DEWS2003 6-B-02

フィルタリング関数の和積とその性質

澤井　里枝† 　塚本　昌彦† 　寺田　　努† 　西尾章治郎†

† 大阪大学大学院情報科学研究科

E-mail: †{rie,tuka,tsutomu,nishio}@ist.osaka-u.ac.jp

あらまし　筆者らはこれまで，情報フィルタリングの数学的基盤を構築するために，フィルタリングを関数として表すフィルタリング関数を定義し，さまざまなフィルタリングの性質を明らかにしてきた．フィルタリングの数学的基盤を構築することにより，フィルタリングの定性的な評価や最適化，宣言的なフィルタリング言語の設計などが可能となる．実際のフィルタリングは，複数の手法を組合せて実現するのが一般的なことから，筆者らはこれまでフィルタリング関数の合成に関する性質を明らかにしてきたが，その他の演算についてはまだ取り扱っていなかった．そこで本稿では，フィルタリング結果の和 (ユニオン) と積 (インターセクション) の演算を行うフィルタリング関数を新たに定義し，それらの性質を明らかにする．本研究により，多様な方法で組合せられたフィルタリングを定性的に表現し，それらの特性を明確にできる．

キーワード　情報フィルタリング，フィルタリング関数，和，積

Union and Intersection of Filtering Functions and their Properties

Rie SAWAI†, Masahiko TSUKAMOTO†, Tsutomu TERADA†, and Shojiro NISHIO†

† Graduate School of Information Science and Technology, Osaka University

E-mail: †{rie,tuka,tsutomu,nishio}@ist.osaka-u.ac.jp

Abstract　In our previous works, to establish mathematical foundation of information filtering, we defined the notion of filtering function that represents filtering as a function, and clarified the characteristics of different filtering. The constructed mathematical foundation makes it possible to qualitatively evaluate various filtering methods, to optimize processing methods in filtering, or to design a declarative language for describing the filtering policy. Since current filtering methods consist of multiple methods in practice, we have revealed the properties of composite filtering functions. However, we have not considered other operations. In this paper, we define new filtering functions that carry out union and intersection of the filtering results, and clarify their properties. From the results of this paper, we can qualitatively represent the filtering combined by more diverse strategies, and reveal their characteristics.

Key words　Information Filtering, Filtering Function, Union, Intersection

1. はじめに

近年，衛星放送や地上波放送のデジタル化および多チャンネル化，インターネットや無線通信などさまざまなネットワーク環境の発展により，多数の放送型サービスを通じて大量の情報を発信できるようになった [4], [7], [8]．このような環境では，ユーザの多様な要求に応えることができるが，その中からユーザが必要なデータを探し出すことは非常に困難な作業である．そこで，自動的に受信データを取捨選択するフィルタリング機構や，フィルタリングのためのユーザ要求記述言語が多数提案されている [2], [3], [6], [9]．しかし，各フィルタリング機構は，キーワードマッチングやランキングなど，それぞれ独自の手法によってデータを処理しているにもかかわらず，それらの手法を定性的に表現する数学的基盤がなかったため，フィルタリングの特性の定性的な評価や処理方法の最適化，宣言的なフィルタリング言語の設計などができなかった．そこで筆者らはこれまでに，フィルタリングを関数として表す**フィルタリング関数**を定義し，フィルタリングの性質をフィルタリング関数が満たす制約条件として定性的に表現する手法を提案した [10], [11]．さらに，一般のフィルタリングは複数の手法を組合せて用いることから，筆者らはフィルタリング関数の合成関数の性質を明らかにした [13], [14]．

合成フィルタリング関数では，ある簡単な手法で前処理を行ってから別の複雑な手法で精細な結果を計算するフィルタリングのように，複数の手法を連続に組合せた手法を表現できるが，それ以外の方法で組合せられたフィルタリングも存在する．例えば，“あるキーワードをもつデータとあるカテゴリに属するデータが欲しい” といったように，複数のフィルタリングポ

リシーで得られたフィルタリング結果を全て利用する手法は，フィルタリング結果の和 (ユニオン) の演算を行う手法である．また，フィルタリング結果の信頼度を上げるため，複数のフィルタリング手法から必要であると判断されたデータのみを蓄積する手法は，フィルタリング結果の積 (インターセクション) の演算を行う手法である．このように，和や積の演算により組合せられたフィルタリング手法は，これまで筆者らが取り扱ってきた合成フィルタリング関数で表現できない．そこで本稿では，複数の手法により得られたフィルタリング結果の和や積の演算を行うフィルタリング関数を新たに定義し，その性質を明らかにする．フィルタリング関数の体系に和積の概念を追加することで，合成による組合せだけでなく，さらに多様な方法で組合せられたフィルタリングを定性的に表現できる．また，本稿で明らかになる性質を利用することで，さまざまな性質を満たす手法を組合せたフィルタリングの特性を明らかにできる．

以下，第 2 章でフィルタリング関数の概要を述べる．第 3 章では，フィルタリング結果の和積演算を行うフィルタリング関数を定義し，それらの性質を明らかにする．第 4 章では，本稿で明らかになった結果をもとに，実際のフィルタリングシステムや関連研究を考察する．最後に第 5 章でまとめを行う．

2. フィルタリング関数

本章では，本稿の基礎となるフィルタリング関数の概要について述べる．

2.1 フィルタリング処理の分類

あるフィルタリング手法が与えられたとき，実際の処理方法は以下に示すいくつかのパターンに分類できる．

データアイテムを受信する度に受信データと前回までのフィルタリング結果を合せてフィルタリングする処理方法を**逐次処理**と呼ぶ．それに対し，放送データを受信側にある程度ためておいてから一括してフィルタリングする処理方法を**一括処理**と呼ぶ．また，データ集合を 2 つ以上の任意の集合に分割して各々フィルタリングし，結果をマージしたものをフィルタリング結果とする処理方法を**分配処理**と呼ぶ．さらに，分配処理の結果を再びフィルタリングする処理方法を**並列処理**と呼ぶ．

2.2 フィルタリング関数の性質

データアイテムの集合を $\mathbf{T}$ とする．フィルタリング関数とは，任意の $T \subset \mathbf{T}$ に対し(注1)，以下の 2 つの条件を満たす $2^{\mathbf{T}}$ 上の関数 f のことをいう [10], [11]．

