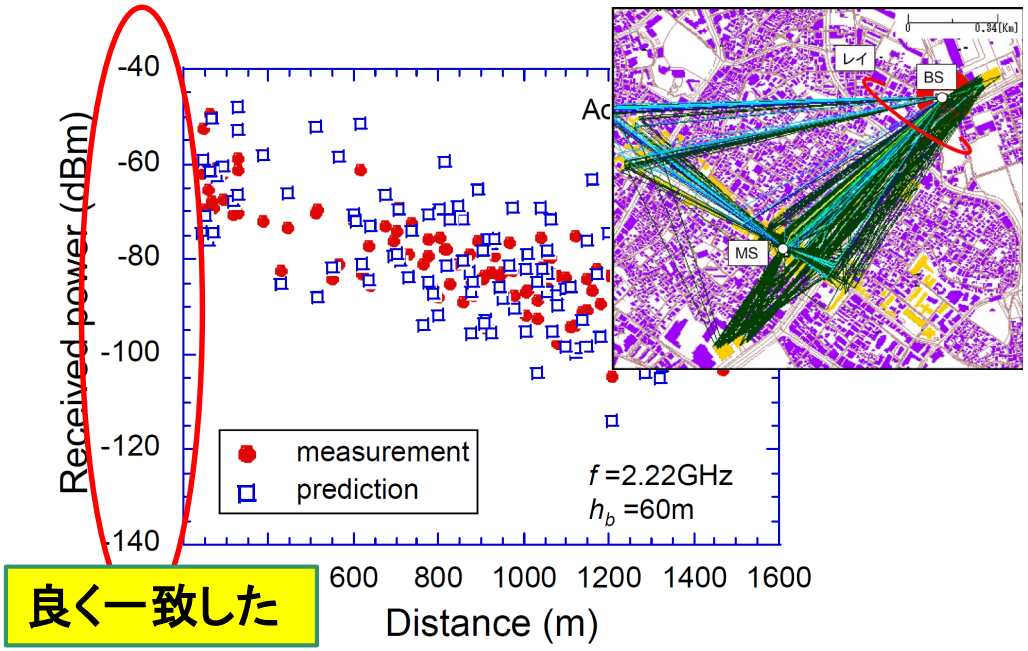
$$\nabla^2 \psi(\boldsymbol{r}) = -\frac{\rho_e(\boldsymbol{r})}{\varepsilon}$$

