

A bstract

非線形・非ガウス型時系列データを記述する広範囲の時系列モデルが、状態空間モデルの一般化版である一般状態空間モデルで表現できる。カオス時系列、隠れマルコフモデルもこのモデルの特殊ケースに当たる。一般状態空間モデルにおける高次元の状態ベクトルの推定手法として10年ほど前に提案され、実装の容易さから様々な応用分野へ急速に普及しつつあるのが粒子フィルタである。この計算手法は、どのような非線形・非ガウスモデルも取り扱うことができるという点で原理的に万能であるばかりか、アルゴリズムの著しい簡単さから具体的な応用問題に即適用可能である。本稿では一般状態空間モデルと粒子フィルタの概説及び遺伝的アルゴリズムとの類似性の解説のみを行い、各方面での多様な応用成果については割愛する。

キーワード：状態空間モデル、カオス、非線形・非ガウス、ConDensation、遺伝的アルゴリズム

1. まえがき

線形・ガウス型の状態空間モデルはいろいろな形の時系列モデルに対して適用でき、非定常時系列のトレンドの推定、季節調整、時変スペクトルの推定などにも応用されている⁽¹⁾。しかしながら、

- (i) 時系列に急激な構造変化が見られる
- (ii) 異常値が存在する
- (iii) 分布に非対称性や非正規性がある
- (iv) ポアソン過程や2項過程などの離散過程
- (v) 非線形システム

等の場合には、通常の線形・ガウス型の状態空間モデルでは良い結果は得られない。このような場合にも、適切な非線形あるいは非ガウス型のモデルを利用すれば極めて自然にこれらの問題を取り扱うことができる。図1に示すように、非線形・非ガウス型時系列モデルを包む広い範囲のモデルが、この状態空間モデルの一般化版であ

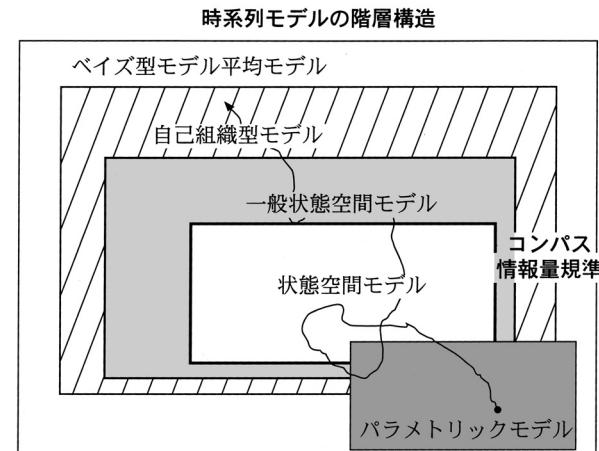


図1 時系列モデルの高度化　線形・ガウスモデルである状態空間モデルは、制御、非定常時系列解析、信号処理などの幅広い分野で使われている、基礎的時系列モデルである。有名なカルマンフィルタは状態空間モデル用の効率良い計算アルゴリズムである。広範囲の時系列モデルが、状態空間モデルの一般化版である、一般状態空間モデルと呼ばれるモデルで表現できる。カオス時系列モデルも、もちろん表現できる。また隠れマルコフモデルは状態値、観測値とともに離散値のみ許される一般状態空間モデルの特殊なケースである。シミュレーション科学と統計科学の融合技術であるデータ同化手法も、一般状態空間モデルの枠組みで議論できる。一般状態空間モデルは、メタなパラメータの時間変化も取り扱える自己組織型時系列モデルや、モデル切換、モデル統合なども可能にするモデル平均時系列モデルへと拡張発展している。なお、情報量規準(用語)を採用することで、より良いモデルの選択が一貫して可能である。つまり情報量規準はモデル群の海原のコンパスの役割を果たす。

樋口知之 正員 大学共同利用機関法人情報・システム研究機構統計数理研究所
E-mail higuchi@ism.ac.jp
Tomoyuki HIGUCHI, Member (The Institute of Statistical Mathematics, Research Organization of Information and Systems, Tokyo, 106-8569 Japan).
電子情報通信学会誌 Vol.88 No.12 pp.989-994 2005年12月

る一般状態空間モデルで統一的に表現できる^{(1)~(3)}.

