共振器結合型 WPT システムの多段化設計と実験

粟井 郁雄[†] 小森 琢也 石崎 俊雄[‡] 龍谷大学理工学部 〒520-0227 大津市瀬田大江町横谷 1-5 E-mail: † awai@rins.ryukoku.ac.jp, ‡ ishizaki@ rins.ryukoku.ac.jp

あらまし: 共振器結合型 WPT システムは本質的に BPF(帯域通過フィルタ)であるから多段化は容易である、ここでは 2 つ の異なった BPF 設計法を用いて多段 WPT システムの設計法を説明する。1 つは等価回路に基くもので素子値をどのように設定 すべきかについてより詳細な情報を与えてくれるが複雑である。もう 1 つは使用共振器の共振周波数、結合係数、外部 Q のみ によって設計する方法であり、簡便な上に適用範囲が広いので、前者によって理論的背景を与える事にして、実際の設計は後者 による事とする。

3 段にとどまらず4 段のシステムまで実際に設計して作製してみたところほぼ理論予測通りの結果が得られた。 **キーワード**: ワイヤレス給電システム、共振器結合方式、多段化、BPF 設計理論

Design and Experiment of Multi-stage Wireless Power Transfer System with Coupled Resonators

Ikuo Awai[†] Takuya Komori and Toshio Ishizaki[‡]

Dept of Electronics and Informatics, Ryukoku University

1-5 Yokotani, Seta-oecho, Otsu, 520-2194, Japan

E-mail: † awai@rins.ryukoku.ac.jp, ‡ ishizaki@ rins.ryukoku.ac.jp

Abstract : Since the WPT system made of coupled resonators is considered a BPF (band pass filter), realization of multi-stage system is straightforward. We will design multi-stage WPT system utilizing 2 different design methods for BPF. One design based on an equivalent circuit gives more detailed information with more complicated procedure, while the other one based on three resonator parameters, that is, resonant frequency, coupling coefficient and external Q gives a simple and versatile application. Thus, we take the former for the theoretical background of giving component values and use the latter for the practical design.

We have obtained the measurement results as expected, from the design and fabrication of not only 3 but 4 stage systems.

Keyword : Wireless power transfer system, Resonator-coupled system, multi-stage, BPF design theory.

1. まえがき

MITによって提案された共振器結合型 WPT(Wireless Power Transfer)システムは同じ周波数で共振する 2 つの共振器間の結合を利用するため共振器周辺の電磁界振幅が大きくなり、電磁誘導を用いるシステムに比べてはるかに遠方まで無線電力伝送を行うことができる。しかし更に遠方までの伝送が必要であるときには新たな工夫が必要である。

WPTには様々な方式が存在し、到達距離によって分 類すれば前述の電磁誘導方式が最も短く、次に線路結 合方式、更に共振器結合方式が続き最も長距離伝送に 向いているのは電磁放射方式(マイクロ波/レーザー放 射方式)である。最初の3つはエバネセント界の結合を 利用するため、本質的に近距離伝送しかできないが、 放射波を用いれば遠方への伝送が可能となる。しかし このときアンテナ利得を十分大きくしなければ伝送効 率が下がるので勢い高周波を用いざるを得なくなる。 このため放射方式ではマイクロ波やレーザーを用いる のが普通となり直流との変換効率や価格、人体への影 響などの問題が生じてくる。

そこで一般的に低い周波数が用いられるエバネセ ント界方式で長距離伝送を行えるかを検討すると2つ の方法が考えられる。1 つは線路結合方式によって1 次元的に長距離電力伝送し、線路に沿って動く受電体 を通じて電力を受ける方法が考えられる。もう1つは 共振器結合方式において共振器をチェーン状に並べる 方法である[1],[2]。本論文では後者を取りあげ設計理 論の構築と製作・実験結果を紹介する。 共振器を2個用いた MIT のシステムが2段の BPF に他ならない事を考えれば多段の WPT システムは多 段 BPF として設計すれば良い事は明らかである[3],[4]。 その理論は既存のもの[5]が使えるが、WPT システムに 特有の要求である負荷抵抗、共振器間距離などの変更 に対応できるように理論を展開する必要がある。