減少性 (D: Decreasing)
$f(T) \subset T$
ベキ等性 (ID: Idempotent)
$f(f(T)) = f(T)$

また，フィルタリング関数について以下のような性質が定義されている．

逐次増加性 (SI: Sequential Increasing)
$f(S \cup T) \subset f(S \cup f(T))$
逐次減少性 (SD: Sequential Decreasing)
$f(S \cup T) \supset f(S \cup f(T))$
逐次等価性 (SE: Sequential Equivalence)
$f(S \cup T) = f(S \cup f(T))$
分配増加性 (DI: Distributed Increasing)
$f(S \cup T) \subset f(S) \cup f(T)$
分配減少性 (DD: Distributed Decreasing)
$f(S \cup T) \supset f(S) \cup f(T)$
分配等価性 (DE: Distributed Equivalence)
$f(S \cup T) = f(S) \cup f(T)$
並列増加性 (PI: Parallel Increasing)
$f(S \cup T) \subset f(f(S) \cup f(T))$
並列減少性 (PD: Parallel Decreasing)
$f(S \cup T) \supset f(f(S) \cup f(T))$
並列等価性 (PE: Parallel Equivalence)
$f(S \cup T) = f(f(S) \cup f(T))$
単調性 (M: Monotone)
$S \subset T$ ならば　$f(S) \subset f(T)$
一貫性 (C: Consistency)
$f(S) \supset f(S \cup T) \cap S$

ここで，S, T は $\mathbf{T}$ の任意の部分集合とする．これまでに筆者らは，これらの性質間に図 1に示すような相互関係があることを明らかにした．図 1の矢印は包含関係を表し，包含関係が必ずしも成り立たないものには “×” を付す．例えば，“M,DD”–“SD” 間の矢印は，単調性 M(または M と同値である分配減少性 DD) を満たすフィルタリング関数は逐次減少性 SD も満たすが，逐次減少性 SD を満たすフィルタリング関数は単調性 M(および分配減少性 DD) を必ずしも満たさないことを表す．また，“M, DD” のように，一つの楕円内に列記した性質は同値であることを示す．さらに，異なる性質を囲った角丸四角の枠は枠内の性質を全て満たす性質を表し，並列減少性 PD かつ逐次増加性 SI を満たすフィルタリング関数は逐次減少性 SD も満たすことを表す．ただし，並列減少性 PD を満たすフィルタリング関数が逐次減少性 SD を満たすかどうか (PD⇒SD 問題とよぶ) は

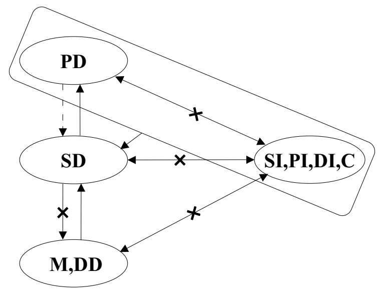

図 1　性質間の関係

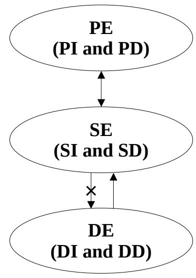

図 2　等価性間の関係

(注1)：本稿では $A \subset B$ は A が B の部分集合である (A = B の場合を含む) ことを意味するものとする．

現在のところまだ明らかとなっていないため点線で示している．

逐次等価性は一括処理と逐次処理の結果が等価であることを意味する．同様に，分配等価性は一括処理と分配処理の結果が等価であり，並列等価性は一括処理と並列処理の結果が等価であることを意味する．図 1に示す性質間の関係から，これらの等価性間の関係は図 2に示すようになる．図 2より，一括処理と分配処理の結果が等価であるフィルタリングは，逐次処理や並列処理の結果とも等価となることがわかる．また，一括処理と逐次処理の結果が等価であるフィルタリングは，並列処理の結果とも等価となり，一括処理と並列処理の結果が等価であるフィルタリングは，逐次処理の結果とも等価となる．図 1，図 2 に示す性質間の関係より，ある性質を満たすフィルタリングが他の性質を満たすかどうかが判断でき，環境に応じてより効率的な処理方法に変換できる．

3. フィルタリング関数の和積

本章では，フィルタリング関数の和関数と積関数を定義し，それらの性質を明らかにする．まず，複数の手法によるフィルタリング結果の和や積の演算を行うフィルタリング関数を以下のように定義する．

f, g をフィルタリング関数とする．任意の $S \subset \mathbf{T}$ に対して

$$f^{\vee}g(S) \stackrel{\triangle}{=} f(S) \cup g(S)$$

と定義される $f^{\vee}g$ を f と g の**和フィルタリング関数**とよぶ．また，

$$f^{\wedge}g(S) \stackrel{\triangle}{=} f(S) \cap g(S)$$

と定義される $f^{\wedge}g$ を f と g の**積フィルタリング関数**とよぶ．一般に

$$f^{\vee}g(S) = g^{\vee}f(S) \tag{1}$$

$$f^{\wedge}g(S) = g^{\wedge}f(S) \tag{2}$$

が成り立つ．

フィルタリング関数の和積関数は必ずしもフィルタリング関数でない．和フィルタリング関数と積フィルタリング関数がベキ等性を満たさないフィルタリング関数の例を表 1に示す．フィルタリング関数 f, g に対して，f と g が**フィルタリング和可能**であるとは，$f^{\vee}g$ がフィルタリング関数であることをいう．また，f と g が**フィルタリング積可能**であるとは，$f^{\wedge}g$ がフィルタリング関数であることをいう．ここで，$f : D_1 \to D_2$ のとき，$Im(f) = \{f(X)|X \in D_1\}$ を f の値域とよぶ[13]．フィルタリング関数 f, g は減少性を満たすため，$f^{\vee}g$, $f^{\wedge}g$ も減少性を満たすことは自明である．ゆえに，$f^{\vee}g$ がフィルタリング和可能であることと $\forall X \in Im(f^{\vee}g)$ に対して $X = f(X) \cup g(X)$ が成立することは同値であり，$f^{\wedge}g$ がフィルタリング積可能であることと $\forall Y \in Im(f^{\wedge}g)$ に対して $Y = f(Y) \cap g(Y)$ が成立することは同値である．さらにフィルタリング和可能，フィルタリング積可能に関して次の定理が成立する．

