

無線電力伝送におけるインピーダンスの一考察

高野 忠

日本大学・電子情報工学科 〒274-8501 船橋市習志野台7-24-1

E-mail: takano@ecs.cst.nihon-u.ac.jp

あらまし 無線で電力を伝送する場合、インピーダンスが重要な役割を果たす。すなわち、電波を伝送し放射するためのインピーダンス整合と、電源の能力を表わす内部インピーダンスとである。ただこの関係が、従来あまり議論されないままになっているように思える。本論文ではこのインピーダンスの役割と定義、使い方について、試案としてまとめる。特に整流回路のインピーダンス表現について、言及する。

キーワード 無線電力伝送、インピーダンス、整合、内部インピーダンス、最大電力

A Study on Impedance in Wireless Power Transmission

Tadashi Takano

Nihon University, Department of Electronics and Computer Science, 7-24-1 Narashino-dai, Funabashi, 274-8501 Japan

E-mail: takano@ecs.cst.nihon-u.ac.jp

Abstract IEICE (The Institute of Electronics, Information and Communication Engineers) provides a word template file for the Technical Report of IEICE.

Keyword Windows, Word, Technical Report, Template

1. まえがき

無線で電力を伝送する場合、電波を反射無く伝送し、アンテナから放射するためインピーダンスの整合を取る。また電源から取り出せる電力は、その内部インピーダンスによって表せる。これらのインピーダンスと役割については、分かりにくい点が多い。

まず高周波測定で信号発生器を使うが、その内部インピーダンスは 50Ω 程度の場合が多い。そこで、外部に整合負荷をつなぎ電力を取り出すと、発生器内部でほぼ同じ電力が熱になるのか、との質問があった。この内部インピーダンスは、言わば反射無く取り出すための目安であり、必ずしも内部に 50Ω 抵抗を持っているわけではない。

信号発生器内の発振素子は固有のインピーダンスを持っているが、種々のインピーダンス変換器を通して、伝送路のインピーダンスにしている。そして送信アンテナにおいても同じようにして、入力インピーダンスを伝送路インピーダンスに合わせるのである。

電力伝送と同じ意味で電力変換について、効率を出力電力/入力電力で定義し、最良条件を求めている[1]。

2 共振器が強結合の場合、透過係数が凹みを持つてくるが、中心周波数からずれて最大状態が良いとしている。しかしその状態では電力が反射していると思われるので、電源から可能な最大電力を供給していることにならない。

従来は交流電力にたいする授受を論じてきた [2] [3]。しかし誘導性の電力伝送における数 10MHz 、さらには太陽発電衛星のように数 GHz の電波電力は、そのままではユーザに届けられず、整流が必要である。その場合、電源としてのインピーダンスについて、検討する必要がある。

本論文では、2～4節において種々のインピーダンス概念についてまとめる。それらを基に、5～6節で、レクテナの等価表現について検討する。

2. 伝送路の特性インピーダンス

図1において、伝送路上の電圧 v と電流 i を求める。次の変数分離した複素表示で、伝送路方程式に代入する[4]。

$$v = \text{Re}\{V(x)\exp(j\omega t)\}, \quad (2.1)$$

$$i = \operatorname{Re}\{I(x)\exp(j\omega t)\} \quad (2.2)$$

すると次の解が得られる。

$$V(x) = A \exp(-\gamma x) + B \exp(\gamma x) \quad (2.3)$$

$$I(x) = (A \exp(-\gamma x) - B \exp(\gamma x)) / Z_0 \quad (2.4)$$

ここに、 $\gamma^2 = (R + j\omega L)(G + j\omega C)$ であり、 R, L, G, C はそれぞれ、伝送路の単位長当たり抵抗、インダクタンス、コンダクタンス、キャパシタンスである。 A と B は、伝送路の終端条件で決まる未定定数で、一般には複素数である。また、 Z_0 は特性インピーダンスで、次式である。

$$Z_0^2 = (R + j\omega L) / (G + j\omega C) \quad (2.5)$$

従って点 x におけるインピーダンス $Z(x)$ は、 $V(x)$ と $I(x)$ の比を取って、

$$Z(x) = Z_0 \cdot \frac{A \exp(-\gamma x) + B \exp(\gamma x)}{A \exp(-\gamma x) - B \exp(\gamma x)} \quad (2.6)$$

