

## 磁界共鳴型無線電力伝送の導電率を考慮した等価回路

奥山 佑樹<sup>†</sup> 平山 裕<sup>†</sup> 菊間 信良<sup>†</sup> 榊原久二男<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 名古屋工業大学大学院 工学研究科 情報工学専攻 〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町

E-mail: <sup>†</sup>hirayama@m.ieice.org

あらまし 昨今、近接コイルによる磁界共鳴型無線電力伝送システムが注目を浴びている。電力伝送効率を最大化する為には、物理的メカニズムの解明、最大の伝送効率を与える手法の確立が必要となる。そこで有用なのが解析モデルの等価回路表現である。本稿では、ループコイルを用いた無線電力伝送システムの導電率を考慮した等価回路の作成、検討を行った。機械的パラメータから、等価回路パラメータを算出し、モーメント法 (MoM) と等価回路による解析結果を比較した。また実験を行い、測定に用いた導電率が分かれば、等価回路による解析結果と測定結果がほぼ一致することを確認した。

キーワード 無線電力伝送, 近接コイル, 等価回路, 導電率, パラメータ算出

## Equivalent Circuit of Wireless Power Transmission with Magnetic Resonance Considering Electric Conductivity

Yuki OKUYAMA<sup>†</sup>, Hiroshi HIRAYAMA<sup>†</sup>, Nobuyoshi KIKUMA<sup>†</sup>, and Kunio SAKAKIBARA<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Department of Computer Science,

Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya, 466-8555, Japan

E-mail: <sup>†</sup>hirayama@m.ieice.org

**Abstract** Recently, wireless power transmission using magnetic resonance is discussed actively. To maximize efficiency of transmitting power, it is necessary to understand a physical mechanism. An equivalent circuit expression is useful to realize it. In this report, an equivalent circuit of wireless power transmitting with loop coil considering electric conductivity is constructed and examined. The parameters of an equivalent circuit is calculated from the mechanical parameters. The result of the method of moment (MoM) and the equivalent circuit are compared. Moreover, an experiment is performed. If the electric conductivity used for the measurement is known, the analytical result of the equivalent circuit and the measurement are almost corresponding.

**Key words** Wireless Power Transmission, Proximity Coils, Equivalent Circuit, Electric Conductivity, Calculation of Parameter

### 1. ま え が き

米 Massachusetts Institute of Technology (MIT) が 2007 年に発表した電磁共鳴型無線電力伝送 [1] [2] が注目を浴びており、各研究機関では、携帯電話や電気自動車など様々な応用を目指して盛んに研究が行われている [3]- [7]。同方式は遠方に伝播しない近接場を利用して、送受信アンテナを共鳴させることによって非接触状態にある二点間のエネルギー伝送を実現する。また、電磁誘導を利用した方式より数 m 程度の伝送が可能であり、送受信アンテナの位置ずれによる影響も少ないことが期待される。

この技術の一つとして、ループアンテナ (コイル) の誘導磁

界を用いた磁界結合型無線電力伝送方式が検討されている [3]。

電力伝送効率を最大化する為、研究課題として、共鳴現象の物理的メカニズムの解明が挙げられる。電磁界シミュレータを用いた解析は、電磁現象を見る為には有用であるが、計算コストがかかり、物理的メカニズムはわかりづらい。それに対して、等価回路表現は、電磁界現象を見ることは出来ないが、計算コストがかからず、物理的メカニズムを理解しやすいというメリットがある。さらには実用化の為、導電率の影響を考慮した上で最大の伝送効率を与える各種パラメータを求める手法の確立が必要である。

無線電力伝送の等価回路表現からのアプローチは文献 [4] で報告されているが、導電率を考慮した等価回路や、機械的パラ

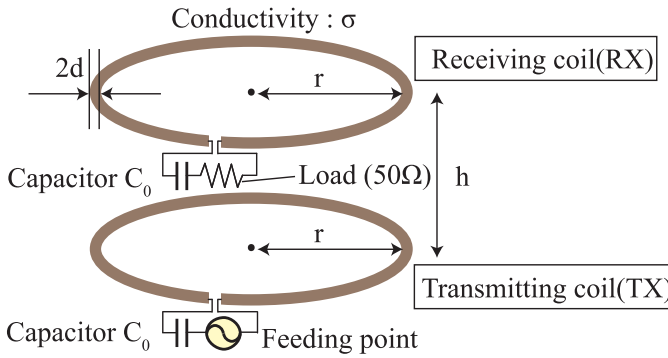


図 1 1 ターンループコイルの解析モデル

メータから等価回路パラメータを算出方法は示されていない。本稿では、ループコイルを用いた無線電力伝送システムを、導電率を含む等価回路で表現する。さらには機械的パラメータから等価回路パラメータを求め、設計した等価回路と、モーメント法 (MoM) による解析結果を比較し等価回路を評価する。また実験を行い、等価回路の計算結果と実験結果を比較する。

