

第4回電波伝搬モデリングコンペティションの振り返りと 多重スクリーン回折損失の計算方法

PMC4 実行委員会 2024.1.29

1. はじめに

2023年の第4回電波伝搬モデリングコンペティション(PMC4)[1-2]では、チュートリアル講演[3]が行われて、5件の参加者の発表[4-8]があった。PMC4では多重回折の計算を簡易にする幾つかの方法が提案されており、これらの発表内容を簡単に紹介する。その後で多重スクリーン回折損失の計算方法の例を示す。ここでは各自で実際に計算ができるように具体的に計算方法を示したい。発表ではいろいろな計算方法が提案されたが、ここではキルヒホフ近似による計算方法を説明する。

2. チュートリアル講演と参加者の提案法

チュートリアル講演[3]は2023年1月に東工大の高田先生に行って頂いた。、多重回折の計算法として一様回折理論(UTD)、キルヒホフ近似(KA)、ナイフエッジ回折モデルの導出とシミュレーション方法が説明されて、これらの計算例が示された。また、計算時間を短縮するために窓関数を用いることが有効であることが紹介された。

2023年7月に開催されたコンペティションに応募して頂いた参加者の提案方法の概要は次のとおりである。

文献[3]ではナイフエッジ回折損失の計算において、送受信点からみて最も近い回折点のみを対象に計算する方法が提案された。簡易に計算できて大まかな損失を得ることができる。

文献[4]では遮蔽板の高さを $\pm h$ ($h=1,3,5$ m)の間で一様にばらつかせる場合や平板の間隔をポアソン分布にした場合の計算方法が提案された。計算にはUTDを用いて計算時間が短縮できることが示された。

文献[5]では電磁界解析シミュレータの有限要素法を用いて多重回折の計算を行っている。実際に計算が行えるように遮蔽板の間隔を 2λ と極端に短くしたが、それでも超過損失が距離の2乗になる結果が得られた。

文献[6]ではフレネル・キルヒホッフの回折式の数値積分を用いるが、観測面の上部は送信点からの直接波の計算で置き換える計算方法が提案された。計算時間が短縮されて伝搬損失が距離の4乗となる結果が得られた。

文献[7]では波源面と観測面を平板でなく球面に置き換えることで、観測面の横方向の計算が省略できる

ことを利用した計算方法が提案された。

3. 遮蔽板の高さを変化

先に紹介した文献[2]では遮蔽板の高さを変える計算方法が示された。課題では遮蔽板の高さが一定であり、この状態でナイフエッジ回折やUTDをそのまま用いると遮蔽板を通過するたびに6dBの損失が追加されるため伝搬損失が大きくなる。これは、これらの計算法では回折後の波面全体に回折点での弱い電界を仮定するためである。遮蔽板の高さが一定という環境はナイフエッジ回折やUTDにとっては特異な環境となる。そこで、遮蔽板の高さにばらつきがある環境に変更する方法が考えられる。この方法では遮蔽板の高さをばらつかせても平均の伝搬損失は同じになると仮定している。

図1は遮蔽板の平均高を30mとして正規分布の標準偏差 $\sigma=0.1, 1, 10$ mで板の高さにばらつきをもたせたときの回折回数である。板の間隔を50m、送受信高は30mとして1000回試行した平均を示す。回折回数は