［定理 1］ フィルタリング関数 f, g が一貫性 (またはそれと等価な分配増加性，逐次増加性，並列増加性) を満たすならば，f と g はフィルタリング和可能かつフィルタリング積可能である．

表 1 ベキ等性を満たさない和積フィルタリング関数

x	$f(x)$	$g(x)$	$f^{\vee}g(x)$	$f^{\wedge}g(x)$
ϕ	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
$\{a\}$	$\{a\}$	$\{a\}$	$\{a\}$	$\{a\}$
$\{b\}$	$\{b\}$	$\{b\}$	$\{b\}$	$\{b\}$
$\{c\}$	$\{c\}$	ϕ	$\{c\}$	ϕ
$\{a,b\}$	$\{a\}$	ϕ	$\{a\}$	ϕ
$\{a,c\}$	$\{a\}$	$\{a,c\}$	$\{a,c\}$	$\{a\}$
$\{b,c\}$	$\{c\}$	$\{b,c\}$	$\{b,c\}$	$\{c\}$
$\{a,b,c\}$	$\{a\}$	$\{b\}$	$\{a,b\}$	ϕ

≪ 証明 ≫ $S \subset \mathbf{T}$ に対して，

$$f^{\vee}g(S) = f(S) \cup g(S) \subset S$$
$$f^{\wedge}g(S) = f(S) \cap g(S) \subset S$$

が成り立つので，$f^{\vee}g$, $f^{\wedge}g$ は減少性を満たす．次に，$f^{\vee}g$, $f^{\wedge}g$ がベキ等性を満たすことを示す．S, X, $Y \subset \mathbf{T}$ に対して，

$$X = f^{\vee}g(S) = f(S) \cup g(S) \tag{3}$$

$$Y = f^{\wedge}g(S) = f(S) \cap g(S) \tag{4}$$

とすると，

$$X = f(X) \cup g(X) \tag{5}$$

$$Y = f(Y) \cap g(Y) \tag{6}$$

を示せばよい．f は一貫性を満たすので，

$$\begin{aligned} f(f(S) \cup g(S)) &\supset f(f(S) \cup g(S) \cup S) \cap (f(S) \cup g(S)) \\ &= f(S) \cap (f(S) \cup g(S)) = f(S) \end{aligned} \tag{7}$$

となる．同様に，g は一貫性を満たすので，

$$g(f(S) \cup g(S)) \supset g(S) \tag{8}$$

となる．したがって，(7)，(8) を辺々足し合わせて，

$$f(f(S) \cup g(S)) \cup g(f(S) \cup g(S)) \supset f(S) \cup g(S) \tag{9}$$

が成立する．一方，f, g は減少性を満たすので，

$$\begin{aligned} f(S) \cup g(S) &= (f(S) \cup g(S)) \cup (f(S) \cup g(S)) \\ &\supset f(f(S) \cup g(S)) \cup (f(S) \cup g(S)) \\ &\supset f(f(S) \cup g(S)) \cup g(f(S) \cup g(S)) \end{aligned} \tag{10}$$

が成り立つ．ゆえに，(9)，(10) より，

$$\begin{aligned} f(f(S) \cup g(S)) \cup g(f(S) \cup g(S)) &= f(S) \cup g(S) \\ f(X) \cup g(X) &= X \end{aligned}$$

となり，(5) が示された．

同様に，(6) も示される． □

［定理 2］ フィルタリング関数 f, g が単調性 (またはそれと等価な分配減少性) を満たすならば，f と g はフィルタリング和可能である．

≪ 証明 ≫ 定理 1の証明と同様，$f^{\vee}g$ がベキ等性を満たすことを示せばよい．$S \subset \mathbf{T}$ に対して

$$\begin{aligned} f(S) &\subset f(S) \cup g(S) \\ f(f(S)) &\subset f(f(S) \cup g(S)) \quad (\because f\text{: M}) \\ f(S) &\subset f(f(S) \cup g(S)) \quad (\because f\text{: ID}) \end{aligned} \tag{11}$$

が成り立つ．同様に，g が M を満たすことから

$$g(S) \subset g(f(S) \cup g(S)) \tag{12}$$

が成立する．(11)，(12) を辺々足し合わせて，

$$f(S) \cup g(S) \subset f(f(S) \cup g(S)) \cup g(f(S) \cup g(S)) \tag{13}$$

が導き出される．また，f, g が減少性を満たすことから (10) と同様に，

$$f(S) \cup g(S) \supset f(f(S) \cup g(S)) \cup g(f(S) \cup g(S)) \tag{14}$$

が成り立つ．したがって，(13)，(14) より

$$f(S) \cup g(S) = f(f(S) \cup g(S)) \cup g(f(S) \cup g(S)) \tag{15}$$

が成立する． □

3.1　和フィルタリング関数の性質

本節では，和フィルタリング関数の性質を明らかにする．ここで，和フィルタリング関数について次の補題が成立する．

［補題 1］ 性質 A を満たし，性質 B を満たさないフィルタリング関数 f_0 が存在するならば，フィルタリング関数 f, g に対して f または g が性質 A を満たすとき，性質 B を満たさない $f^{\vee}g$ が存在する．

≪ 証明 ≫ 任意の集合 $S \subset \mathbf{T}$ に対して $g_0(S) = \phi$ とすると，g_0 は減少性とベキ等性を満たすため，フィルタリング関数である．

このとき，$f_0 {}^{\vee} g_0(S) = f_0(S)$ となるので，$f_0 {}^{\vee} g_0$ の性質は f_0 の性質と等しくなり，性質 B を満たさない．すなわち，$f^{\vee}g$ で性質 B を満たさないものが存在する． □

以下，3.1.1節で増加性または減少性を満たすフィルタリング関数について，3.1.2節で等価性を満たすフィルタリング関数について，和フィルタリング関数の性質を明らかにする．