$$\nabla^2 A(\boldsymbol{r}) = -\mu J_e(\boldsymbol{r})$$

静電磁界

型の異なる方程式への応用が散見される

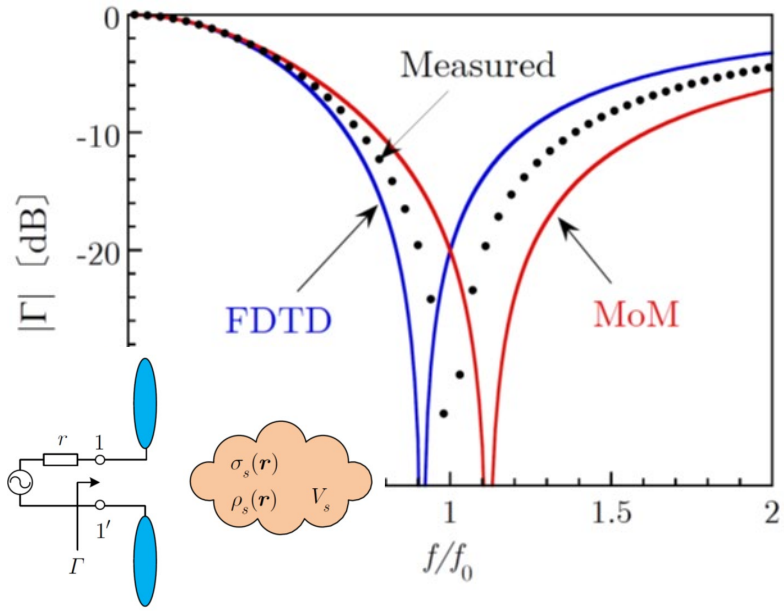
電磁界解析_合う･合わないの観点

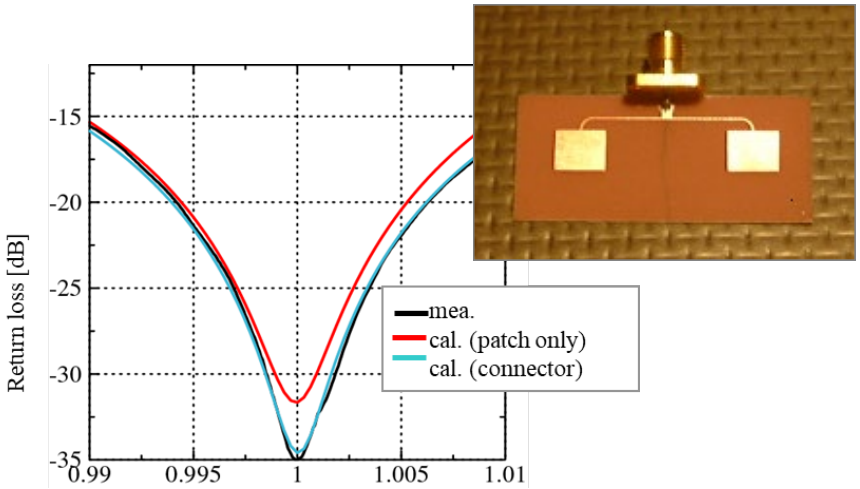


良く一致した

今井哲朗(NTTドコモ，現東京電機大)提供

今井哲朗，電波伝搬解析のためのレイトレーシング法，コロナ社，2016



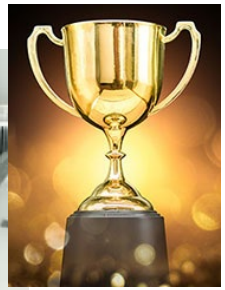


利得の差は1dBもあった.

横浜国大･新井教授提供

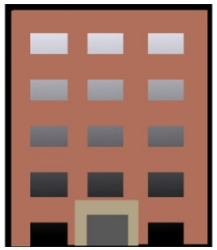
計算電磁気学の**将来**(近未来)**展望**

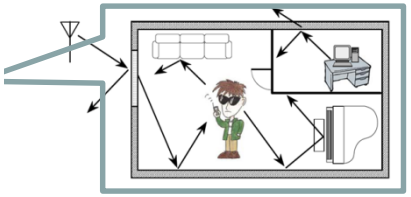
それでも能力不足



HPより

性能ランキングで4期連続4冠 → **ハードの限界がきている？**





FDTD, 3mm セル
→1.0PiB
計算時間：20 min.

機械振興会館（地下4F,地上6F)