これから終端 x_e で、 $Z(x_e) = Z_0$ とすれば、 $B=0$ となる。すなわち反射波が無くなり、整合が取れる。

伝送線によりインピーダンスを変換できるが、線路長が 4 分の 1 波長程度までである。波長に比べ遙かに短い伝送線であれば、 $\gamma x \approx 0$ であり、加えた電圧が直接負荷にかかることを意味している。従って集中定数回路で、インピーダンス変換することになる。さらに直流では、 $Z_0^2 = R/G$ となる。

3. アンテナから取り出せる電力と入出力インピーダンス

図 2 のパラボラアンテナにおいては、その給電のため、導波管や同軸ケーブルが繋がる。各接続点では、伝送モードが異なるため、まずモード整合が要る。その上で、各モードで規定されるインピーダンスを合わせる。例えばアンテナ給電口が円形導波管、接続が方形導波管であれば、円形から方形へのテーパ導波管などが使われる[5]。アンテナと伝送線の間は、比較的広帯域でインピーダンス整合が取りやすい。

レクテナアンテナの開口 S に平面波（電力密度 p ）が入ってきた時、取り出せる電力は、次式で得られる。

$$P_r = pS \quad (3.1)$$

スペーステナからの送信電力を P_t 、その放射ビームのレクテナ地点での足跡面積を $S' (> S)$ とすると、

$$P_r = (P_t / S') S \quad (3.2)$$

足跡面積をアンテナ利得で表せば、

$$P_r = (P_t G_t / 4\pi R^2) S \quad (3.3)$$

$S' < S$ の場合すなわちビームがパラボラの一部を照射している場合、高次モードが発生し、基本モード系になるところで反射される。これはインピーダンスの変化として、計算できる。

共振型アンテナでは、伝送路から見ると共振器のインピーダンスになるので、共振周波数でのみ整合させ

る。特に図 3 の半波長ダイポールの場合、微小隙間を作りそこに電圧源 V を加えた時、電流 I が流れる。そのインピーダンスは、 V/I で定義される。厳密には数値解法によるが、 73Ω となる[6]。伝送路インピーダンスをこの値にしないと、給電点で反射が起こることになる。

4. 電源の内部インピーダンス

電源には内部インピーダンス Z_s が存在する。負荷 Z_l を調整して、負荷に供給する電力 P_l を最大にすることを考える。すると、

$$P_l = |Z_l (E / (Z_s + Z_l))|^2 \leq E^2 / 4 |Z_s| \quad (4.1)$$

等号は、 $Z_l = Z_s$ の時である。この最大値を、有能電力という。電源として問題になるのは、この先である。すなわち有能電力は、電源内部インピーダンスで変わり、 0Ω の時無限大の電力を取り出せる。これは、電源を定電圧源とそれに直列なインピーダンスで表しているのが当然である。また双対な定電流源とそれに並列なアドミッタンスで表すなら、内部アドミッタンスが 0 で最大電力を取り出せることになる。

通常の商用電力網では、使用者から見たインピーダンスは、極めて低い。その大部分は各家庭の屋内配線で生じており、 $0.2 \sim 0.5 \Omega$ である。

以上は線形、すなわち内部インピーダンスが一定の場合を扱った。しかし負荷によりインピーダンスが変わるものもある。太陽電池はその一例である。電圧が低い時は定電流に近く高インピーダンスであり、電圧が高いと定電圧に近く低インピーダンスである。

5. レクテナの内部インピーダンス表現

5.1 開口への入射高周波電力より少ない電力を取り出す場合

このような使い方は、通常のアンテナ・無線の使い方では考えられない。何故なら、入射高周波電力は小さいので、全て後段で使い切るからである。

図 4 (a) において空間（ビーム側）からアンテナを見ると、使われない分はアンテナから反射していく。この電力透過率（左辺）を等価的に右辺で表すと、次式になる。

$$\frac{P_l}{P_i} = \frac{4 \operatorname{Re}(Z_{0a}) Z_{0s}}{|Z_{0a} + Z_{0s}|^2} \quad (5.1)$$

ここに、 P_i はアンテナ開口へ入射電波の電力、 P_l は伝送路への出力電力（消費電力）である。また、 Z_{0a} は空間からアンテナを見たインピーダンス、 Z_{0s} は空間のインピーダンスで 377Ω に等しい。 Z_{0a} は、 R_r （ダイオード抵抗と負荷抵抗の和）を、伝送路で変換したインピーダンスであり、整流回路の状態により決まる。