3.1.1　増加性または減少性を満たすフィルタリング関数

［補題 2］ フィルタリング関数 f, g が単調性を満たすならば，$f^{\vee}g$ は単調性を満たす．

≪ 証明 ≫ S, $T \subset \mathbf{T}$ に対して，$S \subset T$ ならば $f(S) \subset f(T)$, $g(S) \subset g(T)$ を満たす．これら 2 式を辺々足し合わせると，$f(S) \cup g(S) \subset f(T) \cup g(T)$ が成立するので，$f^{\vee}g(S) \subset f^{\vee}g(T)$ が導き出された． □

［補題 3］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング和可能であり，f が単調性，g が逐次増加性を満たすとき，$f^{\vee}g$ で単調性を満たさないもの，および逐次増加性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ 図 1より，単調性を満たすが逐次増加性を満たさない f が存在する．また，逐次増加性を満たすが単調性を満たさない g が存在する．したがって，補題 1より，単調性または逐次増加性を満たさない $f^{\vee}g$ が存在する． □

［補題 4］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング和可能であり，f が単調性，g が逐次減少性を満たすとき，$f^{\vee}g$ で単調性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ 図 1より，逐次減少性を満たすが単調性を満たさない g が存在する．したがって，補題 1より，単調性を満たさない $f^{\vee}g$ が存在する． □

［補題 5］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング和可能であり，f が単調性，g が逐次減少性を満たすならば，$f^{\vee}g$ は逐次減少性を満たす．

≪ 証明 ≫ f, g は減少性を満たすので，$T \subset \mathbf{T}$ に対して $T \supset f(T)$, $T \supset g(T)$ である．これら 2 式を辺々足し合わせると

$$\begin{aligned} T &\supset f(T) \cup g(T) \\ S \cup T &\supset S \cup f(T) \cup g(T) \\ f(S \cup T) &\supset f(S \cup f(T) \cup g(T)) \quad (\because f : \mathrm{M}) \end{aligned} \tag{16}$$

となる．一方，

$$\begin{aligned} g(S \cup T) &= g(S \cup T \cup f(T)) \quad (\because f : \mathrm{D}) \\ &= g((S \cup f(T)) \cup T) \\ &\supset g((S \cup f(T)) \cup g(T)) \quad (\because g : \mathrm{SD}) \end{aligned} \tag{17}$$

が成立する．(16)，(17) を辺々足し合わせると

$$\begin{aligned} &f(S \cup T) \cup g(S \cup T) \\ &\supset f(S \cup f(T) \cup g(T)) \cup g(S \cup f(T) \cup g(T)) \end{aligned} \tag{18}$$

となり，$f^{\vee}g(S \cup T) \supset f^{\vee}g(S \cup f^{\vee}g(T)$ が導き出された． □

［補題 6］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング和可能であり，f が単調性，g が並列減少性を満たすとき，$f^{\vee}g$ で単調性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ 図 1より，並列減少性を満たすが単調性を満たさない g が存在する．したがって，補題 1より，単調性を満たさない $f^{\vee}g$ が存在する． □

［補題 7］ フィルタリング関数 f, g が逐次増加性を満たすならば，$f^{\vee}g$ は逐次増加性を満たす．

≪ 証明 ≫ 図 1より，SI と DI は同値なので，

$$f(S \cup T) \subset f(S) \cup f(T) \tag{19}$$

$$g(S \cup T) \subset g(S) \cup g(T) \tag{20}$$

が成立する．(19)，(20) を辺々足し合わせて

$$\begin{aligned} &f(S \cup T) \cup g(S \cup T) \\ &\subset (f(S) \cup f(T)) \cup (g(S) \cup g(T)) \\ &= (f(S) \cup g(S)) \cup (f(T) \cup g(T)) \end{aligned} \tag{21}$$

となる．したがって，$f^{\vee}g(S \cup T) \subset f^{\vee}g(S) \cup f^{\vee}g(T)$ であることが導き出される．SI と DI が同値であることから，題意は示された． □

［補題 8］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング和可能であり，f が逐次増加性，g が逐次減少性を満たすとき，$f^{\vee}g$ で逐次増加性を満たさないもの，および逐次減少性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ 図 1より，逐次増加性を満たすが逐次減少性性を満たさない f が存在する．また，逐次減少性を満たすが逐次増加性を満たさない g が存在する．したがって，補題 1より，逐次増加性または逐次減少性を満たさない $f^{\vee}g$ が存在する． □

［補題 9］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング和可能であり，f が逐次増加性，g が並列減少性を満たすとき，$f^{\vee}g$ で逐次増加性を満たさないもの，および並列減少性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ 図 1より，逐次増加性を満たすが並列減少性を満たさない f が存在する．また，並列減少性を満たすが逐次増加性を満たさない g が存在する．したがって，補題 1より，逐次増加性または並列減少性を満たさない $f^{\vee}g$ が存在する． □

［補題 10］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング和可能であり，f, g が逐次減少性を満たすならば，$f^{\vee}g$ は逐次減少性を満たす．

表 2　増加性または減少性を満たす関数の和フィルタリング関数

$f \setminus g$	M	SI	SD	PD
M	M, SD, PD, ¬SI	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	SD, PD, ¬M, ¬SI	¬M, ¬SI (, SD)
SI	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	SI, ¬M, ¬SD, ¬PD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD
SD	SD, PD, ¬M, ¬SI	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	SD, PD, ¬M, ¬SI	¬M, ¬SI (, SD)
PD	¬M, ¬SI (, SD)	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	¬M, ¬SI (, SD)	¬M, ¬SI (, SD)

≪ 証明 ≫

$$\begin{aligned} f(S \cup T) &= f(S \cup T \cup g(T)) \quad (\because g: \mathrm{D}) \\ &= f((S \cup g(T)) \cup T) \\ &\supset f((S \cup g(T)) \cup f(T)) \quad (\because f: \mathrm{SD}) \end{aligned} \tag{22}$$

が成立する．同様に，f の減少性と g の逐次減少性から

$$g(S \cup T) \supset g((S \cup f(T)) \cup g(T)) \tag{23}$$

が成立する．(22) と (23) を辺々足し合わせると，

$$\begin{aligned} &f(S \cup T) \cup g(S \cup T) \\ &\supset f(S \cup g(T) \cup f(T)) \cup g(S \cup f(T) \cup g(T)) \end{aligned} \tag{24}$$