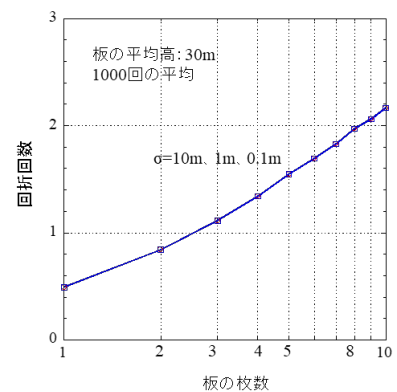


図1 板の枚数に対する回折回数

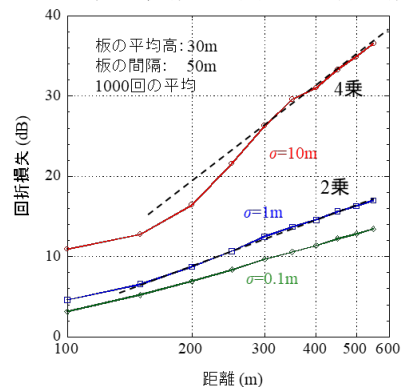


図2 距離に対する回折損失

用いて計算する範囲は縦 20m×横 20m とした。この範囲の上部にあたる縦 20m×横 20m の範囲では計算時間を短縮するために送信点からの自由空間損失で計算した[7,8]。自由空間での計算式は次のとおり。

$$e_j = \frac{1}{L} e^{-jkL} \quad (3)$$

ここで、 L は送信点から電界 e_j までの距離である。実際の計算では縦 20m の横のラインで式(1)による電界の振幅が式(3)での値と同じになるかを確認する。電界の位相まで合わせるのは難しいので縦 20m までの位相と不連続にならないように 20m より上の位相を一定値動かす。

・窓関数は次に示す簡易な指数 2 乗の関数を用いた。他に最適な関数があるかもしれないが詳細な検討を行っていない。

$$f(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4)$$

ここで、 r は点 P から波源面の電界 e_i までの距離で、 σ は窓の幅のパラメータである。 σ の値は実際に多重スクリーン回折の計算を行って距離特性が 4 乗になる値として第一フレネル半径 r_1 の 1.5 倍、 $\sigma=1.5r_1$ とした。計算によって距離の 4 乗が得られるかを確かめたいのに、距離の 4 乗を前提にして窓の幅 σ の値を決めることには違和感が残る。窓の幅 σ については今後の課題である。

・1 枚目の遮蔽板の上に観測面を設定して微小電界を求めるときは式(3)を用いる。

5.2 計算と結果

図 4, 5 に遮蔽板の 2 枚目と 10 枚目の観測面にできる電界の振幅と位相を示す。横軸の受信高は板の高さを 0m としている。受信高 20m の前後で振幅が連続している。また、受信高 20m 以上の位相は連続するようにはずらしている。図 6 に受信レベルの距離特性を示す。

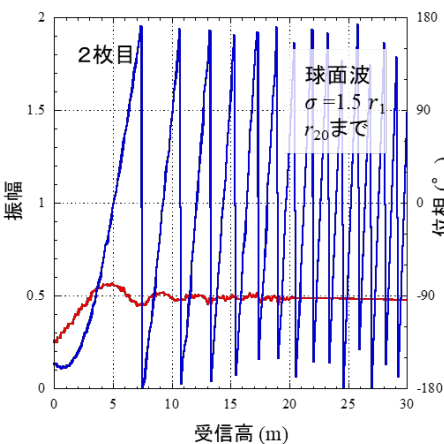


図 4 2 枚目の電界と位相

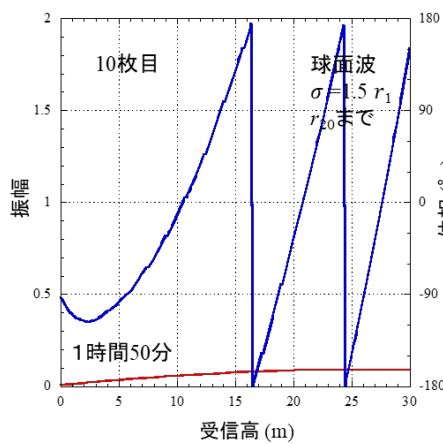


図5 10枚目の電界と位相

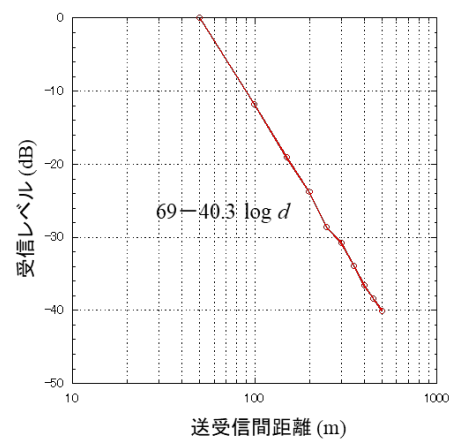


図 6 距離特性 (フレネル・キルヒホッフ)