粒子フィルタは高次元の一般状態空間モデルに対するフィルタと平滑化のために、北川及びGordonらによってほぼ同時に独立に提案された。北川はモンテカルロフィルタ、またGordonらはブートストラップフィルタと当初呼んでいたが、現在は粒子フィルタと呼ぶのが普通となっている。粒子フィルタの基本的アイデアは非常にシンプルで、条件付分布をその分布からの超多数の実現値で近似表現するだけである。厳密にいえば、粒子フィルタは1960年代に統計力学の分野で提案された逐次モンテカルロ法の特殊形といえるが、1990年代以降の計算機環境の変化に呼応しながら新発見されたといった方がいいであろう。この手法は原理的に万能であるばかりか、計算機への実装の容易さから様々な応用分野へ普及しつつある⁽⁴⁾。その容易さの理由として、アルゴリズムの簡単さ、個別問題においてプログラミングが面倒となる領域の定義が楽、並列計算向き等が挙げられる。なおこのアルゴリズムは、画像解析や物体の追跡の分野で有名なCondensationと呼ばれるアルゴリズムと実は全く同じで、統計科学での提案の方が早い事実は記憶にとどめておいて頂きたい。本稿では誌面のスペースの関係上、一般状態空間モデルと粒子フィルタの概説を行う。

2. 一般状態空間モデル

今時刻 t の m 次元ベクトルの観測時系列を $\mathbf{y}_t (t=1, \dots, T)$ とする。この観測値に関連した、観測値を表現するのに必要な変量を一つのベクトルに納めたものを \mathbf{x}_t と書くことにする。この \mathbf{x}_t は状態ベクトルと呼ばれ、観測することはできない量（統計では潜在変数という）である。状態空間モデルと通常呼ばれる、線形・ガウス型の状態空間モデルは、これらの確率変数間の関係を、以下のような線形モデルと正規ノイズの二つの式で表したものである。

$$\mathbf{x}_t = F_t \mathbf{x}_{t-1} + G_t \mathbf{v}_t \quad [\text{システムモデル}] \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_t = H_t \mathbf{x}_t + \mathbf{w}_t \quad [\text{観測モデル}] \quad (2)$$

ただし、 \mathbf{x}_t は k 次元の状態ベクトル、 $\mathbf{v}_t \sim N(0, \Sigma_{1t})$ と $\mathbf{w}_t \sim N(0, \Sigma_{2t})$ はそれぞれ l 次元及び m 次元の正規白色雑音で、システムノイズ、観測ノイズと呼ばれる。 Σ_{1t} 、 Σ_{2t} は分散共分散行列である。また、 F_t 、 G_t 、 H_t はそれぞれ $k \times k$ 、 $k \times l$ 、及び $m \times k$ 次元の行列である。

非線形性と非ガウス性の両方を組み込んだ次のような

用語解説

情報量規準 統計的モデルの評価基準。最も有名な赤池情報量規準(AIC)、またはベイズ型情報量基準(BIC)が標準的に利用されている。

時系列モデルを考えることができる。

$$\mathbf{x}_t = F_t(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_t) \quad [\text{システムモデル}] \quad (3)$$

$$\mathbf{y}_t = H_t(\mathbf{x}_t, \mathbf{w}_t) \quad [\text{観測モデル}] \quad (4)$$

システムノイズ \mathbf{v}_t と観測ノイズ \mathbf{w}_t はそれぞれ、非ガウスの密度関数 $q(\mathbf{v})$ 及び $r(\mathbf{w})$ に従う白色雑音である。 F_t 及び H_t は行列ではなく各々 \mathbf{x}_t に関する非線形関数である。カオス時系列モデルの多くは、システムモデルにおいて $\mathbf{v}_t = 0$ と置き、観測モデルは線形・ガウスモデルに簡略化した場合である。また、システム・観測モデルとも線形であるがノイズ分布が非ガウス分布のケースは、正規性から大きく外れるようなシステムへのじょう乱、あるいは異常値への適切な処理などを含む癖のある観測ノイズを取り扱うときを利用する。このように、このモデルは上述した線形・ガウス、非線形あるいは非ガウス型時系列モデルをすべて包含している。