そこでまず WPT システムを等価回路表現し、それ を基に上記の展開を行う[3]。その上でより簡便な設計 法である3定数法[4](共振周波数、結合係数、外部Q によって設計する方法)を紹介し、それを用いて設計・ 製作を行う。3段だけでなく4段のシステムについて も検討する。

2. 等価回路

インバータを用いた3段BPFの標準回路は図1のように表す事ができる[6]。3つの共振器の共振周波数は 等しくする必要があるが、各LC値が異なっていても Kインバータで吸収可能である。しかしここでは一般 的な誘導結合 BPF の標準回路[5]を少し特殊化して製 作及び解析の簡単さのため対称的な構造とした。



図 1.3 段誘導結合 BPF の標準回路

回路パラメータ間には以下の関係式が成立せねば ならない。

$$L_{r}C_{r} = L_{r}'C_{r}' = \frac{1}{\omega^{2}}$$
(1)

$$K_{01} = \sqrt{\frac{w\omega_r R_g L_r}{g_0 g_1}}, K_{12} = \omega_r w \sqrt{\frac{L_r L_r}{g_1 g_2}}, K_{23} = \omega_r w \sqrt{\frac{L_r L_r'}{g_2 g_3}}, K_{34} = \sqrt{\frac{w\omega_r R_l L_r'}{g_3 g_4}}$$
(2)

ここにω_rは共振角周波数、wは比帯域、g₀~g₄は原型 低域通過フィルタのg値である。我々は最大平坦型(ワ グナー・バターワース型)のフィルタを対象とするので g値は常に対称的な値を取り、3段の場合は

 $g_0 = g_4 = 1,$ $g_1 = g_3 = 1,$ $g_2 = 2$ (3)

であるから $K_{12}=K_{23}$ となる事は明らかである。

ー方 MIT 型 3 段 WPT システムは図 2 のような配置 となり図 3 のような等価回路となる事がわかる[6]。図 2 の 3 つのスパイラル共振器は対象な構造と位置とす ることに決め図 3 のような定数と仮定する。またスパ



図2.3つのスパイラルコイルによるWPTシステム









イラル共振器 # 1-2 間及び # 2-3 間の相互インダクタン ス *M* を等しいとしているのは上述の $K_{12}=K_{23}$ と対応し ている。しかし $M_g \neq M_1$, $L_g \neq L_1$ としているのは $R_g \neq R_1$ に対応するためである。

さて図3の回路中の相互インダクタンスはT型回路 に変換できるので図3は図4と等価である。しかし図 4の両端部はこのままではKインバータと抵抗のみの 回路に変換できないため図5のように-*M*g^e, -*M*1^eなる負 インダクタンスを導入する[1],[3],[4]。そして図5の回 路が図6のように3段BPFの標準回路に帰着するため にまず負荷端側の入力インピーダンス Z_{in}が双方に対 して等しくなる条件を求める。図5では

$$Z_{in} = -j\omega M_{\ell}^{e} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega M_{\ell}} + \frac{1}{j\omega (L_{\ell} - M_{\ell}) + R_{\ell}}}$$
(4)

図6では

$$Z_{in} = \frac{K_{34}^2}{R_{\ell}}$$
(5)

であるから両者を等しいと仮定すると

$$K_{34} = \frac{\omega_r M_{\ell} R_{\ell}}{\sqrt{R_{\ell}^2 + (\omega_r L_{\ell})^2}}$$
(6)

$$M_{l}^{e} = M_{\ell} - \frac{\omega_{r}^{2} M_{\ell}^{2} L_{\ell}}{R_{\ell}^{2} + (\omega_{r} L_{\ell})^{2}}$$
(7)