回帰すると $40.3 \log d$ となり距離の 4 乗が得られる。10 枚目までの計算時間は業務用パソコン (Intel Core i5-12400) を用いて 1 時間 50 分である。この計算方法は精度よく計算できるが計算時間が長い実用的ではない。この計算では球面波を用いたが円筒波を用いれば計算時間を 1 桁短縮できる。

6. フレネル近似を用いた数値積分

6.1 計算方法

計算が容易なフレネル近似を用いた計算方法を説明する[9,10]。この方法は球面波には適用できないが円筒波には適用できる。円筒波での超過損失を求めて球面波の自由空間損失を加えることで球面波の伝搬損失を求めることができる。円筒波の波源面の横一列の電界は同じになる。この横一列の計算をフレネル積分の数式から直接求めることができるので計算時間を短縮できる。また観測面の横一列は 1 個の計算でよい。

文献[9]にフレネル近似の計算方法が示されている。関係のある部分を抜粋すると次のとおりである。図 1 に示すように観測面の電界を e_j 、波源面の電界を $e_i(x,y)$ とする。簡易化のために電界 e_j は原点にあるとする。 e_i と e_j 間の距離を r_i とし、波源面と観測面の間隔を b とする。電界 $e_j(0,0)$ は次式で表される。

$$e_j(0,0) = \frac{1}{j\lambda} \iint e_i(x,y) \frac{e^{jk r_i}}{r_i} dx dy \quad (5)$$

距離 r_i は次式で表せる。

$$r_i = \sqrt{b^2 + x^2 + y^2} = b \sqrt{1 + \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{b^2}} \quad (6)$$

これを次の Taylor 展開を使って近似する。

$$(1 + \alpha)^m = 1 + m\alpha + \frac{m(m-1)}{2} \alpha^2 + \dots \quad (7)$$

$$r_i/b = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) + \dots \quad (8)$$

$$r_i \approx b + \frac{x^2+y^2}{2b} \quad (9)$$

上式がフレネル近似である。式(9)を式(5)に代入する。また分母の r_i を b とする。

$$e_j(0,0) = \frac{1}{j\lambda b} e^{jkb} \iint e_i(x,y) e^{\frac{jk}{2b}(x^2+y^2)} dx dy \quad (10)$$

円筒波の横列の電界は同じになるため $e_i(x,y)$ を $e_i(y)$ とする。式(10)の積分の項は次式になる。

$$\iint e_i(y) e^{\frac{jk}{2b}(x^2+y^2)} dx dy = \int e_i(y) e^{\frac{jk}{2b}y^2} dy \int e^{\frac{jk}{2b}x^2} dx \quad (11)$$

ここでフレネル積分は次のとおり

$$\int_0^\infty e^{-jt^2} dt = \int_0^\infty (\cos t^2 + jsin t^2) dt = \sqrt{\frac{\pi}{8}} + j\sqrt{\frac{\pi}{8}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{j\frac{\pi}{4}} \quad (12)$$

