

# 磁気結合共振器によるWPTシステムの設計理論

栗井 郁雄<sup>†</sup> 石崎 俊雄<sup>‡</sup>

<sup>†</sup>株式会社リユテック 〒520-2194 大津市瀬田大江町横谷 1-5

<sup>‡</sup>龍谷大学理工学部 〒520-2194 大津市瀬田大江町横谷 1-5

E-mail: <sup>†</sup> awai@ryutech.com, <sup>‡</sup> ishizaki@rins.ryukoku.ac.jp

**あらまし** 高効率RF電源の出力インピーダンスが0オームに近いことに対応して、結合共振器型多段無線電力伝送システムの設計理論を新たに構築している。理論は50オーム出力インピーダンスのときと大筋は同じくBPF設計理論に基づいているが、原型ローパスフィルタが異なる。その結果として回路の対称性がなくなり、最終的な回路素子間の関係も異なってくる。伝送距離を延ばすためリピータを挿入する要求があるので、設計理論は通常の2段だけでなく任意の段数に対応できるものとなっている。

**キーワード** ワイヤレス給電システム、共振器結合方式、磁気結合、多段化、BPF設計理論

## Design Theory of Multi-stage Wireless Power Transfer System Based on Magnetically Coupled Resonators

Ikuo AWAI<sup>†</sup> and Toshio ISHIZAKI<sup>‡</sup>

<sup>†</sup> Ryutech Corporation 1-5 Yokotani, Seta-oecho, Otsu 520-2194 Japan

<sup>‡</sup> School of Science and Technology Ryukoku University 1-5 Yokotani, Seta-oecho, Otsu 520-2194 Japan

E-mail: <sup>†</sup> awai@ryutech.com, <sup>‡</sup> ishizaki@rins.ryukoku.ac.jp

**Abstract** Coping with the output impedance of  $0\ \Omega$  for the high-efficiency RF power source, we have constructed a new design theory of multi-stage power transfer system. It is based on the BPF design theory just as the case for the  $50\ \Omega$  power source, although with different prototype LPF. It results in asymmetry of the designed circuit together with the different relations between circuit elements. The theory covers multi-stage systems in addition to the basic 2-stage system to respond to the demand for insertion of repeaters..

**Keyword** Wireless power transfer system, Coupled resonator scheme, Magnetic coupling, Multi stage, BPF design theory

### 1. はじめに

小・中距離用の無線電力伝送(WPT)システムの最有力候補として磁気結合共振器型が精力的に研究されている。電力伝送システムは一般にRF電源部、無線伝送部、負荷回路部の3部から構成されているが、全システムとしての高効率を目指すのであれば、無線伝送部だけでなく他の2者も高効率であることが求められる。

ところが通信用RF電源は一般にA級又はAB級増幅器であり、その電力効率は決して高いと言うことは出来ない。電力伝送システムには不向きである。もしも高効率を求めるのであれば、スイッチング電源であるD級又はE級増幅器を用いることによってはじめて理論的に100%に近い電源効率が達成できる。しかしこれらの電源は、定電圧の直流電源のFETによるスイッチングによってRF電力を供給している。基本的に出力インピーダンスは $0\ \Omega$ と考えられる。

従って高効率システムを目指すためには無線伝送

部の入力として $0\ \Omega$ 電源を用いた設計理論が必要であり、これまでの $50\ \Omega$ (有限抵抗)電源とは異なったものとなる[1],[2]。本稿ではそのための基礎となる $0\ \Omega$ 系での設計理論を紹介し、その理論をWPTシステム設計用に展開して、最終的に回路素子が満たすべき関係式を導出する。

### 2. 原型ローパスフィルタと規格化の解除

動作関数法を用いた現代BPF設計は常に原型ローパスフィルタから出発する。このフィルタはおおよそ次のようにして求める。まずいくつかの理想的なローパ特性の中から一つを選び出し、その規格化周波数の関数としての透過特性から反射特性を算出、そして反射係数から入力インピーダンスを計算する。最後に得られた入力インピーダンスを連分数展開してはしご型の素子の並びに至るという手順である[3]。