を得る。この結果

$$L_{3} = L' - M_{l} + M_{l}^{e} = L - \frac{\omega_{l}^{2} M_{l}^{2} L_{l}}{R_{l}^{2} + (\omega_{l} L_{l})^{2}} = L' - M_{l}'$$
(8)

となる。一方電源側にも全く同じ操作を施す事によっ て のMR

$$K_{01} = \frac{\omega_{r} m_{s} \pi_{s}}{\sqrt{R_{s}^{2} + (\omega_{r} L_{s})^{2}}}$$
(9)

$$M_{g}^{e} = M_{g} - \frac{\omega_{r}^{2} M_{g}^{2} L_{g}}{R_{g}^{2} + (\omega_{r} L_{g})^{2}}$$
(10)

$$L_{1} = L' - M_{s} + M_{s}^{e} = L - \frac{\omega_{r}^{2} M_{s}^{2} L_{s}}{R_{s}^{2} + (\omega_{r} L_{s})^{2}} = L' - M'_{s}$$
(11)

が得られる。

図 5 においてスパイラル共振器 # 1,2 と # 2,3 を結ぶ *M*,-*M* の T 型回路は特性インピーダンス

$$K_{12} = K_{23} = \omega_r M \tag{12}$$

の K インバータである事は良く知られているので、図 6 の回路は図 1 の 3 段 BPF を形成する事となった。こ こで(1)と同様に

$$L_{1}C' = LC = L_{3}C' = \frac{1}{\omega_{r}^{2}}$$
 (13)

を満たす必要があるので

$$L_1 = L_3 \tag{14}$$

が成り立たねばならない。また図1と図6の回路を完 全に等しくするために

$$L_r = L, \quad C_r = C, \quad L'_r = L_1, \quad C'_r = C',$$
 (15)

なる関係を付け加える必要がある。

3. 回路素子間の関係

式(8), (11), (14)によって

$$\frac{M_{l}}{M_{g}} = \sqrt{\frac{L_{g}}{L_{l}} \frac{R_{l}^{2} + (\omega_{r} L_{l})^{2}}{R_{g}^{2} + (\omega_{r} L_{g})^{2}}}$$
(16)

一方、式(2)から求めた *K*₀₁/*K*₃₄ と式(6),(9)から求めたそれを等しいとおくと

$$\sqrt{\frac{R_g}{R_l}} = \sqrt{\frac{R_l^2 + (\omega, L)^2}{R_g^2 + (\omega, L_g)^2}} \frac{M_g R_g}{M_l R_l}$$

となるので式(16)と合わせて

$$\frac{L_l}{L_g} = \frac{R_l}{R_g} \tag{17}$$

を得る。そして(17)を(16)に代入すれば

$$\frac{M_l}{M_g} = \sqrt{\frac{R_l}{R_g}} \tag{18}$$

なる関係が得られる。式(17)と(18)は異なった電源/負荷抵抗に回路整合するために必要な条件である。

中心に置かれた共振器 #2 は自由に L、C の値を決め、 また隣の共振器との結合係数 M も自由に決めるもの とする。この時点でもまだ L'、C'には自由度が残って いるので計算の容易さを確保するため

$$L' - M'_{g} = L' - M'_{l} = L$$
(19)

となる共振器を選ぶ事とする。それによって C'は

$$\dot{C} = C = \frac{1}{\omega_L^2 L} \tag{20}$$

となる。

次に M_g 又は M_1 を決める必要がある。しかしこのうちどちらかを決めれば他は式(18)によって自動的に決まるのでここでは M_g を求めてみよう。式(2,a)と(9)、(11),(19)を用いて

$$\frac{\omega_r^2 M_g^2 R_g^2}{R_g^2 + (\omega_r L_g)^2} = \frac{w \omega_r R_g L}{g_0 g_1}$$