本稿の構成を示す。まず、2 章で解析モデルを示し、次に、3 章で解析モデルを等価回路表現し、機械的パラメータから等価回路のパラメータを求める方法を示す。4 章で等価回路と MoM による解析結果の比較検討を行う。5 章において実験の測定結果と等価回路計算結果との比較検討を行い、最後に 6 章でまとめを述べる。

## 2. 解析モデル

図 1 に 1 ターンループコイルを用いた無線電力伝送システムの解析モデルを示す。本解析モデルの送信コイルと受信コイルは同じ形状である。送信側のループコイルには、50Ω 系の伝送線を介して電源が繋がれており、受信側のループでは、50Ω の負荷インピーダンスが繋がれている。この解析モデルを特徴づけるパラメータは、半径  $r$  [m]、送受信間の距離  $h$  [m]、導線の断面半径  $d$  [m]、導電率  $\sigma$  [1/m·Ω] とし、2 つのループコイルの中心は、同軸上にある場合のみを考える。また、送受信のコイルに共振キャパシタ  $C_0$  を直列に繋げることで共鳴させる。今回のモデルでは、共鳴周波数  $f_0$  を 13.20MHz とした。

## 3. 送受信にループコイルを用いた無線電力伝送システムの等価回路表現

本章では、2 章で定義した解析モデルを等価回路で表し、そのパラメータを機械的形状のみから求める方法を示す。また共鳴周波数 13.20MHz における波長  $\lambda_0$  はループコイルの全長  $2\pi r$  より十分長いとみなし、解析モデルの等価回路を集中定数で表現する。

### 3.1 等価回路モデル

解析モデルの等価回路表現を図 2 に示す。これは 1 ターンループコイルの無線電力システムにおいて、左端の電源から伝送線路、送信コイル、受信コイル、整合負荷へと伝わっていく様子を表している。

$L$  はループコイルの自己インダクタンス、 $M$  は送受信間の

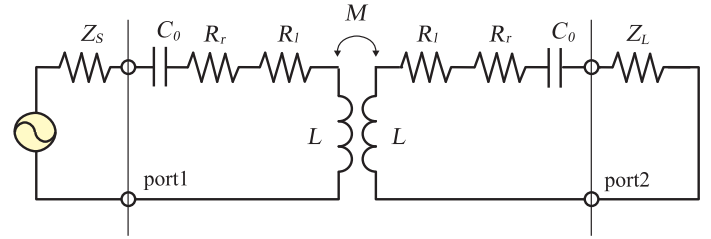


図 2 ループコイルを送受信に用いた無線電力伝送システムの等価回路

ループコイルの相互インダクタンス、 $R_r$  は、ループコイルの放射抵抗、 $R_i$  は、ループコイルの導体損、 $Z_S$  は伝送線路の特性インピーダンス、 $Z_L$  は負荷インピーダンスを表している。また、後の章で S パラメータの解析を行う為ポートを設けた。

### 3.2 等価回路の各パラメータの算出方法

#### 3.2.1 インダクタンスの算出

まず相互インダクタンス  $M$  の算出方法を示す。相互インダクタンス  $M$  はノイマンの公式より求める事が出来る [8]。

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{J_1} \oint_{J_2} \frac{dl_1 \cdot dl_2}{r_{12}} \quad (1)$$

ここで、 $\mu_0$  は、真空の透磁率、 $dl_1$ 、 $dl_2$  はコイル上の微小線要素、 $r_{12}$  は  $dl_1$  と  $dl_2$  の距離である。特に、半径  $r_1$ 、 $r_2$  の同軸円形コイルの相互インダクタンスは、ノイマンの公式から次式となる。

$$M = \mu_0 \sqrt{r_1 r_2} \left\{ \left( \frac{2}{k} - k \right) K(k) - \frac{2}{k} E(k) \right\} \quad (2)$$

$$k = \frac{4r_1 r_2}{(r_1 + r_2)^2 + h^2}$$

ここで  $K(k)$ 、 $E(k)$  は、第一種、第二種の完全楕円積分で、

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}} d\phi \quad (3)$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi} d\phi \quad (4)$$