逆にダイオード入力点からアンテナ側を見ると、

種々のインピーダンス変換を経て、アンテナ出力端に辿り着く（図 4 (b)）。図において R_r は、ダイオードを直流で見た抵抗と回路抵抗の和である。レクテナアンテナへの入力電力は全て整流回路と負荷で使えるので、負荷側から見たアンテナ側の内部インピーダンスはゼロと考えられる。

5.2 開口への入射高周波電力より多い電力を取り出そうとする場合

アンテナのインピーダンスは、空間インピーダンス 377Ω に整合されている。しかし電力使用者から見ると、電力を取り出せなくなっている。いわばリミッタが作用している。この場合、アンテナインピーダンス Z_{0a} は、式(5.1)を書きかえて、次のように見える。

$$Z_{0a} = Z_{0s} \sqrt{P_o} / (2\sqrt{P_i} - \sqrt{P_o}). \quad (5.2)$$

従って、 P_o が $4P_i$ に近づくと、インピーダンスが急増または急減して見える。 $P_o > 4P_i$ となることはない。しかし仮想的に、その場合 Z_1 は負号になり、負性抵抗によるエネルギー発生に相当する。

6. 整流回路のインピーダンス

レクテナ内でアンテナからダイオードを通して負荷に至る回路を、図 5 に示す。原理を示すため、片波整流回路を考える。基本的に、50/60 Hz 交流を直流に変換する場合と同じである。

その順方向でのインピーダンスはダイオードの ON 抵抗とインピーダンス変換のインダクタンスや負荷抵抗 R_L で決まる。ダイオード ON 抵抗は、PN 接合の面積や半導体材質、不純物密度で変わるが、極く小さい。

その結果ダイオードには、図 6 のように整流された電流 $i(t)$ が流れる。直流ではあるがマイクロ周波数で脈動しているので、高調波が発生する。

図 5 (a)においてダイオードにかかる電圧 $v(t)$ を、 $A \sin \omega t$ で表す。すると片波整流の電流は、次式で表せられる。

$$i(t) = A (\sin \omega t / Z_{rec}) \quad (T/2 \geq t \geq 0) \quad (6.1)$$

$$0 \quad (T \geq t \geq T/2).$$

ここに Z_{rec} は、整流回路の全インピーダンスであり、平滑回路の素子なども含む。周期 T は、 $\sin \omega t$ の周期 $2\pi/\omega$ である。

この波形をフーリエ級数で展開することにより、各周波数成分の表現式を、次のように得る。

$$\text{直流分： } A / \pi Z_{rec}. \quad (6.2a)$$

$$\omega \text{ 成分： } (A / 2Z_{rec}) (\sin \omega t). \quad (6.2b)$$

$$2m \text{ の高調波成分： } (2A / \pi Z_{rec}) / (4m^2 - 1) \cos 2m\omega t. \quad (6.2c)$$

$$2m+1 \text{ の高調波成分： } 0. \quad (6.2d)$$

Z_{rec} が純抵抗の場合、直流分は交流の実効値 $A/\sqrt{2}$ の

45%となる。直列リアクトルや並列容量を入れると、急峻な変化を鈍らせ平滑化できるが、直流分を増加させる事はできない[4]。また 2m 次高調波に対し整合させることにより、高調波電力を抑制あるいは無効電力化できる。

全波整流であれば、実効電力の点では、元の交流やマイクロ波の値と同じになる。しかし整流電流がどれだけ有効に使われるかは、負荷の周波数特性による。例えば蓄電池は、その化学反応がマイクロ波に追従しなければ、単なる容量として働く。この直流分と変動分の各等価回路は、図 8 で表される。すると充電には式(6.2a)の直流分のみが寄与することになり、元のマイクロ波電力の 80%しか使われないことになる。

流れる電流は、負荷抵抗により変わる（図 6）。電力は、式(4.1)で表わされる。負荷から見た電源インピーダンス Z_s は、ダイオードの ON 抵抗と回路のインピーダンスの和である。

実際には図 5 (a)の直列ダイオード型整流回路でなく、並列ダイオード型が使われる（図 5 (b)）。これはダイオード逆方向状態で出力されるが、ダイオード OFF 抵抗がほぼ無限大になるので、特性が良くなるためである。

7. まとめ

次の結論を得た。

- (1) ダイオード特性を繰り込んで、レクテナのインピーダンスを等価表現する式を導いた。
- (2) 直流負荷が高周波数に追従できない場合、電源エネルギーが落ちる可能性がある。
- (3) レクテナに入射する電力を使い切れず、あるいはそれ以上使いたい場合、考え方と等価表現を導いた。
- (4) 伝送路特性インピーダンス、アンテナインピーダンスを電源インピーダンスに繰り込む考え方を示した。