非線形・非ガウス型状態空間モデルを更に一般化したものとして、条件付分布を用いて表現された以下のような一般状態空間モデルを考えることができる。

$$\mathbf{x}_t \sim Q_t(\cdot | \mathbf{x}_{t-1}) \quad [\text{システムモデル}] \quad (5)$$

$$\mathbf{y}_t \sim R_t(\cdot | \mathbf{x}_t) \quad [\text{観測モデル}] \quad (6)$$

ただし、 Q_t と R_t はそれぞれ状態 \mathbf{x}_{t-1} と \mathbf{x}_t が与えられたときの条件付分布を表す。このモデルにより、観測値 \mathbf{y}_t が2項分布やポアソン分布に従うcount dataのモデル化なども可能になる。音声情報処理で利用されている隠れマルコフモデルは \mathbf{x}_t も離散値のみ許される一般状態空間モデルの特殊なケースである。一般状態空間モデルで記述される確率変数間の関係をグラフ表現すると、図2のように鎖状のグラフィカルモデルとなる⁽⁵⁾。状態の時間推移を記述するシステムモデルは図の右矢印に、状態と観測値の関係を表現する観測モデルは上矢印に対応する。

鎖状構造グラフィカルモデル

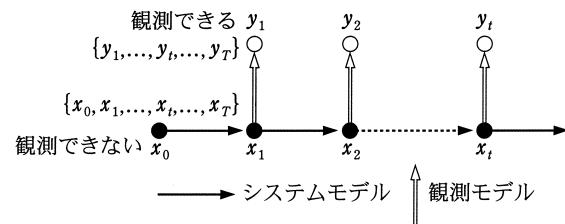


図2 一般状態空間モデルのグラフィカルモデル表現 右向き矢印の状態の時間推移を記述する部分がシステムモデルを、また上向き矢印の状態と観測値の関係を表現する部分が観測モデルを表す。隠れマルコフモデルは一般状態空間モデルの特殊ケースである。また動的計画法が適用できる最適化問題もこのモデルの状態推定問題として表現できる。

3. 状態推定

状態空間モデルに関する重要な問題は、観測値 \mathbf{y}_t に基づいて状態 \mathbf{x}_t の推定を行うことである。この状態を推定できれば将来の予測に必要な情報が得られるばかりでなく、時系列の補間、分解、パラメータ推定などの時系列解析に関する重要な問題の多くが統一的に解決できる。時刻 j までの観測値 $\mathbf{y}_{1:j} = \{\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_j\}$ に基づいて状態 \mathbf{x}_t の推定を行う場合を考えることにする。 j と t の大小関係により状態推定の問題は以下のように三つの場合に分類される。

- $j < t$ の場合：予測分布
- $j = t$ の場合：フィルタ分布
- $j > t$ の場合：平滑化分布

図3に説明したように日次株価データを利用した日本経済状態の推測問題を例にとると、昨日までの株価データに基づいて今日の経済の状態を確率分布で表現するのが予測分布、また今日の実際の終値を見て今日の状態を修正したものがフィルタ分布である。また、数年後までデータを得たもとで今日の経済の状態を振り返ったものが平滑化分布である。

観測値 $\mathbf{y}_{1:j}$ が与えられたとき、状態 \mathbf{x}_t を推定するためには、 \mathbf{x}_t の条件付分布 $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:j})$ を求めればよい。一般状態空間モデルの場合、逐次的な計算アルゴリズムによって条件付の周辺分布 $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:j})$ はデータ数 T に比例する計算量で効率的に計算できる。

[一期先予測 (prediction)]

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}) = \int p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}) p(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{y}_{1:t-1}) d\mathbf{x}_{t-1} \quad (7)$$

[フィルタ (filtering)]

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t}) = \frac{p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t-1})}{p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1})} \quad (8)$$

ただし、 $p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}) = \int p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}) d\mathbf{x}_t$ である。

[固定区間平滑化 (smoothing)]

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:T}) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t}) \cdot \int \frac{p(\mathbf{x}_{t+1} | \mathbf{y}_{1:T}) p(\mathbf{x}_{t+1} | \mathbf{x}_t)}{p(\mathbf{x}_{t+1} | \mathbf{y}_{1:t})} d\mathbf{x}_{t+1} \quad (9)$$

図4はこの漸化式を模式的に示したものである。右の矢印が予測の、また下矢印がフィルタリングの各操作に対応する。この操作を繰り返していくけば、一番右下の $p(\mathbf{x}_T | \mathbf{y}_{1:T})$ が求まる。この分布はフィルタ分布でもありまた平滑化分布でもある。ここまで計算すれば、左矢印の平滑化の操作により後ろ向きに逐次的に平滑化分布を求めることができる。これらの操作は、ベイジアンネットワークでの確率伝搬法 (Belief Propagation) と同じで、一般状態空間モデルでは、確率伝搬法で周辺分布の厳密解が得られることを意味する。また、特に線形・ガウス型の状態空間モデルの場合には状態の分布 $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:j})$ はすべて正規分布となるので、状態推定のためには平均ベクトルと分散共分散行列だけを求めればよい。状態 \mathbf{x}_t