である。

次に、自己インダクタンス  $L$  の算出方法を示す。自己インダクタンス  $L$  は、内部インダクタンス  $L_i$  と外部インダクタンス  $L_e$  の和によって表される [8]。

$$L = L_i + L_e \quad (5)$$

まず内部インダクタンス  $L_i$  の算出方法を示す。内部インダクタンスは、導線を通る電流によって生じる導線内の磁界に起因する。完全導体の場合は、電流が流れるのは表面のみなので内部インダクタンスを無視できるが、導電率を考慮した導体の場合は、導体の内部に電流が流れるので内部インダクタンスを無視する事が出来ない。電流が表面から表皮深さ  $\delta$  まで流れるとすることで、その領域に磁界が発生していると考えられる。表皮深さ  $\delta$  は次式で求められる。

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\omega \mu \sigma}} \quad (6)$$

以上から自己インダクタンスは以下の式を使って求められる。

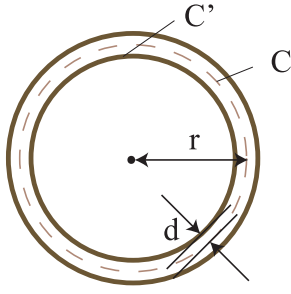


図3 外部インダクタンス  $L_e$

$$L_i = \frac{\Phi_i}{I} = 2\pi r \frac{\int_{d-\delta}^d N B_i dr'}{I} \quad (7)$$

ここで  $I$  は導体に流れる電流,  $\Phi_i$  は導体内部の鎖交磁束数,  $B_i$  は, 内部に生じる磁束密度,  $N$  は鎖交回数,  $\mu$  は導体の透磁率である. ただし, ほとんどの導体において, 真空の透磁率  $\mu_0$  と等しいので今回の解析では  $\mu = \mu_0$  とする.

内部に生じる磁束  $B_i$  は, 電流が流れている部分全てと鎖交するのではない. つまり鎖交するのは全体の  $\{r'^2 - (d-\delta)^2\} / \{d^2 - (d-\delta)^2\}$  の部分で,  $N = \{r'^2 - (d-\delta)^2\} / \{d^2 - (d-\delta)^2\}$  となる.

導体の中心から距離  $r' (d-\delta < r' < d)$  離れた位置における磁束密度  $B_i$  は, アンペアの法則より以下のように求められる.

$$B_i = \mu \frac{NI}{2\pi r'} \quad (8)$$

ところで  $\delta > d$  のときは, 電流が導体内を一様に分布するとみなせるので, 内部インダクタンスは

$$L_i = \frac{\mu r}{4} \quad (9)$$

となる. 次に外部インダクタンス  $L_e$  の算出方法を示す. 外部インダクタンスは, 導線の外部に生じる磁界に起因する. 外部磁界は電流  $I$  が中心線  $C$  に集中していると考えたときと同じであり, それによって生じる周  $C$  内に生じる磁束は, 環の内側の周  $C'$  内に生じる磁束と同じであるので (図3),  $C$  と  $C'$  の間の相互インダクタンスを考えればよい. すなわち外部インダクタンス  $L_e$  は, 式 (2) に  $r_1 = r$ ,  $r_2 = r - d$ ,  $h = 0$  を代入することで求められる.  $r_1 \approx r_2$ ,  $h \ll r_1, r_2$  のとき式 (2) は近似的に

$$L_e \approx \mu_0 r \left( \ln \frac{8r}{d} - 2 \right) \quad (10)$$

となる.

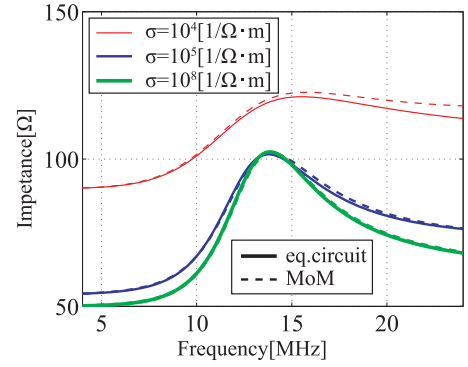
### 3.2.2 放射抵抗と導体損の算出

解析モデルであるループコイルの全長を, 波長  $\lambda_0$  に比べて十分微小とみなすことで, 放射抵抗  $R_r$  は, 以下の式から求められる [9].