結果だけを示すと図1に表示された規格化素子値は以下の式によって計算される[4]。

$$a_n = \sin \frac{\pi 2n-1}{2N} \quad (n=1,2,\dots,N) \quad (1a)$$

$$c_n = \cos^2 \left( \frac{\pi n}{2N} \right) \quad (n=1,2,\dots,N) \quad (1b)$$

$$g'_0 = 1 \quad c_1 = a_1 \quad (1c)$$

$$g'_n = \frac{a_n a_{n-1}}{c_{n-1} g_{n-1}} \quad (n=2,3,\dots,N) \quad (1d)$$

$$g'_n = g_{N-n+1} \quad (1e)$$

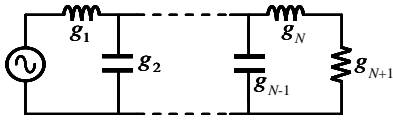


図1 原型ローパスフィルタ

原型ローパスフィルタの素子値は負荷抵抗  $R_0$ , カットオフ角周波数  $\omega_c$  によって以下のように規格化され、無次元化されている。

$$g_R = \frac{R}{R_0}, g_L = \frac{\omega_c L}{R_0}, g_C = \omega_c C R_0 \quad (2)$$

このため、実際の素子値  $R, L, C$  を求めるには式(2)を逆に解けばよい。

### 3. インバータによる等価変換

図2(a)のような原型ローパスフィルタが与えられたとして、まず式(2)によって  $L_n, C_n, R_n$  を求めると回路は(a)から(b)に変換される。

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{g_1 R_0}{\omega_c}, C_2 = \frac{g_2}{\omega_c R_0}, L_3 = \frac{g_3 R_0}{\omega_c} \dots \\ L_N &= \frac{g_{N3} R_0}{\omega_c}, R_{N+1} = \frac{R_0}{g_{N+1}} \end{aligned} \quad (3)$$

次にシャントに挿入された容量  $C_2, C_4 \dots$  をインバータ  $K_0$  によって左右から挟まれた  $L_2, L_4 \dots$  に変換すると(c)図が得られる(付録1(1)参照)。

$$L_2 = K_0^2 C_2, L_4 = K_0^2 C_4 \dots L_N = K_0^2 C_N \quad (4)$$

そこで偶数番目のインダクタ  $L_2, L_4 \dots$  を図(d)のように別の値のインダクタに変換するため左右のインバータ値を  $K_{12}, K_{23}$  などへと変更する。

$$\begin{aligned} K'_{12} = K'_{23} &= K_0 \sqrt{\frac{L_{02}}{L_2}}, K'_{34} = K'_{45} = K_0 \sqrt{\frac{L_{04}}{L_4}}, \\ \dots K'_{N-2, N-1} &= K'_{N-1, N} = K_0 \sqrt{\frac{L_{0N-1}}{L_{N-1}}} \end{aligned} \quad (5)$$

これらのついでに負荷を変換しておく。

$$K_{N, N+1} = \sqrt{R_{N+1} R_B} \quad (6)$$

次いで奇数番目のインダクタを同じく図(e)のように変更するとそれらの両端のインバータは

$$\begin{aligned} K_{23} &= K'_{23} \sqrt{\frac{L_{03}}{L_3}}, K_{34} = K'_{34} \sqrt{\frac{L_{03}}{L_3}}, \\ \dots K_{N-1, N} &= K'_{N-1, N} \sqrt{\frac{L_{0N-1}}{L_{N-1}}}, K_{N, N+1} = K'_{N, N+1} \sqrt{\frac{L_{0N}}{L_N}} \end{aligned} \quad (7)$$