となり，$f^{\vee}g(S \cup T) \supset f^{\vee}g(S \cup f^{\vee}g(T))$ が導き出された．　□

並列減少性 PD を満たすフィルタリング関数が逐次減少性 SD を満たすかどうか (PD⇒SD 問題) は，現在のところまだ明らかとなっていない．しかし，PD⇒SD 問題が明らかになれば，以下の補題により，いくつかの和フィルタリング関数の性質を明らかにできる．

［補題 11］　フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング和可能であり，f が単調性，g が並列減少性を満たすとする．このとき，PD⇒SD 問題が成立するならば $f^{\vee}g$ は逐次減少性を満たし，PD⇒SD 問題が成立しないならば $f^{\vee}g$ は逐次減少性を必ずしも満たさない．

≪ 証明 ≫ PD⇒SD 問題が成立するならば，図 1 より並列減少性と逐次減少性が同値であることが示される．したがって，補題 5 より $f^{\vee}g$ も逐次減少性を満たす．

一方，PD⇒SD 問題が成立しないならば，並列減少性を満たすが逐次減少性を満たさない g が存在するため，補題 1 より逐次減少性を満たさない $f^{\vee}g$ が存在する．　□

［補題 12］　フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング和可能であり，f が逐次減少性，g が並列減少性を満たすとする．このとき，PD⇒SD 問題が成立するならば $f^{\vee}g$ は逐次減少性を満たし，PD⇒SD 問題が成立しないならば $f^{\vee}g$ は逐次減少性を必ずしも満たさない．

≪ 証明 ≫ 省略 (補題 11 と同様に証明できる)．　□

［補題 13］　フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング和可能であり，f, g が並列減少性を満たすとする．このとき，PD⇒SD 問題が成立するならば $f^{\vee}g$ は逐次減少性を満たし，PD⇒SD 問題が成立しないならば $f^{\vee}g$ は逐次減少性を必ずしも満たさない．

≪ 証明 ≫ 省略 (補題 11 と同様に証明できる)．　□

3.1.2　等価性を満たすフィルタリング関数

［補題 14］　フィルタリング関数 f, g が分配等価性を満たすならば，$f^{\vee}g$ は分配等価性を満たす．

≪ 証明 ≫ 分配等価性を満たすフィルタリング関数とセレクション関数は同値なので，f をある $X \subset \mathbf{T}$ のセレクション関数とし，g をある $Y \subset \mathbf{T}$ のセレクション関数とすると，$f(S) = S \cap X$, $g(S) = S \cap Y$ とおける [12]．これを用いて，

$$f(S) \cup g(S) = (S \cap X) \cup (S \cap Y) = S \cap (X \cup Y) \tag{25}$$

となる．ゆえに，$f^{\vee}g$ は $X \cup Y$ のセレクション関数である．　□

表 3　等価性を満たす関数の和フィルタリング関数

$f \setminus g$	DE	SE, PE
DE	DE, SE, PE	SE, PE, ¬DE
SE, PE	SE, PE, ¬DE	SE, PE, ¬DE

［補題 15］　フィルタリング関数 f, g に対して，f が分配等価性，g が逐次等価性を満たすとき，$f^{\vee}g$ で分配等価性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ 図 2 より，逐次等価性を満たすが分配等価性を満たさない g が存在する．したがって，補題 1 より，分配等価性を満たさない $f^{\vee}g$ が存在する．　□

［補題 16］　フィルタリング関数 f, g に対して，f が分配等価性，g が逐次等価性を満たすならば，$f^{\vee}g$ は逐次等価性を満たす．

≪ 証明 ≫ f は分配等価性を満たすので，図 2 より逐次等価性も満たす．したがって，補題 17 より $f^{\vee}g$ は逐次等価性を満たす．　□

［補題 17］　フィルタリング関数 f, g が逐次等価性を満たすならば，$f^{\vee}g$ は逐次等価性を満たす．

≪ 証明 ≫

$$\begin{aligned} f(S \cup T) &= f(S \cup T \cup g(T)) \quad (\because g: \mathrm{D}) \\ &= f((S \cup g(T)) \cup T) \\ &= f((S \cup g(T)) \cup f(T)) \quad (\because f: \mathrm{SE}) \end{aligned} \tag{26}$$

が成立する．同様に，f の減少性と g の逐次等価性から

$$g(S \cup T) = g((S \cup f(T)) \cup g(T)) \tag{27}$$

が成立する．(26) と (27) を辺々足し合わせると，

$$\begin{aligned} &f(S \cup T) \cup g(S \cup T) \\ &= f(S \cup g(T) \cup f(T)) \cup g(S \cup f(T) \cup g(T)) \end{aligned} \tag{28}$$

となり，$f^{\vee}g$ は逐次等価性を満たす．　□

$f^{\vee}g$ がもとの関数 f, g の性質以外の性質を満たすかどうかは，簡単に証明できるため省略する．以上の補題より，表 2 に増加性または減少性を満たすフィルタリング関数の全ての組合せについて，表 3 に等価性を満たすフィルタリング関数の全ての組合せについて，和フィルタリング関数の性質をまとめる．表中の各要素は f, g がそれぞれ行，列の性質をもち，f と g がフィルタリング和可能であるとき，和フィルタリング関数 $f^{\vee}g$ が満たす性質を表す．また，“¬” はその性質を必ずしも満たさ

ないことを表す．括弧内の性質は，$f^{\vee}g$ がその性質を満たすかどうかはまだ明らかになっていないが，PD⇒SD 問題と関係があることを表す．例えば "(SD)" は，PD⇒SD 問題が成立するならば $f^{\vee}g$ も逐次減少性を必ず満たし，PD⇒SD 問題が成立しないならば $f^{\vee}g$ は必ずしも逐次減少性を満たさないことを意味する．さらに，単調性を満たすフィルタリング関数と並列減少性を満たすフィルタリング関数を組合せたとき，逐次減少性 (あるいは並列減少性) を満たすフィルタリング関数と並列減少性を満たすフィルタリング関数を組合せたときに，並列減少性を満たすかどうかは，現在のところまだ明らかになっていない．しかし，PD⇒SD 問題が成立するならば，図 1 より両性質は等価となるため，これらの和フィルタリング関数は並列減少性を必ず満たすことがいえる．