を得るのでこれに式(2b), (12), (15)を代入して *M*gを求めると

$$M_{g} = \sqrt{\left(1 + Q_{g}^{2}\right)\frac{MR_{g}}{\omega_{r}}}$$
(21)

となる。ここに

$$Q_{eg} = \frac{\omega_r L_g}{R_g}$$

である。

最後に図3の3つの共振器の共振周波数を比較して

みよう、それらは

$$\omega'_r = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} \qquad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

で表される。式(19)と(20)によって

$$L'C' = (L + M'_s)C = \frac{1}{\omega_r^2} + \frac{M'_s}{\omega_r^2 L}$$

が得られるので

$$\omega_{r}' = \frac{\omega_{r}}{\sqrt{1 + \frac{M_{s}'}{L}}}$$
(22)

となる。*M_g*'は式(11)に与えられており*L*よりは普通小 さいが正の値を持つ。そのため、図3において中心部 の共振器に対して両端のスパイラル共振器は周波数を 少々低くする必要のあることがわかる。

4.3 定数による設計法

前節に求めた 3 段 WPT システムの定数間関係を用 いてシステム設計を行う事は可能であるが、より簡単 な 3 定数(共振周波数、結合係数、及び外部 Q) による 設計法をここでは用いる。その概略は以下の通りであ る。

①図7に示した各共振器の共振周波数 f₁~f_Nをすべてシステムの動作周波数に等しく定める。

②設計公式に従って共振器間結合係数 k_{n,n+1} を定め それを与える共振器間距離を決める。

③設計公式に従って最外側共振器/外部回路間の外部 Q(ここではその逆数である外部 k 即ち k_{eg}, k_{el}を用いる)を定めそれを与える共振器と外部回路の配置を決める。

④必要に応じて各共振器の共振周波数を調節する。 上述の設計公式は以下の通りである。



図 7. N段システムの設計法

共振器間結合係数

$$k_{n,n+1} = \frac{w}{\sqrt{g_{n}g_{n+1}}}$$
(23)

外部 k

$$k_{eg} = \frac{W}{g_0 g_1}, \qquad k_{el} = \frac{W}{g_N g_{N+1}}$$
 (24)

ここで w は BPF の比帯域(帯域/中心周波数), gn は原型 低域フィルタの g 値と呼ばれ以下の式で与えられる。

$$g_n = 2\sin\left(\frac{2n-1}{2N}\pi\right), n = 1, 2, \dots N$$

 $g_0 = g_{N+1} = 1$ (25)

Nは使用する共振器の個数である。

3 段システムの設計・製作
 式(25)を用いてg値を計算するとN=3に対して

$$g_0 = g_1 = g_3 = g_4 = 1$$
 $g_2 = 2$ (26)

を得る。これらを(23),(24)に代入すると

$$k_{12} = k_{23} = \frac{w}{\sqrt{2}}$$
 $k_{eg} = k_{el} = w$ (27)

が得られる。

1

1 ϕ の銅線をピッチ 1cm で中心から均等に巻いて直径 約 25cm となったスパイラル共振器と、直径 12cm、1 巻きのループコイルを用いて図 8 のような 3 段のシス テムを製作する。共振周波数は約 25.5MHz であり、2 つのスパイラルコイルの結合係数測定結果は図 9 の通 りであった。そこで共振器間隔を 30cm に設定し、結 合係数 0.015 とした。この時、式(27)の k_{12} , k_{23} が共に 0.015 であるから k_{eg} , k_{el} はその $\sqrt{2}$ 倍の 0.021 とする必 要がある。





図 9. スパイラル共振器の結合係数

図 10 は外部 k 及びスパイラル共振器の無負荷 Q を ループ/スパイラル間の距離に対して測定した結果で ある。k_e=0.021 を与える距離は 3cm であるからループ /スパイラル間距離をそのように設定してシステムを 構成した。その測定結果は図 11 に示すが良好な整合特 性を示している。この時、式(22)に示されるように中 央の共振器#2 に対して両端の共振器#1、3 は周波数 をすこしだけ下げることによって上手く整合を取るこ とができた。また式(27)から BPF としての比帯域が 0.021 であることが予測されるが、そのとおり図 11 か ら読み取れる比帯域はほぼその値と等しくなっている。