などに変更せねばならない。 $L_1$  は

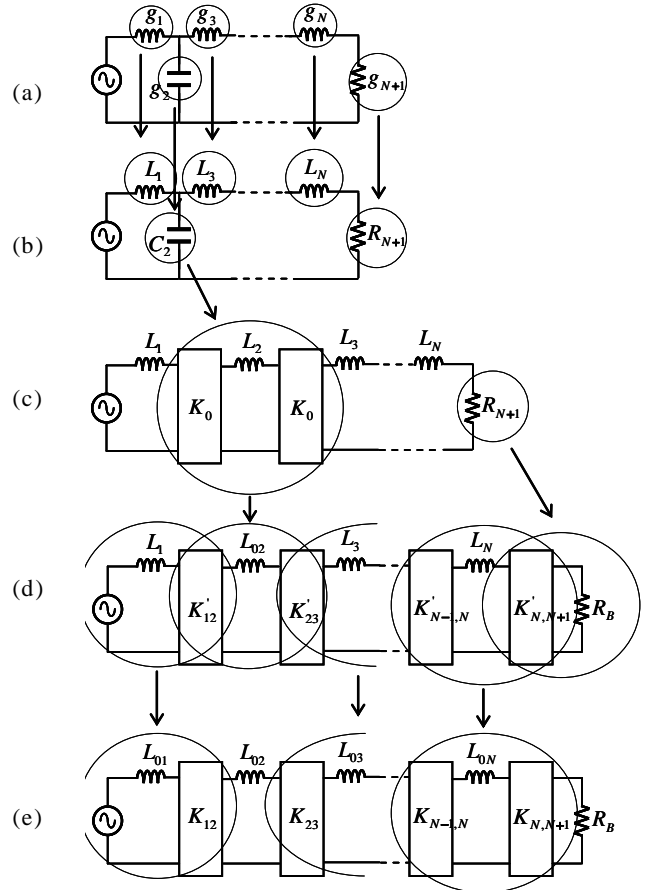


図2 原型ローパスフィルタからインバータつきローパスフィルタへの変換

$$K_{12} = K'_{12} \sqrt{\frac{L_{01}}{L_1}} \quad (8)$$

によって  $L_{01}$  に変換される。  
以上の式を順番に代入していくと最終的に

$$K_{n,n+1} = \omega_c \sqrt{\frac{L_{0n} L_{0n+1}}{g_n g_{n+1}}} \quad (n=1,2,\dots,N-1) \quad (9a)$$

$$K_{N,N+1} = \sqrt{\frac{\omega_c R_B L_{0N}}{g_N g_{N+1}}} \quad (9b)$$

を得る。

#### 4. 周波数変換による BPF 回路の決定と回路定数の関係

低域通過フィルタ (LPF) から帯域通過フィルタ (BPF) は

$$L_{0n} = \frac{w\omega_0}{\omega_c} L_m, \quad C_m = \frac{1}{L_m \omega_0^2} \quad (10)$$

という変換によって得ることが出来る(付録3参照)。すると式(9)は

$$K_{n,n+1}^B = \omega_0 w \sqrt{\frac{L_m L_{r,n+1}}{g_n g_{n+1}}} \quad (n=1,2,\dots,N-1) \quad (11a)$$

$$K_{N,N+1}^B = \sqrt{\frac{w\omega_0 R_B L_{rN}}{g_N g_{N+1}}} \quad (11b)$$

と書き換えられる。ここに  $\omega_0$  は BPF の中心角周波数、 $w$  は比帯域であり

$$w = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \quad (12)$$

と表される。  $\Delta\omega$  は 3 dB 帯域である。変換された回路は図 3 (a) のように書くことが出来る。

さて現実の磁気結合共振器型 WPT システムは図 3 (b) のような等価回路で表現されるので (a) と (b) との対応関係を求める必要がある。そのためにまず相互インダクタンスを図 3 (c) のように T 型等価回路で表示する。ところがこの T 型回路は図 3 (d) のようにインピーダンスインバータに等しいことが知られているので(付録2参照)結局図 3 (b) の回路は (a) と同じ構造をもつことが明らかである。そこで (a) と (d) の対応関係を示すと

$$C_n = C_m \quad (n=1,2,\dots,N-1) \quad (13a)$$

$$L_n = L_m \quad (n=1,2,\dots,N-1) \quad (13b)$$

$$w\omega_0 \sqrt{\frac{L_m L_{r,n+1}}{g_n g_{n+1}}} = \omega_0 M_{n,n+1} \quad (n=1,2,\dots,N-1) \quad (13c)$$

$$\sqrt{\frac{w\omega_0 L_m R_B}{g_N g_{N+1}}} = \sqrt{R_B R_\ell} \quad (13d)$$

となる。

式(13.c)に(13.a)、(13.b)を代入して

$$k_{n,n+1} = \frac{M_{n,n+1}}{\sqrt{L_n L_{n+1}}} = \frac{w}{\sqrt{g_n g_{n+1}}} \quad (n=1,2,\dots,N-1) \quad (14)$$