式(11)の x の積分はフレネル積分を使って次のとおり。

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^\infty e^{\frac{jk}{2b}x^2} dx &= \int e^{jat^2} dt = \sqrt{\frac{2b}{k}} \int e^{jt^2} dt \\ &= \sqrt{\frac{2b}{k}} \frac{2\sqrt{\pi}}{2} e^{j\frac{\pi}{4}} = \sqrt{\frac{2\pi b}{k}} e^{j\frac{\pi}{4}} = \sqrt{b\lambda} e^{j\frac{\pi}{4}} \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)を式(11)に代入すると式(10)は次のとおり。

$$\begin{aligned} e_j(0,0) &= \frac{1}{j\lambda b} e^{jkb} \sqrt{b\lambda} e^{j\frac{\pi}{4}} \int e_i(y) e^{\frac{jk}{2b}y^2} dy \\ &= \frac{1}{j\sqrt{b\lambda}} e^{j(kb+\frac{\pi}{4})} \int e_i(y) e^{\frac{jk}{2b}y^2} dy \end{aligned} \quad (14)$$

電界 e_j を求めるために上式の y の積分を数値計算すればよい。

1 枚目の遮蔽板の上に観測面を設定して微小電界を求めるときは円筒波なので次式を用いる。

$$e_j = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{-jkl} \quad (15)$$

6.2 計算と結果

1GHz でメッシュ間隔は 15cm で、 y 軸の計算範囲は P 点を中心に第 10 フレネル半径までとして、窓関数のパラメータは第一フレネル半径と同じに $\sigma=r_1$ とした。 x 軸の計算は数式を用いるので窓関数は必要ない。

図 7 に円筒波での計算結果を示す。伝搬損失の計算値は $30.8 \log d$ で近似できる。超過損失の傾きは約 2 乗となる。これから球面波の伝搬損失を求めると距離の 4 乗が得られる。遮蔽板 10 枚の計算時間は 1 秒以下であり高速に計算できる。

フレネル近似の計算は平板遮蔽には適用できるが、ビル群のように高さがばらつく遮蔽には適用できない。また、高さがばらつく遮蔽では円筒波と球面波の超過損失が同じにはならないので球面波の代用として円筒波を用いることができない。

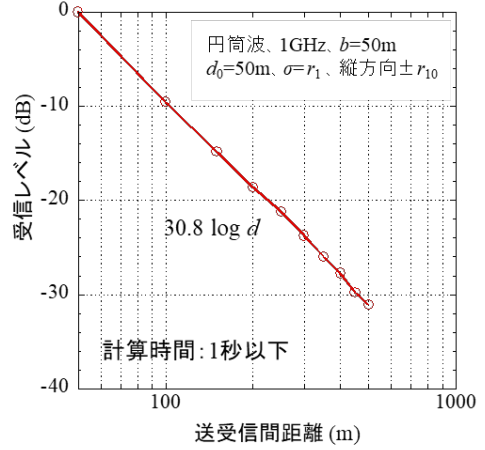


図 7 距離特性 (フレネル近似)

7. 2 関数のフーリエ変換

7.1 計算方法

フレネル・キルヒホッフの方法で高速に計算するためにフーリエ変換を用いる方法がある。フレネル・キルヒホッフの方法は、波源面の電界と伝達関数との畳込み積分を計算している。畳込み積分は 2 つの関数をフーリエ変換して掛け算して逆フーリエ変換することと等価である。ここでのフーリエ変換は平面の 2 次元である。この計算方法をここでは“2 関数のフーリエ変換”と呼ぶ。伝達関数に掛け算する窓関数は結果的に波源面の電界にも掛け算されることになるので、受信電界の収束の悪さも改善できる。

波源面の電界を $e_i(x,y,0)$ としてこのフーリエ変換を $E_i(u,v,0)$ とすれば次式で表される。

$$E_i(u,v,0) = \iint e_i(x,y,0) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (16)$$

同様に伝達関数のフーリエ変換は次式となる。

$$H(u,v,b) = \iint \frac{1}{j\lambda r_i} e^{jkr_i} e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (17)$$

E_i と H を掛け算して逆フーリエ変換することで観測面の電界 $e_j(x,y,b)$ が得られる。実際の計算では式(17)に窓関数などを入れるので次の節で説明する。

