

量子アニーリングを用いた長方形パッキング問題の解法

山田 秀祐[†] 橋爪 洋一郎[†] 中嶋 宇史[†] 岡村 総一郎[†]

[†] 東京理科大学理学部第一部 応用物理学科

1. はじめに

長方形パッキング問題は、縦横幅が既知の複数の長方形を用意し、それらをできるだけ狭い長方形領域へ敷き詰めるための配置を求める組合せ最適化問題の一種である。この問題は、産業上も多くの応用が期待されている。例えば、服の型紙を配置する際になるべく無駄になる部分を減らす、VLSI の設計時により狭い領域へと素子を配置することで小型化するなど、様々な産業上の応用が考えられる。しかし、単純に試行錯誤によって最適配置を決めようとする膨大な配置パターンを試行する必要がある。具体的には n 個の長方形の全配置パターンは $(n!)^2$ にも上り、計算量クラスとしては NP 困難に属する難問である。

本研究では、多くの最適化問題の解決に有効であるとされている「アニーリング」を導入することで長方形パッキング問題を高速に解くためのアルゴリズムの開発を目標とし、その際に必要なハミルトニアン構築とシミュレーテッドアニーリングへの適用、および量子アニーリングへの拡張を試みた。

2. Sequence-Pair

長方形の全配置を記述する方法として、Sequence-Pair を用いた。これは、長方形の相対位置の上下左右の制約を (Γ_+, Γ_-) の二組の文字列で表現したものである。具体的には

$\Gamma_+ : \dots a \dots b \dots$ かつ $\Gamma_- : \dots a \dots b \dots$

の時には長方形 a は長方形 b よりも左側にあるとし、

$\Gamma_+ : \dots c \dots d \dots$ かつ $\Gamma_- : \dots d \dots c \dots$

の時には長方形 c は長方形 d よりも上側にあるとする。

図 1 の右側の例では

$\Gamma_+ : 6,5,7,4,2,1,3$ かつ $\Gamma_- : 7,1,5,3,4,6,2$

である。この Sequence-Pair は長方形の配置と一対一対応し、横幅 W と高さ H に対して、 WH を最小にする Sequence-Pair を見つけることが長方形パッキング問題を解くことに相当する。

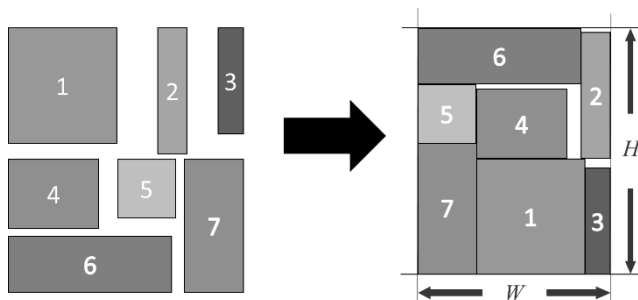


図 1. 長方形パッキングのイメージと配置

3. アニーリング

組合せ最適化問題の最適解を探索する手法として、しばしば用いられるのはシミュレーテッドアニーリング (simulated annealing; SA) である。解候補を更新する際に、ハミルトニアン (コスト関数) に応じたギブス分布に従って熱的なゆらぎを与える方法で、この熱ゆらぎを徐々に小さくすることで基底状態としての最適解に到達する。一方、量子アニーリング (quantum annealing; QA) は状態の遷移 (解候補の更新) に、熱ゆらぎの代わりに量子ゆらぎを利用した手法である。SA, QA ともに強力に最適化問題を解けると期待されているが、特に QA は、多くの場合に SA よりも短い計算時間で解けることが知られており、実装可能な量子計算の 1 つとして期待されている。

4. Sequence-Pair のイジングモデルによる表現ハミルトニアンと SA/QA への適用

Sequence-Pair における長方形の相対位置を 2 次元的に記述したものが、斜格子表示である。図 3(a) は Sequence-Pair (651342, 163254) を斜格子表示したものである。これに長方形の番号 n の軸を加えることで 1, 0 の 3 次元のビット列で表現できる (図 3(b))。このビット列をさらに 1, -1 にユニタリー変換し、イジング変数 $\{\sigma_{ijk}\}$ とする。ただし ijk は 3 次元ビット列の導入に用いた空間の座標点である。これが Sequence-Pair をイジングモデル化したものとなる。このイジング模型に対して SA を行うと、図 1 に示したような最適解を得ることができる。

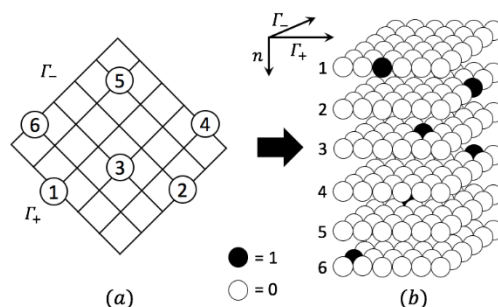


図 2. 3次元イジングモデルによる Sequence-Pair の表現

さらに、QA を行うために、導入したイジング模型に量子化項を加えて鈴木・トロッター変換し、4次元の古典模型とした古典ハミルトニアン $H_{\text{classical}}(t)$ を得た。 $H_{\text{classical}}(t)$ の詳細は発表時に示すが、アニーリングを行う実時間 t を陽に含む古典的ハミルトニアンである。このハミルトニアンに対するモンテカルロ計算を行い、QA による長方形パッキング問題を解決する。