が得られ、また同様に(13.d)から

$$L_{rN} = \frac{g_N g_{N+1}}{w\omega_0} R_\ell \quad (15)$$

が得られる。ここに示した式(14)、(15)が WPT 回路設計に必要な関係式である。

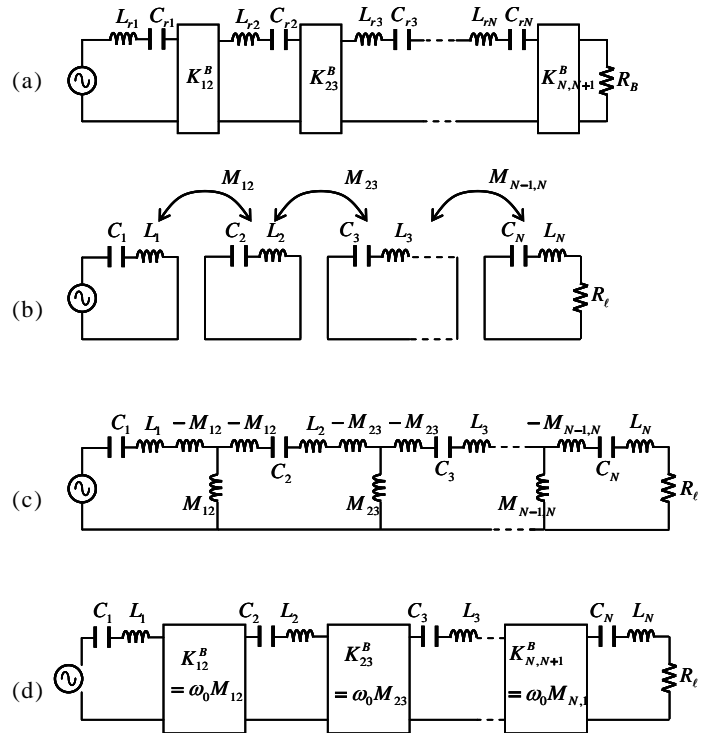


図 3 WPT 回路と BPF 回路の相等性

#### 5. 直結 4 段システムの設計

式(1)において  $N=4$  とおくと

$$g_1 = 1.531, g_2 = 1.577, g_3 = 1.082, g_4 = 0.3827, g_5 = 1 \quad (16)$$

を得る。リピータシステムの構築を考えることにしてすべての共振器を等しくすると

$$L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = L \quad (17a)$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C \quad (17b)$$

となる。共振器間隔が最も広いときに結合係数は最も小さくなるのでその限界を例えば 0.05 とすると式(16)の  $g$  値と式(14)を勘案して  $k_{12}$  がもっとも小さくなるのが分かる。そこで

$$w = k_{12} \sqrt{g_1 g_2}$$

に上記の値を代入して

$$w = 0.0777$$

を得る。式(15)は  $R_l$  と  $L_4$  の関係を決めるので例えば  $R_l$  を  $20 \Omega$ 、動作周波数を  $2\text{MHz}$  とすると

$$L_4 = \frac{0.3827 \times 20}{0.0777 \times 2\pi \times 2 \times 10^6} = 7.84 \mu\text{H}$$

となる。仮定により他のインダクタンスも同じに決め式(17b)と式(10b)により

$$C = \frac{1}{7.84 \times 10^{-6} \times (2\pi \times 2 \times 10^6)^2} = 808 \text{pF}$$

が得られた。 $M_{n,n+1}$  は式(14)により

$$M_{n,n+1} = \frac{w}{\sqrt{g_n g_{n+1}}} L$$

であるから

$$M_{12} = 0.392 \mu\text{H}, M_{23} = 0.466 \mu\text{H}, M_{34} = 0.947 \mu\text{H}$$

となって後段の共振器ほど近付けて配置せねばならない。この設計値を用いて構成した回路を PSpice によってシミュレーションした結果図 4 の特性が得られた。

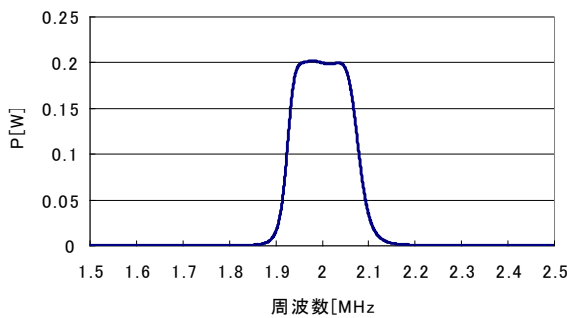


図 4 4 段 WPT システムの電力周波数特性 (電源電圧 1 V)

## 6. むすび

$0 \Omega$  系の電源に対して WPT システムを設計する理論を BPF 設計法に基づいて作った。このようにして

設計すると動作帯域は最大化され、伝送損失も妥当な値になることは分かったが最小と言うわけではない。WPT システムに対する要求が現時点ではあまり明確ではないのでこの方法が最適であると主張することは出来ないが、考え方の一つを示したものと捕らえている。