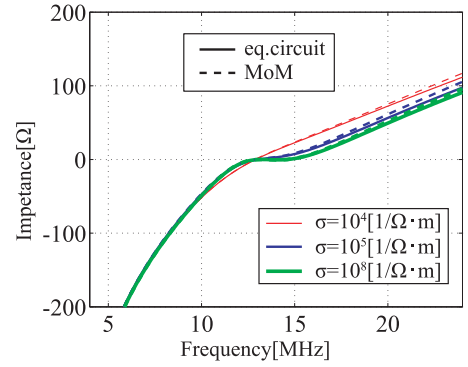
$$R_r = 20\pi^2 T^2 (\beta r)^4 \quad (11)$$

ここで,  $T$  はコイルの巻き数,  $\beta$  は位相定数を表し,  $\beta = 2\pi/\lambda$  である.

次に, 導体損  $R_l$  は次式から求められる.



(a) Real part



(b) Imaginary part

図4 入力インピーダンスの周波数特性

$$R_l = \frac{2\pi r}{\sigma \cdot S} \quad (12)$$

ここで,  $S$  は電流が流れる面積である. 内部インダクタンスと同様に表皮効果を考慮しなくてはならないので,  $S$  は表皮深さ  $\delta$  を用いて,  $S = \pi \{d^2 - (d-\delta)^2\}$  とする. また,  $\delta > d$  のときは一様分布とみなし  $S = \pi d^2$  とする.

### 3.2.3 共振キャパシタの決定方法

共鳴周波数  $f_0$  において, ループコイル単体のインダクタンス  $L$  を打ち消すような共振キャパシタ  $C_0$  が必要なので, 共振の条件式

$$C_0 = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L} \quad (13)$$

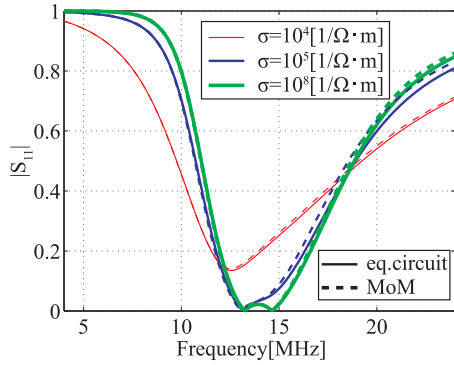
より求められる.

## 4. 等価回路による解析

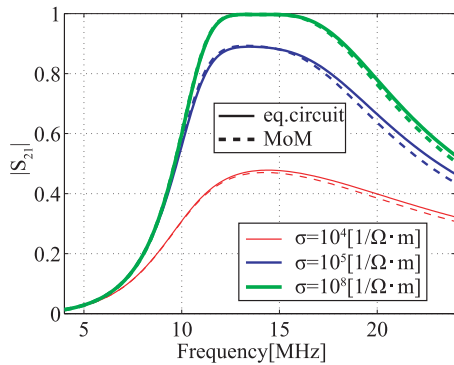
この章では前章の正当性を評価する為, 等価回路と MoM の解析結果を比較し, 一致することを確認する. さらには, この等価回路が MoM の解析結果と一致するループコイルの半径, 導電率, 伝送距離の範囲を明らかにする.

### 4.1 等価回路とパラメータの算出方法の評価

解析モデルの機械的パラメータを, ループコイル半径  $r = 20\text{cm}$ , 導線断面半径  $d = 1\text{mm}$ , 伝送距離  $h = 2\text{cm}$  としたときの等価回路と MoM による入力インピーダンスの解析結果を図4に示す. MoM で用いた共振キャパシタは, 式