表 2 より，単調性 (あるいは逐次増加性，逐次減少性) を満たすフィルタリングどうしを組合せた場合や，単調性を満たすフィルタリングと逐次減少性を満たすフィルタリングを組合せた場合は，本稿で取り扱う性質で必ず満たすものが存在することがわかった．また，表 3 より，等価性を満たすフィルタリングを組合せる場合，あらゆる組合せにおいて，逐次等価性と並列等価性を満たすことが明らかになった．

3.2 積フィルタリング関数の性質

本節では，積フィルタリング関数の性質を明らかにする．ここで，積フィルタリング関数について次の補題が成立する．

［補題 18］ 性質 A を満たし，性質 B を満たさないフィルタリング関数 f_0 が存在するならば，フィルタリング関数 f, g に対して f または g が性質 A を満たすとき，性質 B を満たさない $f^\wedge g$ が存在する．

≪ 証明 ≫ 任意の集合 $S \subset \mathbf{T}$ に対して $g_0(S) = S$ とすると，g_0 は減少性とベキ等性を満たすため，フィルタリング関数である．

このとき，$f_0 \wedge g_0(S) = f_0(S)$ となるので，$f_0 \wedge g_0$ の性質は f_0 の性質と等しくなり，性質 B を満たさない．すなわち，$f^\wedge g$ で性質 B を満たさないものが存在する． □

以下，3.2.1節で増加性または減少性を満たすフィルタリング関数について，3.2.2節で等価性を満たすフィルタリング関数について，積フィルタリング関数の性質を明らかにする．

3.2.1 増加性または減少性を満たすフィルタリング関数

［補題 19］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング積可能であり，f, g が単調性を満たすならば，$f^\wedge g$ は単調性を満たす．

≪ 証明 ≫ S, $T \subset \mathbf{T}$ に対して，$S \subset T$ ならば $f(S) \subset f(T)$, $g(S) \subset g(T)$ を満たす．ゆえに，

$$f(S) \cap g(S) \subset f(S) \cap g(T) \subset f(T) \cap g(T) \tag{29}$$

が成立するので，$f^\wedge g(S) \subset f^\wedge g(T)$ が導き出された． □

［補題 20］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング積可能であり，f が単調性，g が逐次増加性を満たすとき，$f^\wedge g$ で単調性を満たさないもの，および逐次増加性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ 図 1 より，単調性を満たすが逐次増加性を満たさない f が存在する．また，逐次増加性を満たすが単調性を満たさない g が存在する．したがって，補題 18 より，単調性または逐次増加性を満たさない $f^\wedge g$ が存在する． □

表 4 反 例

x	$f(x)$	$g(x)$	$f^\wedge g(x)$
ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
$\{a\}$	ϕ	$\{a\}$	ϕ
$\{b\}$	$\{b\}$	$\{b\}$	$\{b\}$
$\{a,b\}$	$\{b\}$	$\{a\}$	ϕ

［補題 21］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング積可能であり，f が単調性，g が逐次減少性を満たすとき，$f^\wedge g$ で単調性を満たさないもの，および逐次減少性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ 図 1 より，逐次減少性を満たすが単調性を満たさない g が存在する．したがって，補題 18 より，単調性を満たさない $f^\wedge g$ が存在する．

また，$\mathbf{T} = \{a, b\}$ とする．表 4 に示すフィルタリング関数は $\forall S$, $\forall T \subset \mathbf{T}$ に対して，f は M，g は SD を満たすが，$S = \{b\}$, $T = \{a\}$ のとき $f^\wedge g(S \cup T) \supset f^\wedge g(S \cup f^\wedge g(T))$ を満たさない． □

［補題 22］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング積可能であり，f が単調性，g が並列減少性を満たすとき，$f^\wedge g$ で単調性を満たさないもの，および並列減少性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ 図 1 より，並列減少性を満たすが単調性を満たさない g が存在する．したがって，補題 18 より，単調性を満たさない $f^\wedge g$ が存在する．

また，$\mathbf{T} = \{a, b\}$ とする．表 4 に示すフィルタリング関数は $\forall S$, $\forall T \subset \mathbf{T}$ に対して，f は M，g は PD を満たすが，$S = \{b\}$, $T = \{a\}$ のとき $f^\wedge g(S \cup T) \supset f^\wedge g(f^\wedge g(S) \cup f^\wedge g(T))$ を満たさない． □

［補題 23］ フィルタリング関数 f, g が逐次増加性を満たすならば，$f^\wedge g$ は逐次増加性を満たす．

≪ 証明 ≫ $f^\wedge g$ が一貫性を満たさない，つまり $f(S) \cap g(S) \not\supset (f(S \cup T) \cap g(S \cup T)) \cap S$ と仮定すると，ある $x \in \mathbf{T}$ に対して，

$$x \in (f(S \cup T) \cap g(S \cup T)) \cap S \tag{30}$$

$$x \notin f(S) \cap g(S) \tag{31}$$

が成立する．(30) より，

$$x \in f(S \cup T) \tag{32}$$

$$x \in g(S \cup T) \tag{33}$$

$$x \in S \tag{34}$$

が満たされる．また，(31) より，

$$x \notin f(S) \tag{35}$$

または

$$x \notin g(S) \tag{36}$$

が成り立つ．ここで，次のように場合分けする．

i) $x \notin f(S)$ のとき

f は一貫性を満たすので $f(S) \supset f(S \cup T) \cap S$ となるが，これは (32)，(34)，(35) に矛盾する．

ii) $x \notin g(S)$ のとき

g は一貫性を満たすので $g(S) \supset g(S \cup T) \cap S$ となるが，これは (33)，(34)，(36) に矛盾する．

したがって，$f^\wedge g$ は一貫性を満たす．図 1 より逐次増加性と一貫性は同値であることから，題意は示された． □

表 5　増加性または減少性を満たす関数の積フィルタリング関数

$f \setminus g$	M	SI	SD	PD
M	M, SD, PD, ¬SI	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD
SI	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	SI, ¬M, ¬SD, ¬PD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD
SD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD
PD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD	¬M, ¬SI, ¬SD, ¬PD

［補題 24］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング積可能であり，f が逐次増加性，g が逐次減少性を満たすとき，$f\hat{}g$ で逐次増加性を満たさないもの，および逐次減少性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ 図 1より，逐次増加性を満たすが逐次減少性を満たさない f が存在する．また，逐次減少性を満たすが逐次増加性を満たさない g が存在する．したがって，補題 18より，逐次増加性または逐次減少性を満たさない $f\hat{}g$ が存在する． □