## 文 献

- [1] 栗井郁雄、山口和也、石崎俊雄, “0 オーム定電圧源による“磁気共鳴型”WPT システムの設計理論”, 信学技報 MW2011-81, 2011 年 9 月.
- [2] 栗井郁雄、山口和也、石崎俊雄, “0 オーム定電圧源による磁気結合共振器 WPT システムの設計法”, 2011 信学ソ大, B-1-8, 2011 年 9 月.
- [3] 柳沢健、神林紀嘉, “フィルタの理論と設計”, 廣済堂産報出版株式会社, (1954)
- [4] George L. Matthaei, Leo Young and E. M. T. Jones, “Microwave Filters, Impedance-matching Networks, and Coupling Structures”, Artech House, 1980.

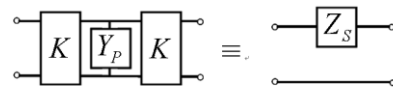
## 付録 1 インバータとは何か

インバータにはインピーダンスインバータとアドミタンスインバータの 2 種があり、F 行列で表すとそれぞれ

$$F_k = \begin{pmatrix} 0 & K \\ \frac{1}{K} & 0 \end{pmatrix}, F_j = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{J} \\ J & 0 \end{pmatrix} \quad (A1)$$

となる。両者とも対角要素は 0 で非対角要素のみをもっているので電圧と電流を入れ替える機能を持っていることが予想されるが、 $K$  と  $J$  の値が逆数関係になっているだけであるから両者は本質的に同じものと考えてよい。さてこのインバータの機能は次の 3 つに代表される。

### 1-1 シリーズ変換と逆数変換



付図 1 インバータによるシリーズシャント変換

付図 1 のように  $K$  インバータでシャントアドミタンスを両側から挟むとその F 行列は

$$\begin{pmatrix} 0 & K \\ \frac{1}{K} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y_p & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & K \\ \frac{1}{K} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} KY_p & K \\ \frac{1}{K} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & K \\ \frac{1}{K} & 0 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 1 & K^2 Y_p \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Z_s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A2)$$

となる。最後に現れた  $K^2 Y_p$  はインピーダンスの次元を持っておりそれを  $Z_s$  とすれば(b)のように直列インピーダンスに変換されたことになる。もしここで  $Y_p$  とし

て

$$Y_p = j\omega C \quad (A3)$$

という容量を考えると

$$Z_s = K^2 Y_p = j\omega K^2 C = j\omega L' \quad (A4)$$

となり  $K^2 C$  という大きさを持ったインダクタに変換される。

### 1-2 シリーズ変換と逆数変換

付図 2(a)のようにインバータではさまれたシリーズインピーダンスがあったとしてこの回路の  $F$  行列を計算すると

$$\begin{pmatrix} 0 & K_1 \\ \frac{1}{K_1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & K_2 \\ \frac{1}{K_2} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{K_1}{K_1 K_2} & 0 \\ \frac{Z}{K_1 K_2} & \frac{K_2}{K_1} \end{pmatrix} \quad (A5)$$

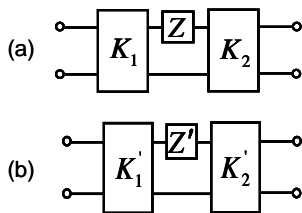
を得る。図 2(b)のような回路が(a)と等価になるためにはその  $F$  行列

$$\begin{pmatrix} \frac{K'_1}{K'_1 K'_2} & 0 \\ \frac{Z'}{K'_1 K'_2} & \frac{K'_2}{K'_1} \end{pmatrix}$$

が式(A5)と等しくならねばならない。それは

$$K'_1 = K_1 \sqrt{\frac{Z'}{Z}}, \quad K'_2 = K_2 \sqrt{\frac{Z'}{Z}} \quad (A6)$$

のときに成立する。



付図 2 インバータによる定数変換

### 1-3 終端素子の変換

付図 3(a)のような回路においてインバータ両端の電圧電流は式(A.1)から明らかに

$$V_1 = K I_2, \quad I_1 = \frac{1}{K} V_2 \quad (A7)$$

となる。一方  $Z$  の両端には

$$V_2 = I_2 Z \quad (A8)$$

という関係が成り立つから

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{K^2 I_2}{V_2} = \frac{K^2}{Z} \quad (A9)$$