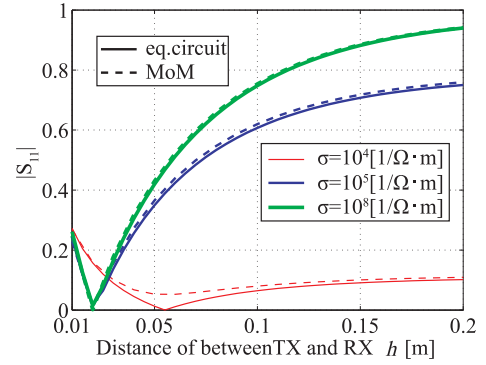


(a)  $|S_{11}|$

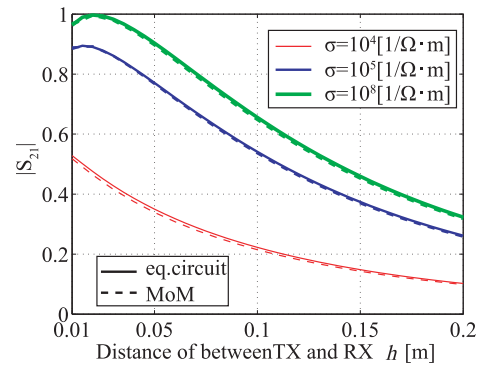


(b)  $|S_{21}|$

図5  $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$  の周波数特性



(a)  $|S_{11}|$



(b)  $|S_{21}|$

図6  $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$  の伝送距離特性

(13) から求めた値を用いた．ここで参考までに，温度が 0 の場合，銅の導電率は約  $6.45 \times 10^7 [1/m \cdot \Omega]$ ，銀の導電率は約  $6.80 \times 10^7 [1/m \cdot \Omega]$  である [10]．図 4 より等価回路と MoM の入力インピーダンスの解析結果が一致していることがわかる，

#### 4.2 S パラメータの周波数特性

無線電力伝送システムで最も大事なパラメータのひとつは伝送効率である．それを評価する為に使われる S パラメータにおいても MoM と同様な結果が得られるか検証する必要がある．そこで 4.1 節と同じ条件で， $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$  の周波数特性を求めた．その結果を図 5 に示す．

図 5 より，S パラメータにおいても等価回路と MoM が一致する事を確認できた．

#### 4.3 S パラメータの伝送距離特性

まず設計周波数 13.20MHz において伝送距離  $h$  を変化させたときの  $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$  の解析結果を図 6 に示す．ただし，伝送距離以外は 4.1 節と同じ条件とする．図 6 より，等価回路と MoM による計算結果が一致していることがわかる．伝送距離が大きくなるにつれて， $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$  がどちらの解析結果も一定の値に収束しているため伝送距離に関しては等価回路の使用制限はないと考えられる．

#### 4.4 S パラメータの導電率特性

設計周波数 13.20MHz において導電率  $\sigma$  を変化させたときの  $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$  の解析結果を図 7 に示す．ただし，導電率以外

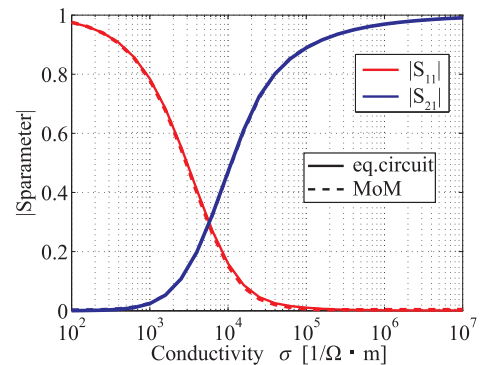


図7  $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$  の導電率特性

は 4.1 節と同じ条件とする．図 7 より，等価回路とによる解析結果が一致した為，一般に用いられる金属の導電率の範囲においては，等価回路の使用制限はないと考えられる．

#### 4.5 半径を変化させたときの S パラメータの周波数特性

ループコイルの半径  $r$  を，10cm ( $2\pi r = 0.0276\lambda$ )，30cm ( $2\pi r = 0.0830\lambda$ )，40cm ( $2\pi r = 0.1106\lambda$ )，50cm ( $2\pi r = 0.1382\lambda$ ) としたときの， $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$  の周波数特性を示す．ただし，結合が弱い場合と，強い場合の S パラメータの周波数特性を見る為 [5]，伝送距離をそれぞれ  $h = r/2$ ,  $h = r/16$  で解析した．図 8, 9 は伝送距離  $h = r/2$  のとき，図 10, 11 は伝送距離  $h = r/16$  のときの周波数特性である．図 8, 9 より，半径が大きくなるにつれて MoM の解析結果の  $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$  の極小値，極大値を与