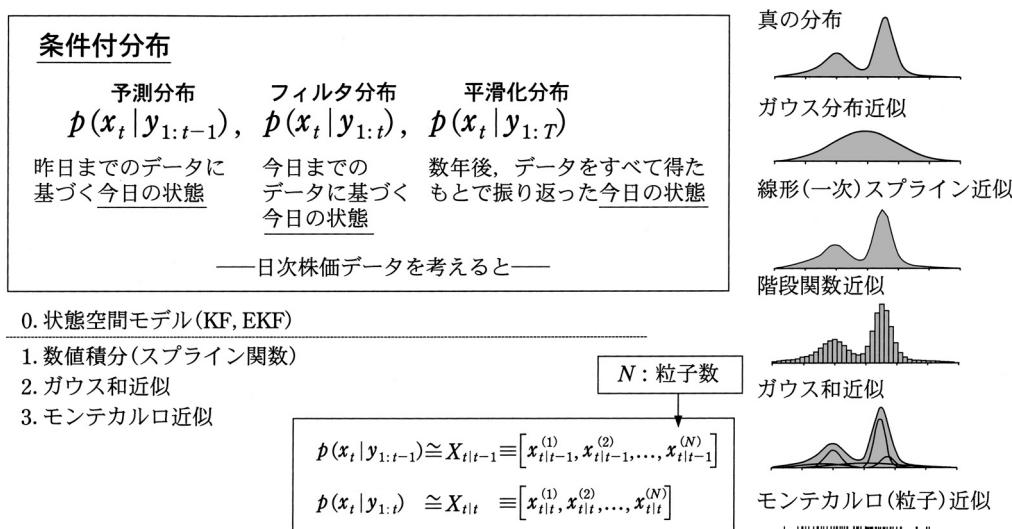


図3 条件付分布とその近似表現法 一般状態空間モデルに関する重要な問題は、予測、フィルタ及び平滑化の三つの条件付分布（周辺分布）の計算に帰着できる。一般に条件付分布は非ガウス分布となるので、その分布表現に何らかの形での近似が必要である。粒子フィルタは究極の近似、つまり多数の実現値（粒子）によるモンテカルロ近似に基づく。番号（0-3）が増えるほど、高次元分布の表現が省力的かつ柔軟になる。

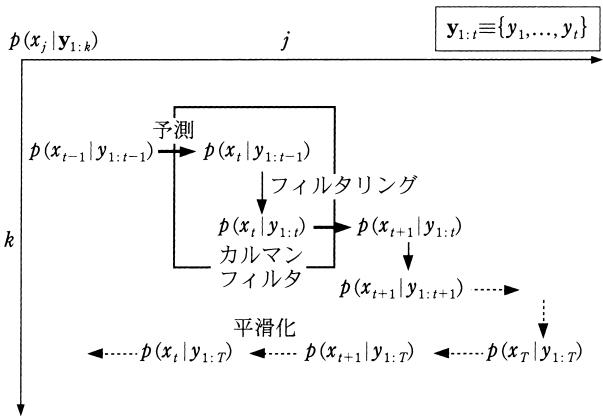


図4 状態推定のための漸化式の模式図 右の矢印が予測の、また下矢印がフィルタリングの各操作に対応する。この操作を繰り返していけば、一番右下の $p(\mathbf{x}_T | \mathbf{y}_{1:T})$ が求まり、ここまで計算すれば左矢印の平滑化の操作により後ろ向きに逐次的に平滑化分布を求めることができる。

の条件付平均と分散共分散行列をそれぞれ $\mathbf{x}_{t|j}$, $V_{t|j}$ と表すと、 $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:j}) \sim N(\mathbf{x}_{t|j}, V_{t|j})$ となる。これらを逐次的に求めるアルゴリズムがカルマンフィルタ及び平滑化アルゴリズムである⁽⁶⁾。カルマンフィルタは、図では四角で囲ってある予測とフィルタリングをまとめた部分の操作をいう。