2次元のフーリエ変換を計算機で行うには、面の各行ごとに 1次元の高速フーリエ変換 (FFT) を行い、その結果をさらに各列ごとに 1次元の FFT を行う。また、2次元 FFT を行った後には象限の交換が必要である。具体的には、観測面の中心を原点として、観測面の第 1 象限と第 4 象限、第 2 象限と第 3 象限をそれぞれ入れ替える。これは、観測面の x 軸の上下に隣接するメッシュを観測面の上部と下部に移動させるイメージである。

FFT は繰り返し波形であれば正しく変換できるが、繰り返し波形でないときは変換の誤差が生じる。伝達関数は繰り返し波形ではないので、誤差を減らす工夫が必要である。例えば、波源面を広くとり波源面の枠

に近い部分の電界値を 0 にする。これも一種の窓関数である。また、FFT を行った結果をグラフにして誤差の影響を確認すると工夫が行い易い。

7.2 計算と結果

球面波を用いて計算する。波源面と観測面のメッシュの数は 256×256 、メッシュ間隔は $\Delta t = 16\text{cm}$ 、波源面と観測面のエリアは $40\text{m} \times 40\text{m}$ である。

式(4)の窓関数の σ は第 1 フレネル半径 r_1 の 1.5 倍 ($\sigma = 1.5 r_1$) である。また、FFT の折り返し誤差を小さくするために波源面の電界に重みを付けた。具体的には波源面の中心から第 6.5 フレネル半径から電界を小さくして第 10.5 フレネル半径以降で電界を 0 にした。第 6.5 と第 10.5 フレネル半径は最大で 9m と 12m である。このため、次式をフーリエ変換した。

$$\frac{1}{j\lambda r_i} e^{jk r_i} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} g(r) \quad (18)$$

ここで、 $g(r)$ は電界に付けた重み関数である。

図 8 に 2 関数のフーリエ変換での波源面と観測面のエリアを示す。波源面の中心を遮蔽板の上に置いて、波源面の下半分が遮蔽板に隠れる位置とした。このため、観測面の微小電界が得られた後に、この微小電界を波源面として用いるときは遮蔽板の遮蔽を考慮して、波源面の下半分の電界を 0 とした。

図 9 に計算結果の距離特性を示す。計算値は、 $39.9 \log d$ で近似でき、ほぼ 4 乗の傾きが得られる。距離特性の計算時間は 1 秒以下である。球面波を用いたがフ

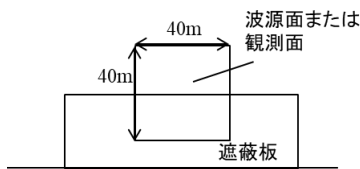


図 8 2 関数のフーリエ変換の範囲

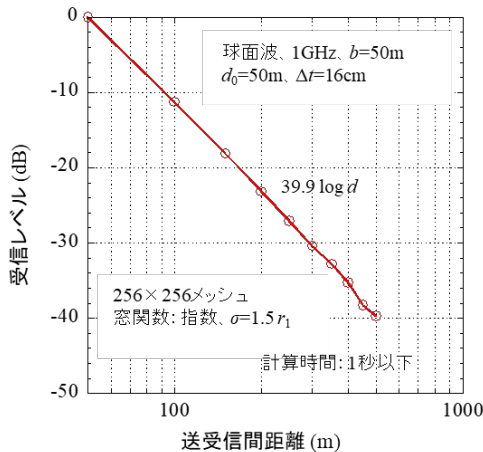


図 9 距離特性 (2 関数のフーリエ変換)