［補題 25］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング積可能であり，f が逐次増加性，g が並列減少性を満たすとき，$f\hat{}g$ で逐次増加性を満たさないもの，および並列減少性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ 図 1より，逐次増加性を満たすが並列減少性を満たさない f が存在する．また，並列減少性を満たすが逐次増加性を満たさない g が存在する．したがって，補題 18より，逐次増加性または並列減少性を満たさない $f\hat{}g$ が存在する． □

［補題 26］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング積可能であり，f, g が逐次減少性を満たすとき，$f\hat{}g$ で逐次減少性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ $\mathbf{T} = \{a, b\}$ とする．表 4に示すフィルタリング関数は $\forall S$, $\forall T \subset \mathbf{T}$ に対して，f, g は SD を満たすが，$S = \{b\}$, $T = \{a\}$ のとき $f\hat{}g(S \cup T) \supset f\hat{}g(S \cup f\hat{}g(T))$ を満たさない． □

［補題 27］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング積可能であり，f が逐次減少性，g が並列減少性を満たすとき，$f\hat{}g$ で逐次減少性を満たさないもの，および並列減少性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ 省略 (補題 26と同様に証明できる)． □

［補題 28］ フィルタリング関数 f, g に対して，f と g がフィルタリング積可能であり，f, g が並列減少性を満たすとき，$f\hat{}g$ で並列減少性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ 省略 (補題 26と同様に証明できる)． □

3.2.2　等価性を満たすフィルタリング関数

［補題 29］ フィルタリング関数 f, g が分配等価性を満たすならば，$f\hat{}g$ は分配等価性を満たす．

≪ 証明 ≫ 分配等価性を満たすフィルタリング関数とセレクション関数は同値なので，f をある $X \subset \mathbf{T}$ のセレクション関数とし，g をある $Y \subset \mathbf{T}$ のセレクション関数とすると，$f(S) = S \cap X$, $g(S) = S \cap Y$ とおける [12]．これを用いて，

$$f(S) \cap g(S) = (S \cap X) \cap (S \cap Y) = S \cap (X \cap Y) \qquad (37)$$

となる．ゆえに，$f\hat{}g$ は $X \cap Y$ のセレクション関数である． □

［補題 30］ フィルタリング関数 f, g に対して，f が分配等価性，g が逐次等価性を満たすとき，$f\hat{}g$ で分配等価性を満たさないもの，および逐次等価性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ $\mathbf{T} = \{a, b\}$ とする．表 4に示すフィルタリング関数は $\forall S$, $\forall T \subset \mathbf{T}$ に対して，f は分配等価性，g は逐次等価性を満たすが，$S = \{b\}$, $T = \{a\}$ のとき $f\hat{}g(S \cup T) = f\hat{}g(S) \cup f\hat{}g(T)$, $f\hat{}g(S \cup T) = f\hat{}g(S \cup f\hat{}g(T))$ を満たさない． □

表 6　等価性を満たす関数の積フィルタリング関数

$f \setminus g$	DE	SE, PE
DE	DE, SE, PE	¬DE, ¬SE, ¬PE
SE, PE	¬DE, ¬SE, ¬PE	¬DE, ¬SE, ¬PE

［補題 31］ フィルタリング関数 f, g が逐次等価性を満たすとき，$f\hat{}g$ で逐次等価性を満たさないものが存在する．

≪ 証明 ≫ $\mathbf{T} = \{a, b\}$ とする．表 4に示すフィルタリング関数は $\forall S$, $\forall T \subset \mathbf{T}$ に対して，f, g は逐次等価性を満たすが，$S = \{b\}$, $T = \{a\}$ のとき $f\hat{}g(S \cup T) = f\hat{}g(S \cup f\hat{}g(T))$ を満たさない． □

$f\hat{}g$ がもとの関数 f, g の性質以外の性質を満たすかどうかは，簡単に証明できるため省略する．以上の補題より，表 5に増加性または減少性を満たすフィルタリング関数の全ての組合せについて，表 6に等価性を満たすフィルタリング関数の全ての組合せについて，積フィルタリング関数の性質をまとめる．

表 5，表 6より，単調性 (あるいは逐次増加性，分配等価性) を満たすフィルタリング関数どうしを組合せた場合のみ，もとの関数と同じ性質を満たすことがわかった．一方，それ以外の組合せでは，いずれも本稿で取り扱う性質を必ずしも満たさないことが明らかになった．

4. 考　　察

本章では，実際に用いられているいくつかのフィルタリング手法を取り上げ，本稿で示した性質から，各手法で実現できる処理方法について述べる．

Foltz ら [5] は，一つの手法で蓄積すべきと判断されたデータよりも，多数の手法で蓄積すべきと判断されたデータの方がユーザの適応度が高いことを示した．このように，複数の手法により得られた結果の積を計算するフィルタリングは，表 5，表 6より，逐次増加性 (あるいは単調性，分配等価性) を満たすフィルタリングどうしを組合せた場合のみ，もとのフィルタリングと同じ性質を満たすことが明らかになった．逐次増加性を満たすフィルタリングには，蓄積するデータ容量に制限を設け，制限を超えるときに重要度が同じデータを一度に全て削除するフィルタリングなどがある [11]．また，分配等価性を満たすフィルタリングとは，キーワードマッチングや，データごとに評価値を与え，その評価値が閾値よりも大きい (あるいは小さい) ものを蓄積する手法など，セレクションによるフィルタリングである [12]．セレクションによるフィルタリングどうしを組合せた場合は分配等価性を満たすため，一括処理や分配処理，逐次処理，並列処理の結果が全て等しくなる．しかし，それ以外の