文 献

- [1] I. Awai and T. Ishizaki, "Transferred Power and Efficiency of a Coupled-resonator WPT System", IMWS-iwpt 2012, Kyoto, April, 2012.
- [2] 居村, 岡部, 内田, 堀, "等価回路から見た非接触電力伝送の磁界結合と電界結合に関する研究 -共振時の電磁界結合を利用したワイヤレス電力伝送-", 電学論 D, Vol. 130, No. 1, pp.84-92 (2010).
- [3] Aristeidis Karalis a,*, J.D. Joannopoulos b, Marin Soljacic, "Efficient wireless non-radiative mid-range energy transfer", Annals of Physics, vol. 323, pp. 34-48 (2008)
- [4] 例えば、関口忠, "電気回路 II", オーム社, 1963.
- [5] 電子情報通信学会編, "アンテナ工学ハンドブック (第 2 版)", オーム社, 東京, 2008.
- [6] 例えば、虫明康人, "電気通信学会編, コロナ社, 1961.

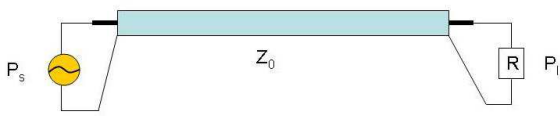
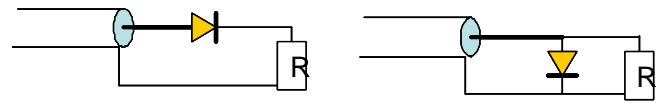


Fig.1 Transmission line impedance.



(a) Serial diode type (b) Parallel diode type

Fig.5 Impedance of a rectifying circuit.

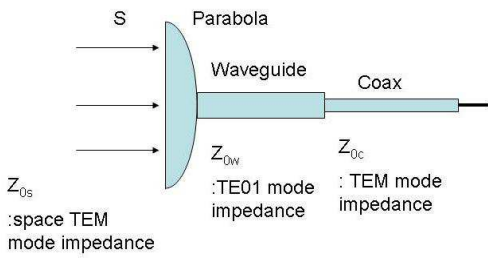


Fig.2 Impedance of a parabola antenna.

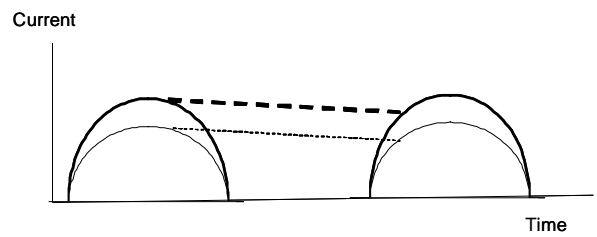


Fig. 6 Current according to load.

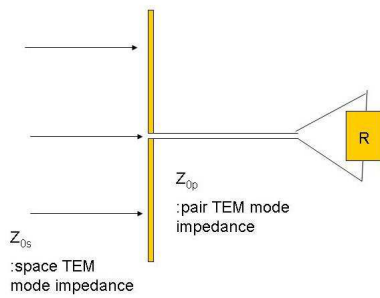
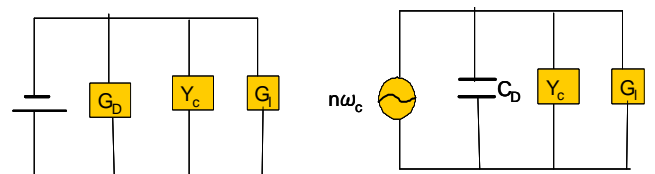
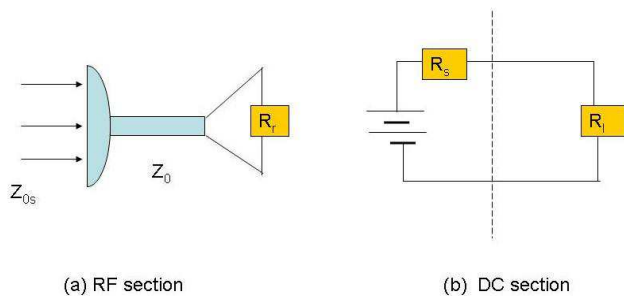


Fig.3 Impedance of a half wavelength dipole antenna.



(a) DC component (b) Microwave components

Fig.7 Equivalent circuits for a parallel diode rectifier.



(a) RF section

(b) DC section

Fig.4 Equivalent circuits for RF section and DC section.