図 10. (a)スパイラル共振器/ループコイルの外部 k お よび(b)スパイラル共振器の無負荷 Q



図 11. 3 段システムの周波数応答

(2) 4段システムの設計・製作この場合も式(25)から

 $g_0 = g_5 = 1$ $g_1 = g_4 = 0.765$ $g_2 = g_3 = 1.848$ (28)

を得る。これらを(23),(24)に代入して

$$k_{12} = k_{34} = \frac{w}{1.189} \qquad k_{23} = \frac{w}{1.848}$$

$$k_{eg} = k_{el} = \frac{w}{0.765}$$
(29)

が得られた。この結果を見ると k_{12},k_{34} は k_{23} より大き いので4つの共振器のうち中央の#2と#3の間隔に比 べて#1と#2,#3と#4の間隔は小さくしなければな らない事がわかる。#2 と#3 の間隔を前節と同じ 30cmに保つ事にすると k_{23} は0.015にせねばならない。 そのとき k_{12},k_{34} は式(29)から 0.023 とするべき事がわ かる。そこで図 9 からこの結合係数に対する共振器間 隔 25cm を決定する。

次に式(29)の k_{eg}、k_{el} と k₂₃の関係から k_{eg}、k_{el}の値を 0.036 とすれば良い事がわかるので、図 10 のグラフに おいてk_eの 0.036 に対応するループ/スパイラル間距離 2cm を見出す。以上の値を用いて作製したシステムは 図 12 に示す通りであり、この系の測定結果を図 13 に 示す。若干反射特性に問題が残るが一応整合している と言う事ができる。また比帯域については式(29)の k₂₃ の値から 0.028 となるが測定値からは矢張り 0.028 と いう値が得られており設計法の妥当性が示されたと言 える。



図 12. 4 段システムの配置



図 13. 4 段システムの周波数応答

5.むすび

BPF理論を用いて共振器結合型多段WPTシス テムの設計法を作った。更にそれによって3段及び4 段のシステムを設計・試作し理論の妥当性を確認した。 段数と伝送損失の関係など重要な特性が未検討である が今後の課題としたい。

6. 引用文献

[1]橋口宣明、込山伸二、三田宏幸、藤巻健一、「共
 鳴型ワイヤレス給電用中継デバイス」信学総大 2010、
 B-1-25、2010 年 3 月

[2] 柏木一平、大館紀章、小川健一郎、尾林秀一、庄 木裕樹、諸岡翼、「第3のコイルを用いた磁気共鳴型無 線電力伝送の効率改善」、信学総大 2010、B-1-31、2010 年3月

[3] 粟井郁雄:「磁気結合共振器型ワイヤレス給電シ ステムの BPF 理論による設計法」、電学論 C, 130, 12, pp.2192-2197, 2010 年 12 月

[4] 粟井郁雄、小森琢也、「共振器結合型ワイヤレス 給電システムの簡便な設計」、電学論 C, 130, 12, pp. 2198-2203, 2010 年 12 月

[5] G. Matthaei, L. Young and E. M. T. Jones, "Microwave Filters, Impedance-Matching Networks and Coupling Structures", Artech House Inc., Norwood, MA, p. 484, 1980.

[6] 栗井郁雄、[磁気結合共振器型ワイヤレス電力伝送の多段化]、信学全大 2010、B-1-6、2010 年 9 月

[7] Ikuo Awai and Tetsuya Ishida, "Design of Resonator-coupled Wireless Power Transfer System by Use of BPF Theory", Journal of Korean Institute of Electromagnetic Engineering and Science, Vol. 10, No. 4, pp., Dec. 2010, [Invited], to be published