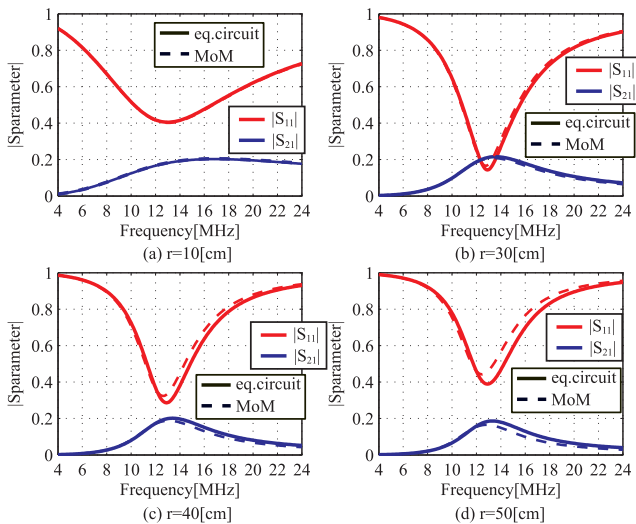


図 8  $|S_{11}|, |S_{21}|$  の周波数特性 ( $\sigma = 10^4 [1/\Omega \cdot m]$ ,  $h = r/2$ )

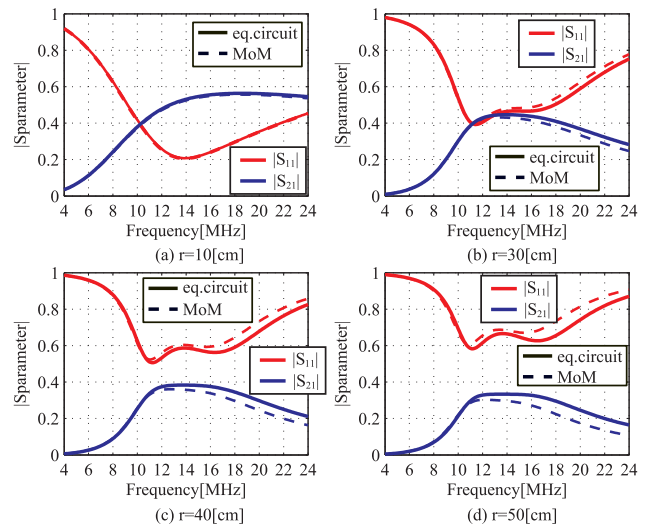


図 10  $|S_{11}|, |S_{21}|$  の周波数特性 ( $\sigma = 10^4 [1/\Omega \cdot m]$ ,  $h = r/16$ )

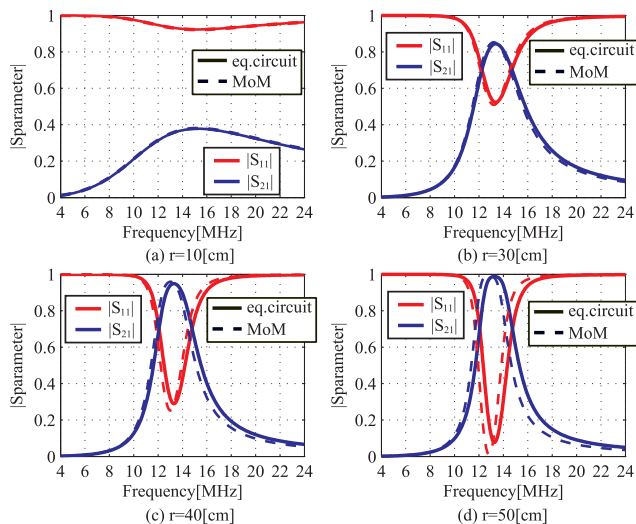


図 9  $|S_{11}|, |S_{21}|$  の周波数特性 ( $\sigma = 10^8 [1/\Omega \cdot m]$ ,  $h = r/2$ )