ーリエ変換によって計算時間の短縮が行えて、フレネル近似と同程度の速さで計算できる。

8. 角スペクトル法

8.1 計算方法

角スペクトル法[10-12]には 2 つの説明方法がある。1 つは 7 章の 2 関数のフーリエ変換を用いる。伝達関数のフーリエ変換である式(17)は 2 つの指数関数の積分である。この積分は次式となることが知られている。このため FFT を行う必要がない。

$$H(u, v, b) = e^{ik_z b} \quad (19)$$

ここで、 k_z は波数ベクトルで次の関係がある。

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad k_x = 2\pi u, \quad k_y = 2\pi v \quad (20)$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (21)$$

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \quad (22)$$

k_z は次の値となる。

$$k_z = \begin{cases} 2\pi\sqrt{1/\lambda^2 - u^2 - v^2} & (1/\lambda^2 \geq u^2 + v^2) \\ 0 & (\text{上記以外}) \end{cases} \quad (23)$$

変数 x, y と u, v の関係は一例として次のとおりである。波源面 $40\text{m} \times 40\text{m}$ を 256×256 メッシュに区切るときざみ間隔は 0.15m で x や y の範囲は $-20 \sim 20\text{m}$ (0.15×256 の範囲) である。 u や v の範囲は $-128/40 \sim 128/40$ でありざみ間隔は $1/40$ である。メッシュの位置から u, v を求めて式(23)から k_z を求める。これを式(19)に代入して $H(u, v, b)$ を得る。波源面の電界を FFT して得られる $E_i(u, v, 0)$ と $H(u, v, b)$ とを掛け算して逆フーリエ変換することで観測面の電界 $e_j(x, y, b)$ を得る。

もう 1 つの説明は波源面の波は複数の平面波に分解できることを用いる。式(16)を逆フーリエ変換すると元に戻って次式が得られる。

$$e_i(x, y, 0) = \iint E_i(u, v, 0) e^{j2\pi(ux+vy)} dudv \quad (24)$$

この式から波源面の波 e_i は振幅が $|E_i|$ の複数の平面波の集まりであるとみることができ。複数の平面波はいろいろな方向に向かって伝搬している。これらの平面波を板の間隔 b だけ進めた後に集めると観測面にできる波を表現できる。平面波なので振幅は変化せず距離に応じて位相が変わるだけで、その変化は式(19)である。これにより観測面の電界は次式で表される。

$$e_j(x, y, b) = \iint E_i(u, v, 0) e^{ik_z b} e^{j2\pi(ux+vy)} dudv \quad (25)$$

上式は最初の説明の計算方法と同じになる。

角スペクトル法で窓関数を使うには、窓関数も FFT して波源面の FFT の後に掛け算する必要がある。しかし、これでは伝達関数を FFT する演算時間を省略した効果が失われる。窓関数も含めた伝達関数を数式で表現できれば高速化が図れる。これは今後の課題である。

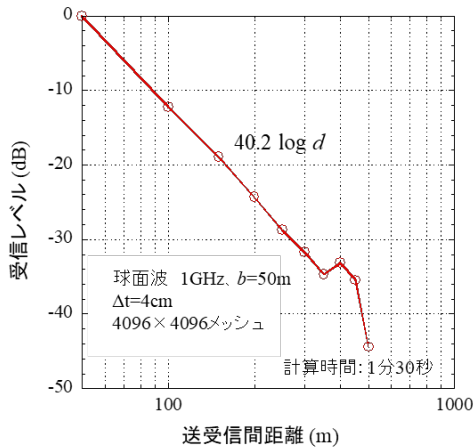


図 10 距離特性（角スペクトル法）

8.2 計算と結果

球面波を用いて計算する。波源面と観測面のメッシュの数は 4096×4096 、メッシュ間隔は $\Delta t = 4\text{cm}$ 、波源面と観測面のエリアは $164\text{m} \times 164\text{m}$ である。FFT の折り返し誤差を小さくするために波源面の中心から第 30.5 フレネル半径から電界を小さくして第 40.5 フレネル半径以降で電界を 0 にした。窓関数を用いることができないために、波源面と観測面のエリアを広くしてメッシュ間隔も短くした。