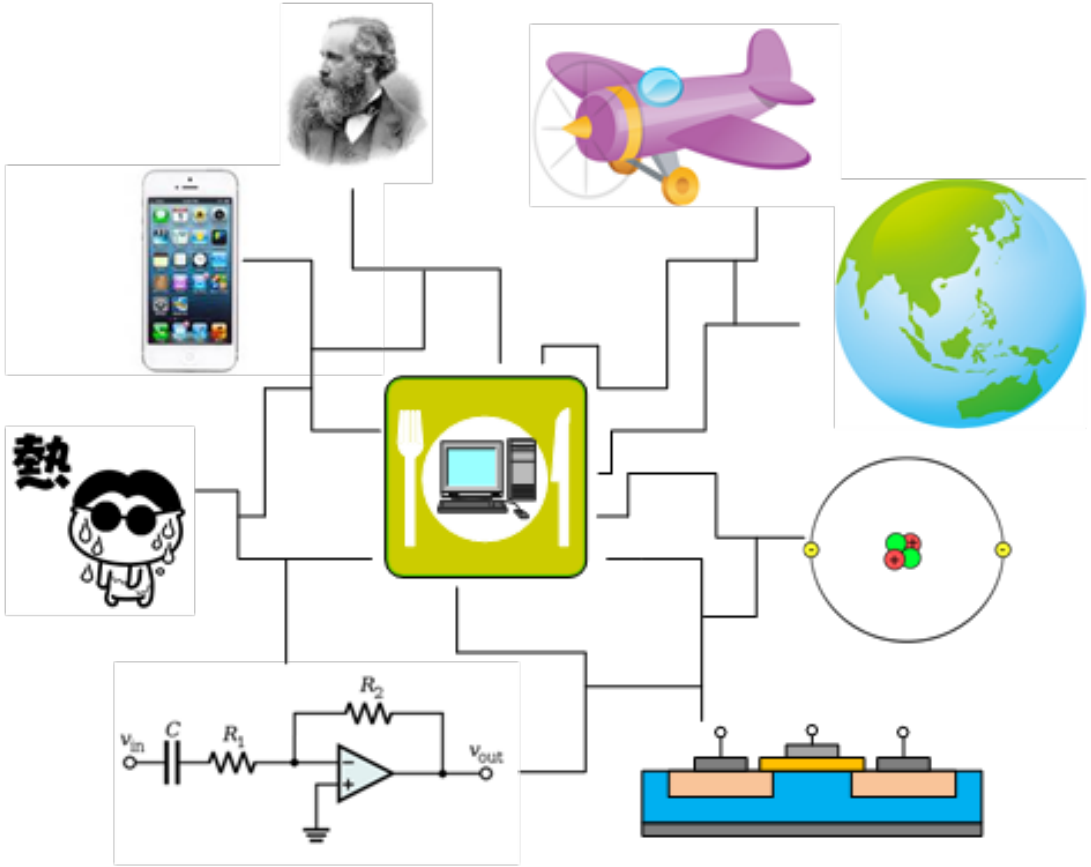
$$10^{31}\mathrm{YB} = 10^{31} \times 10^{24}\mathrm{B}$$

総人口（73億人）× 富岳
≒40YB

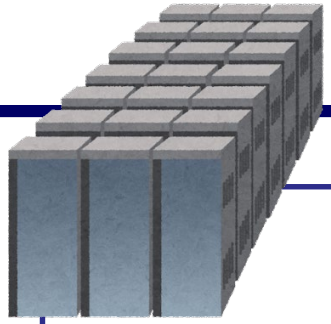
ナノサイズから地球サイズまで

ハードウェア：限界　**新しい解析法の開発に期待**

Multi-Scale, Multi-Physics & Multi-Purpose Simulation



こんなことがあるやも



分かりました．環境アセスメントを含めて，提案アンテナの特性を計算し直してみますので，コーヒーを飲みながら3分ほどお待ちください．
良いご提案だと思いますが，別の帯域での特性はどうなるでしょうか？
幼児や高齢者の健康に与える影響は？脳と肝臓のSAR分布を知りたいわ
日米の防護指針は守られているようです．

こうならないことを望みつつ

判断はユーザの責任

シミュレータ（先輩のプログラム）が出した結果ですから！

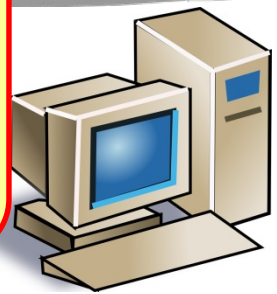
そんな設定（プログラム）ありません.

100%のシミュレータはない ⇒ 知識と経験を積め

無ければ作れ

計算にも実験にもバグはある ⇒ 正しければ両者は一致する

データをプロットすれば終わり，ではない.

プロットしたデータの本質を探れ

そのためには何が必要であるかを考えよ