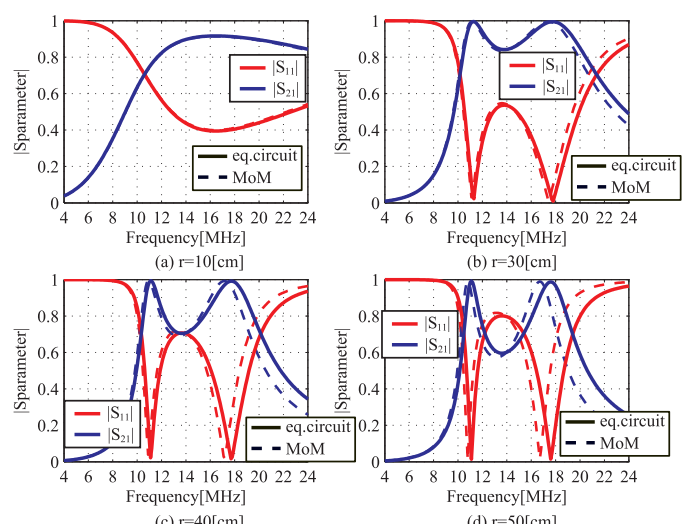


図 11  $|S_{11}|, |S_{21}|$  の周波数特性 ( $\sigma = 10^8 [1/\Omega \cdot m]$ ,  $h = r/16$ )

える周波数が設計周波数とずれていくことがわかる。ループコイルの全長を、波長に比べて十分微小とみなし、集中定数の等価回路モデルを設計したが、半径が大きくなるにつれて、十分微小とみなせなくなってしまう。すると解析モデルが分布定数回路として振舞ってしまい、等価回路の解析結果が MoM の解析結果からずれていったと考えられる。

また図 10, 11 より、半径が大きくなるにつれて、周波数割れの幅が等価回路と MoM による解析結果にずれが生じていく事がわかる。この原因のひとつとして、等価回路では送受信のコイル間で生じる線間浮遊容量を考慮していないことが考えられる。

これらの対応策として、自己インダクタンス  $L$  に対して並列にキャパシタを接続し、相互インダクタンスと並列に線間浮遊容量をおくことが考えられる。

## 5. 実験

この章では実験による測定結果と等価回路による解析結果を示し、比較検討を行う。

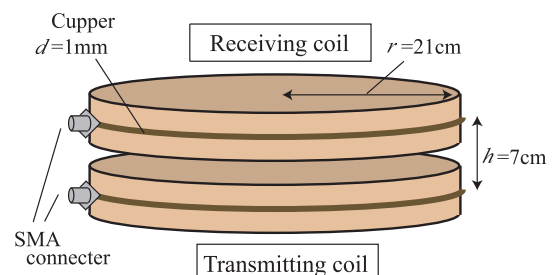
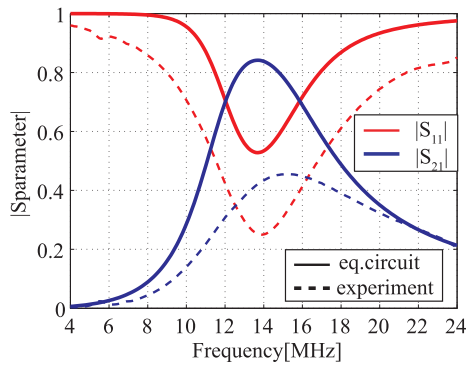


図 12 実験モデル

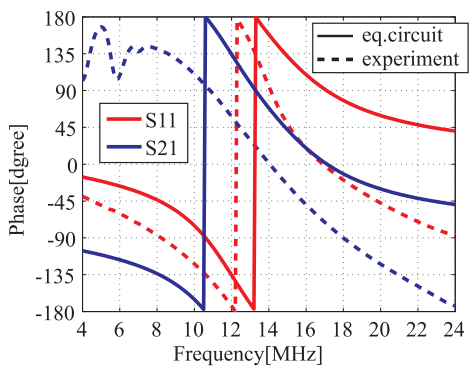
実験モデルにおいて、波長に比べて十分微小とみなせ、線間浮遊容量を無視できる大きさとする為、ループコイルの半径は 20cm 付近とした。実際にはループ半径  $r = 21\text{cm}$ 、導体断面半径  $d = 1\text{mm}$ 、伝送距離  $h = 7\text{cm}$  共振キャパシタ  $C_0 = 100\text{pF}$  とし、導体の材料には銅を用いた。実験モデルを図 12 に示す。ループコイルは、厚紙に巻きつけて固定した。実験では、ネットワークアナライザを用い、 $|S_{11}|$  と  $|S_{21}|$  の周波数特性を測定した。測定結果と等価回路による解析結果を図 13 に示す。

図 13 より、共鳴周波数は、ほぼ一致しているが、 $|S_{11}|, |S_{21}|$





(a) Amplitude



(b) Phase

図 13 実験結果  $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$  の周波数特性 ( $\sigma = 6.45 \times 10^7 [1/\Omega \cdot m]$ )