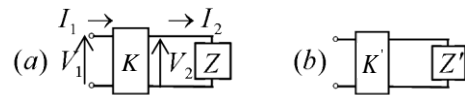
が得られる。すなわちインバータを介して  $Z$  というインピーダンスを見ると反転した式(A9)のようなインピーダンスに見えるということである。またこの回路が付図 3(b)の回路と等しくなる条件は

$$\frac{K^2}{Z} = \frac{K'^2}{Z'}$$

とにおいて

$$K' = K \sqrt{\frac{Z'}{Z}} \quad (A10)$$

が成立するときであることが分かる。



付図 3 端部にある素子の変換

## 付録 2 インバータの実現

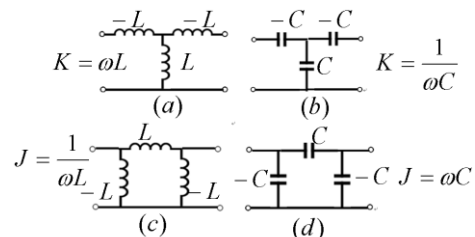
インバータは付図 4 のような回路によって実現できる。例えば付図 4(a)の  $F$  行列を計算してみると

$$\begin{pmatrix} 1 & -j\omega L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{j\omega L} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -j\omega L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -j\omega L \\ \frac{1}{j\omega L} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -j\omega L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -j\omega L \\ \frac{1}{j\omega L} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -jK \\ \frac{1}{jK} & 0 \end{pmatrix} \quad (A11)$$

となるので

$$K = \omega L \quad (A12)$$

とすれば  $K$  インバータとなっていることが分かる。この式は式 (A.1) と比べると虚数単位だけ余分であるが (A.1)の代わりに(A.11)を用いて付録 1 の計算を行っても結果に変わりはない。



付図 4 集中定数インバータ

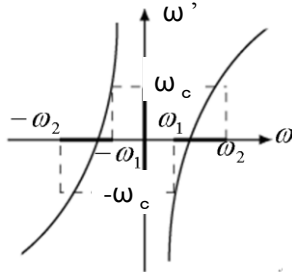
## 付録 3 LPF から BPF への変換

ローパスフィルタから帯域通過フィルタへの変換は周波数変換によって行われる。前者の周波数を  $\omega'$ ,

後者のそれを $\omega$ として両者の変換は

$$\omega' = A \frac{\omega^2 - \omega_o^2}{\omega} \quad (A13)$$

という関係になり、付図5のように表される。



付図5 LPF から BPF への周波数変換

ここでLPFのカットオフ周波数がBPFではどうなるかを知るために

$$\omega' = \omega_c \quad (A14)$$

とにおいて式(A.13)を $\omega$ について解くと2つの根 $\omega_1, \omega_2$ が得られる。

$$-\omega_1 = \frac{\omega_c}{2A} \left[ 1 - \sqrt{1 + \left( \frac{2A\omega_o}{\omega_c} \right)^2} \right] \quad (A15a)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_c}{2A} \left[ 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2A\omega_o}{\omega_c} \right)^2} \right] \quad (A15b)$$

ここで両者の積と差は

$$\omega_1 \omega_2 = \omega_o^2 \rightarrow \omega_o = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad (A16a)$$

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_c}{A} \rightarrow A = \frac{\omega_c}{\omega_2 - \omega_1} \quad (A16b)$$

を与えるので未定係数AとBPFの中心周波数 $\omega_0$ が決定される。この結果LPFをBPFに変換するには

$$\omega' = \frac{\omega_c}{\omega_2 - \omega_1} \frac{\omega^2 - \omega_o^2}{\omega} = \frac{\omega_c}{w \omega_o} \left( \omega - \frac{\omega_o^2}{\omega} \right) \quad (A17)$$

$$w = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \text{ は比帯域}$$

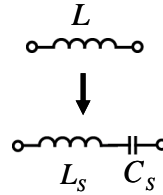
と周波数を置き換えればよいことが分かった。

そこで付図6のようなインダクタは式(A.17)によって

$$j\omega' L = j \frac{\omega_c}{w \omega_o} \left( \omega - \frac{\omega_o^2}{\omega} \right) L = j \left( \omega L_s - \frac{1}{\omega C_s} \right) \rightarrow L_s = \frac{\omega_c}{w \omega_o} L, C_s = \frac{w}{\omega_c \omega_o L} \quad (A18)$$

となるので付図5のようにLCの直列共振器に変換さ

れることになる。



付図5 LPF から BPF への変換における回路素子の変換