図 10 に計算結果の距離特性を示す。距離 400m で算誤差がみられる。計算値の回帰は $40.2 \log d$ である。距離特性の計算時間は 1 分 30 秒である。メッシュの数を大きくしてメッシュ間隔を短くしたので、2 関数のフーリエ変換より計算時間が長くなった。計算条件をもっと工夫すれば計算時間をさらに短くできるかもしれない。

9. 多重スクリーンの特徴

9.1 遮蔽板までの距離

多重回折の計算が行えるようになったので多重スクリーンの特徴を調べてみる。多重回折での平面波の超過損失は距離の 1 乗に比例して円筒波と球面波のそれは距離の 2 乗に比例する。8 章までに示した計算では送信点から最初の遮蔽板までの距離は 50m であった。この距離を長くすると円筒波（または球面波）は平面波に近づくので超過損失の傾きが変わるはずである。

図 11 に送信点から最初の遮蔽板までの距離を 50m ~ 10km まで変えた場合の超過損失の距離特性を示す。送受信高は遮蔽板と同じ高さで、遮蔽板の間隔は 50m である。横軸は最初の遮蔽板から受信点までの距離で、縦軸は 2 枚目の遮蔽板での超過損失を基準にしている。計算は円筒波でフレネル近似を用いた。送信点から最初の遮蔽板までの距離が 50m の場合の傾きは 2 乗で、1km 以上では 1 乗に近い。これは興味深い現象である。

基地局が鉄塔のように高い場合は電波がビル群に届くときは平面波に近づいているはずである。

9.2 基地局高特性

多重スクリーン回折で送信点と受信点が板と同じ高さにあるときの球面波の伝搬損失は距離の 4 乗になる。送信点を板の高さより高くしたときの基地局高特性を調べてみる。

図 12 は送信点の高さを遮蔽板から 0m ~ 30m まで変えた場合の超過損失を示す。送信点から最初の遮蔽板までの水平距離は 50m である。受信点の高さは遮蔽板と同じ高さなので送受に見通しがある。計算は円筒波でフレネル近似を用いた。送信高を変えても超過損失の傾きは 2 乗になっていくが、2 乗に傾くまでの距離が変わる。遮蔽板から 30m 高いと距離 1km でも超過損失は 3dB と小さく、多重回折が起きていないことがわかる。多重スクリーンモデルでは送信点が板の高さより高いときの伝搬損失は距離の 3.8 乗になることが示されているが、マイクロセルでは単純に 3.8 乗で近似できないことがわかる。