4. 粒子 フィルタ

4.1 モンテカルロ近似

図3の右最上段パネルに示すように、一般に条件付分布 $p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:j})$ は非ガウス分布となるので、その分布表現に何らかの形での近似が必要である。代表的な方法は大別して、解析的表現の補助的利用のあるものと、数値的表現のみの二つに分けられる。前者としては、非線形フィルタ（拡張カルマンフィルタや二次フィルタを含む。上から2番目のパネルで模式化）、ガウス和フィルタ（下から2番目のパネル）、非ガウス型カルマンフィルタ、Importance Sampling を利用する方法などが挙げられる。これらは特定のクラスの問題には有効であるが、適用可能なモデルに制限がある。

後者は計算機を積極的に利用した計算集約的な手法で、具体的には非ガウス型フィルタ、逐次モンテカルロ法などが挙げられる。非ガウス型フィルタとは、階段関数近似（上から4番目のパネル）、折れ線近似（上から3番目のパネル）、などのスプライン関数を用いて数値的に条件付分布を近似表現するもので、少なくとも低次元の問題に関しては、極めて有力な方法である。粒子フィルタは逐次型モンテカルロ法の特殊ケースで、最も一般性がある上に計算機への実装が著しく楽なため近年急速に普及した。粒子フィルタの特長はあらゆるタイプの高次元の非線形・非ガウス型状態空間に適用できることで

ある。

4.2 アルゴリズム

粒子フィルタのアイデアのポイントは、それぞれの条件付分布を、そこから得られた独立な実現値とみなせる多数（例えば、 $N=$ 数百～100万個）の粒子を用いて近似する点である。導出は比較的簡単で、予測分布やフィルタ分布の粒子による近似式

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}) \cong \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t|i-1}^{(i)})$$

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t}) \cong \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t|i}^{(i)}) \quad (10)$$

を式(7), (8)に入力するだけでよい。ただし $\delta(\cdot)$ はデルタ関数である。

これらの粒子の集団、 $X_{t|t-1} = \{\mathbf{x}_{t|i-1}^{(i)}\}_{i=1}^N$, $X_{t|t} = \{\mathbf{x}_{t|i}^{(i)}\}_{i=1}^N$ は、以下のアルゴリズムに従って、逐次的に求めることができる：

- (1) $i=1, \dots, N$ について k 次元の乱数 $\mathbf{x}_{0|i}^{(i)} \sim p_0(\mathbf{x})$ を生成する。ただし $p_0(\mathbf{x})$ は、 \mathbf{x} の時刻 $t=0$ における分布、つまり初期分布を表す。
- (2) $t=1, \dots, T$ について (a), (b), (c) のステップを実行する。
 - (a) 各 $i(i=1, \dots, N)$ について (i), (ii), (iii) を実行する。
 - i. l 次元の乱数 $\mathbf{v}_t^{(i)} \sim q(\mathbf{v})$ を生成する。 $q(\mathbf{v})$ は式(3)で既出。
 - ii. $\mathbf{x}_{t|i-1}^{(i)} = F_t(\mathbf{x}_{t-1|i-1}^{(i)}, \mathbf{v}_t^{(i)})$ を計算する。
 - iii. $\mathbf{w}_t^{(i)} = R_t(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_{t|i-1}^{(i)})$ を計算する。 $R_t(\cdot)$ は式(6)で既出。
 - (b) $W_t = \sum_{i=1}^N w_t^{(i)}$ を求める。
 - (c) $X_{t|t-1} = \{\mathbf{x}_{t|i-1}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}_{t|i-1}^{(N)}\}$ からそれぞれ $\mathbf{x}_{t|i-1}^{(i)}$ を $\tilde{\mathbf{w}}_t^{(i)} = \mathbf{w}_t^{(i)} / W_t$ の確率（比例する割合）で復元抽出し、 $X_{t|t} = \{\mathbf{x}_{t|i}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}_{t|i}^{(N)}\}$ を生成する。

ここで復元抽出とは、一度取り出した粒子も繰り返してサンプルしてもよい、つまり重複を許したサンプル抽出を意味する。図5にアルゴリズムの概略を示した。

更にフィルタのアルゴリズムは、過去の履歴を記憶し、リサンプリングにおいて $\mathbf{x}_{t-1|i-1}^{(i)}$ の代りにベクトルを並べた量 $\mathbf{z}_{t|i-1}^{(i)} = [\mathbf{x}_{t-1|i-1}^{(i)}, \dots, \mathbf{x}_{t-1|i-1}^{(i)}, \mathbf{x}_{t|i-1}^{(i)}]$ を復元抽出することによって簡単に固定 ($L-$) ラグ平滑化に拡張できる。