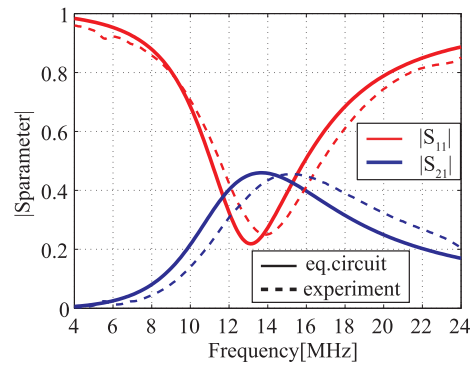
の極小，極大値が大きくずれていることから，文献の銅の導電率よりも使用した銅の導電率が低かったと考えられる．そこで等価回路の計算に用いた導電率に  $1.90 \times 10^4 [1/m \cdot \Omega]$  を用いたところほぼ一致した．このグラフを図 14 に示す．

以上の結果から，用いた材料の導電率が特定できれば実験結果と等価回路の計算結果がほぼ一致する事がわかった．

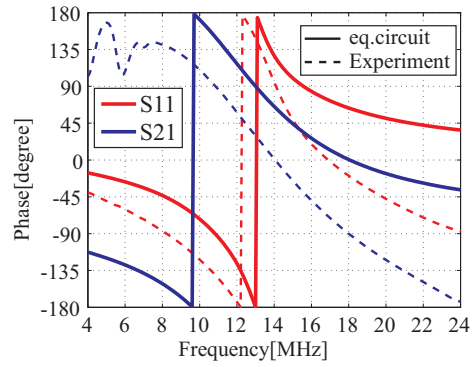
## 6. む す び

ループコイルを送受信に用いた無線電力伝送システムを，導電率を考慮した等価回路で表現し，解析モデルの機械的パラメータから等価回路パラメータを算出する方法を示した．そしてループコイルの円周長が，波長に比べて十分微小で，集中定数回路とみなせ，送受信間の線間浮遊容量を無視できる範囲では，MoM による解析結果と一致することを示した．また実験の結果，測定に用いたループコイルの導電率が分かれば，等価回路の計算結果とほぼ一致することを確認した．

今後の課題として，集中回路とみなせなくなった場合と，送受信間の線間浮遊容量を考慮した等価回路の作成，作成した等価回路から，あらゆる負荷インピーダンスに対して，最大の伝送効率を与えるマッチング回路の作成，などが挙げられる．



(a) Amplitude



(b) Phase

図 14 実験結果  $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$  の周波数特性 ( $\sigma = 1.90 \times 10^4 [1/\Omega \cdot m]$ )

## 文 献

- [1] A . Karalis , et al, "Efficient wireless non-radiative mid-range energy transfer," Annals of Physics, 323, pp. 34-48, April 2007.
- [2] A . Kurs , et al, "Wireless Power Transfer via Strongly Coupled Magnetic Resonances," Science Express, Vol. 317, No. 5834, pp. 83-86, 2007.
- [3] 田中雅人, 稲垣直樹, 藤井勝之, "誘導磁界を用いた新しい無線接続方式," 信学技報, AP2008-184, pp. 197-202, Jan. 2009.
- [4] 粟井郁雄, "共鳴型ワイヤレス給電の BPF 理論による解析," 信学技報, AP2009-169, pp. 81-86, Jan. 2010
- [5] 平岩洋介, 菊間信良, 平山裕, 榎原久二男, "近接コイルを用いた無線電力伝送の伝送効率特性についての一検討," 信学技報, AP2009-86, pp. 41-46, Sep. 2009.
- [6] 居村岳広, 堀洋一, "電磁界共振結合による伝送技術," 電気学会誌, vol. 129, No. 7, pp414-417, 2009.
- [7] 居村岳広, 岡部浩之, 内田利之, 堀洋一, "等価回路から見た非接触電力伝送の磁界結合と電界結合に関する研究 - 共振時の電磁界結合を利用したワイヤレス電力伝送 -," 電学論 D, vol. 130, No. 1, pp84-92, 2010.
- [8] 山崎修一郎, 後藤憲一, 詳解電磁気学演習, 共立出版, 1970 .
- [9] 稲垣直樹, 電気・電子学生のための電磁波工学, 丸善, 1980 .
- [10] 国立天文台, 理科年表 平成 22 年, 丸善, 2009 .