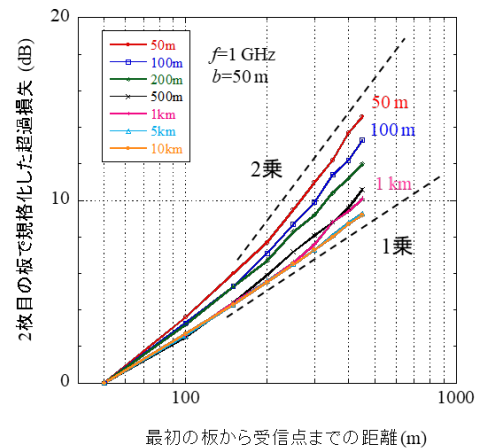


図 11 送信点から遮蔽板までの距離

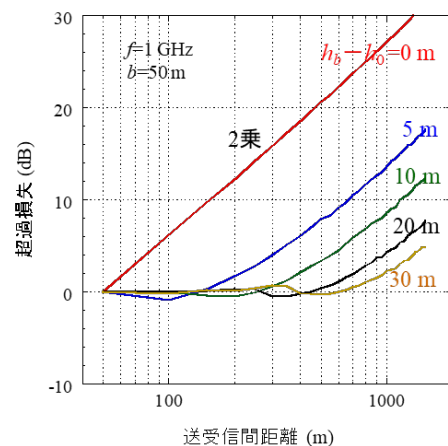


図 12 基地局高特性

10. まとめ

第4回電波伝搬モデリングコンペティション(PMC4)のまとめとして、参加者の提案内容を紹介して、多重回折の計算が実際にできるように計算方法を紹介した。当初は多重回折の計算は計算量が多いために一般的なパソコンでは計算ができないと思われていたが、メッシュ間隔の最適化や窓関数の導入によって現実的に計算できることが明らかになった。また、フーリエ変換を用いた方法では高速化が図れるが折り返し誤差を避ける工夫が必要であることもわかった。

伝搬現象を各自で計算機シミュレーションすることでより深くその現象を理解できると思われる。平面大地の2波モデルや受信レベルのレイリー変動、フレネルゾーン、ナイフエッジ回折、ビル反射パターンなどはその良い例である。多重スクリーン回折モデルは都市内の伝搬損失が距離の対数に比例することを説明できるモデルである。このため先に挙げた伝搬現象と同様に各自で計算機シミュレーションできるようになればいいと思い今回のPMC4を企画した。PMC4によって多重スクリーン回折モデルの計算はそれほど難しいものではないと感じられたのではないと思う。円筒波によるフレネル近似の計算が最も簡易なのでまずはこれから始めることを勧めたい。

PMC4の成果は、コンペティションの参加者やチュートリアル講演、PMC4実行委員会メンバー、さらに伝搬DB委員会などの関係者の皆様の協力によるものであり、感謝いたします。

文献

- [1] AP研究会 HP のコンペティション
<https://www.icice.org/cs/ap/event/compe/>
- [2] 市坪信一、“都市内伝搬における多重スクリーン回折計算手法の簡易化について—第4回電波伝搬モデリングコンペティションの課題に関連して—”, 信学技報, AP2022-183, pp.33-38, Jan. 2023.
- [3] 高田潤一、杜キン、“市街地マクロセル環境における垂直面内屋根越え伝搬損失の推定方法について(2)”, 信学技報, AP2022-184, pp.39-44, Jan. 2023.
- [4] 中村光貴、北尾光司郎、富永貴大、須山聡、猪又稔、山田渉、久野伸晃、佐々木元晴、“計算対象削減によるナイフエッジ回折モデル計算量削減手法”, 信学技報, AP2023-36, pp.32-35, Jul. 2023.
- [5] 土持凱、廣瀬幸、今井哲朗、“市街地構造を考慮した多重スクリーン回折モデルの簡易化”, 信学技報, AP2023-37, pp.36-40, Jul. 2023.
- [6] 平野拓一、“有限要素法解析を用いた多重スクリーン回折の電波伝搬特性解析”, 信学技報, AP2023-38, pp.41-43, Jul. 2023.
- [7] 伊藤智史、林高弘、“物理光学近似における直接波成分を用いた多重スクリーン回折計算手法の簡易化”, 信学技報, AP2023-39, pp.44-48, Jul. 2023.
- [8] 市坪信一、“球面遮蔽を用いた多重回折損失の計算”, 信学技報, AP2023-40, pp.49-53, Jul. 2023.
- [9] オプティカルソリューションズ、フィレネル回折とフラウンホーファー回折, <https://www.osc-japan.com/wp-content/uploads/2013/03/ODN27.pdf>
- [10] 4種類の回折計算の方法,
https://colab.research.google.com/github/yumcyaWiz/psf_and_mtf/blob/master/diffraction_calculation.ipynb#scrollTo=xi9eklu1F-Qi
- [11] レンズの点像分布関数とMTF曲線の数値計算(回折計算編),
<https://qiita.com/yumcyawiz/items/7af0814d738076a807c9>
- [12] 波動光学における伝搬計算手法その1 角スペクトル法と周波数応答関数の帯域制限,
<https://qiita.com/AngularSpectrumMTD/items/429a0959bed08933851f>