組合せでは，必ずしも等価性を満たさないため，処理方法を変更すると一貫したフィルタリング結果が保証されない．

Web ページのコンテンツに基づくフィルタリングと協調フィルタリングの両者の特徴をもった手法に Fab [1] がある．Fab では，まず複数のコレクションエージェントが Web ページを収集し，その中からセレクションエージェントが各ユーザのプロファイルに基づいて必要なデータを選択する．各コレクションエージェントは，Web ページ中の単語に基づいて，それぞれ特定のトピックに関するページを収集するため，セレクションによるフィルタリングである．したがって，コレクションエージェント全体は，分配等価性を満たすフィルタリング関数の和で表現でき，表 3 より分配等価性を満たすため，一括処理，分配処理，逐次処理，並列処理の間で処理方法を変更しても等価なフィルタリング結果が得られる．一方，セレクションエージェントは，あらゆるサイトのページを均一に選択し，ユーザが既に使用したページを蓄積しないため，本稿で扱う性質をいずれも満たさない．ゆえに，セレクションエージェントの部分は等価性を満たさないため，必ずしもフィルタリング結果の等価性を保ちながら処理方法を変更できない．

ここで，コレクションエージェントの一部，あるいは全てのフィルタリング手法に逐次等価性を満たすフィルタリングを用いた場合，表 3 より逐次等価性を満たす．逐次等価性を満たすフィルタリングには，ランキングによる手法や特定のデータが揃うことで評価を下げる手法などがある [11], [12]．ランキングとは，ユーザの嗜好に応じて受信データを重要な順序に並べ，その上位から特定の数のデータを選択する手法である．また，特定のデータが揃うことで評価を下げる手法とは，天気予報や番組表など日々配信されるコンテンツに対し，更新データを受信することで古いデータの評価を下げるといったように，相関性のあるデータを一緒にフィルタリングすることでデータの価値を下げる手法である．コレクションエージェントにこのような手法を用いた場合，一括処理，逐次処理，並列処理の結果が等価となることが保証される．

上記のように，結果が等価となる処理方法が複数存在する場合，ネットワークや受信機の負荷が高いときは並列処理または分配処理，常に最新のフィルタリング結果が必要なときは逐次処理，大量の受信機を利用できないときは一括処理といったように，状況に応じて処理方法を等価変換できる．

5. おわりに

本稿では，フィルタリング関数の体系に和と積の概念を導入し，さまざまな性質を満たすフィルタリング関数について，和や積の性質を明らかにした．本稿で構築した枠組みにより，複数の手法で得られた結果の和や積を計算するフィルタリングを定性的に表現でき，各手法の性質から，環境に応じてより効率的な処理方法へと動的に変更できる．

今後の課題を以下に示す．

- $M^{\vee}PD$, $SD^{\vee}PD$, $PD^{\vee}PD$ の性質

表 2 に示す性質のうち，上記の 3 つの組合せの和フィルタリング関数の性質は明らかになっていない．これはオープンプロブレムとして今後の解決を期待したい．

- 和積の条件

本稿で論じた和フィルタリング関数や積フィルタリング関数は，必ずしも本稿で取り扱う性質を満たさない．しかし，和積の演算を行うとき特定の条件を追加することで，ある性質を満たす可能性がある．

- 合成フィルタリング関数との融合

4 章では，Fab のコレクションエージェントおよびセレクションエージェントの各エージェントにのみ注目して考察したが，Fab 全体では一つの合成フィルタリング関数で表現できる．このように，本稿で定義したフィルタリング関数の和積関数だけでなく，合成関数とも組合せた手法が存在する．ゆえに，合成関数の和積や，和積関数の合成など，フィルタリング関数の演算を複数用いて表現される手法の特性について考察する．

謝　辞

本研究は，文部科学省振興調整費「情報フィルタリングの数学的基盤の確立」,「モバイル環境向 P2P 型情報共有基盤の確立」，および文部科学省 21 世紀 COE プログラム（研究拠点形成費補助金）の研究助成によるものである．ここに記して謝意を表す．

文　献

[1] M. Balabanovic and Y. Shoham: “Fab: Content-based, collaborative recommendation,” *Communications of the ACM*, vol. 40, no. 3, pp. 66–72 (1997).

[2] N. J. Belkin and W. B. Croft: “Information filtering and information retrieval: two sides of the same coin?,” *Communications of the ACM*, vol. 35, no. 12, pp. 29–38 (1992).

[3] T. A. H. Bell and A. Moffat: “The design of a high performance information filtering system,” in *Proc. SIGIR ’96*, pp. 12–20 (1996).

[4] 衛星放送協会ホームページ: http://www.eiseihoso.org.

[5] P. W. Foltz and S. T. Dumais: “Personalized information delivery: an analysis of information filtering methods,” *Communications of the ACM*, vol. 35, no. 12, pp. 51–60 (1992).

[6] 森田昌宏: “情報フィルタリングに関する研究動向,” JAIST Research Report, IS-RR-93-9I, 北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科 (1993).

[7] 西正, 野村敦子: “多チャンネル放送の衝撃,” 中央経済社 (1997).

[8] Satellite Magazine: http://www.satemaga.co.jp.

[9] 澤井里枝, 寺田努, 塚本昌彦, 西尾章治郎: “フィルタリング SQL: フィルタリングのためのユーザ要求記述言語,” 電子情報通信学会第 11 回データ工学ワークショップ (DEWS2000) 論文集 (CD-ROM) (2000).

[10] R. Sawai, M. Tsukamoto, Y. H. Loh, T. Terada, and S. Nishio: “Functional properties of information filtering,” in *Proc. 27th International Conference on Very Large Data Bases (VLDB2001)*, pp. 511–520 (2001).

[11] 澤井里枝, 塚本昌彦, 寺田努, Loh Yin Huei, 西尾章治郎: “情報フィルタリングの関数的性質について,” 電子情報通信学会論文誌 D-I, vol. J85-D-I, no. 10, pp. 939–950 (2002).

[12] 澤井里枝, 塚本昌彦, 寺田努, 西尾章治郎: “フィルタリング関数におけるセレクションとランキングについて,” 情報処理学会論文誌:データベース, vol.43, no. SIG12(TOD16), pp. 80–91 (2002).

[13] 澤井里枝, 塚本昌彦, 寺田努, 西尾章治郎: “合成フィルタリング関数の性質について,” 情報処理学会論文誌:データベース (TOD17) (2003, 掲載予定).

[14] 澤井里枝, 塚本昌彦, 寺田努, 西尾章治郎: “情報フィルタリングの実行順序に関する関数的性質について,” 情報処理学会論文誌: データベース (TOD17) (2003, 掲載予定).