粒子フィルタでは、各点のゆう度を

$$p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}) = \int R_t(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}) d\mathbf{x}_t$$

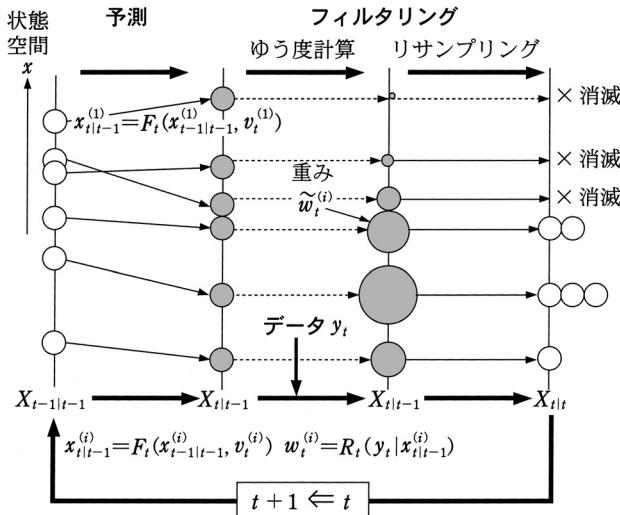


図5 粒子フィルタアルゴリズムの概略図 時刻 $t-1$ の各フィルタ粒子 $\mathbf{x}_{t-1|t-1}^{(i)}$ に対して、ノイズ分布 $q(\mathbf{v})$ から発生したシステムノイズボール $\mathbf{v}_t^{(i)}$ をぶつけ、非線形発展方程式 F_t でもって状態を更新する。得られた予測粒子 $\mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)}$ の時刻 t のデータへの適合度、つまり各粒子のゆう度（質量と思えば以降分かりやすい）を $R_t(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)})$ でもって評価する。各粒子のゆう度を集団のゆう度 ($= W_t$) で規格化した確率 $w_t^{(i)}$ で予測粒子をリサンプリングする。得られた粒子が時刻 t のフィルタ粒子となる。粒子フィルタではフィルタリングの操作終了後、各粒子の出現確率を等しくしている（質量と同じにする）ので、リサンプリングが必要となる。適合度が悪いと図にあるように死滅する可能性が高い。一方適合度が高いと分裂して仲間を増やす。この操作を繰り返すのが粒子フィルタである。

$$\equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_t^{(i)} = W_t / N \quad (11)$$

という近似によって求めている。よってノイズの分布形を記述するようなパラメータ θ を持つ時系列モデルの対数ゆう度は

$$\begin{aligned} l(\theta) &= \log p(\mathbf{y}_{1:T}) = \sum_{t=1}^T \log p(\mathbf{y}_t | \mathbf{y}_{1:t-1}) \\ &\cong \sum_{t=1}^T \log W_t - T \log N \end{aligned} \quad (12)$$

で与えられる。

5. 遺伝的アルゴリズムとの類似性

最適化に確率的規則を取り込む最近の流れの中で、遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, 以降 GA と略す) は、自然淘汰と発生のメカニズムを模倣する最適化の一手法として最も有名なものである。粒子フィルタは、上述の $R_t(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t)$ を GA での目的関数に読み換えるだけで、アルゴリズムの構成が GA とほぼ同じである⁽⁷⁾。特にフィルタの手続きは、GA での淘汰の手続きと全く同じである。また、予測の手続きは、システムモデルにおいて確率的な揺らぎを導入するという意味においては、GA の突然変異と交差の確率的操作に対応する。 F_t による粒子フィルタでの非線形状態更新操作（図では成長操作と呼んでいる）は GA にはない。

遺伝的アルゴリズム(GA)との関係

| |
|--|
| 成長操作 : $\mathbf{x}_{t t-1}^{(i)} = F_t(\mathbf{x}_{t-1 t-1}^{(i)}, v_t^{(i)}) = 0$ |
| 交差, 突然変異 : $X_{t-1 t-1} = \{\mathbf{x}_{t-1 t-1}^{(i)}\}_{i=1}^N \Rightarrow X_{t t-1} = \{\mathbf{x}_{t t-1}^{(i)}\}_{i=1}^N$ |
| 淘汰 : $X_{t t-1} = \{\mathbf{x}_{t t-1}^{(i)}\}_{i=1}^N \Rightarrow X_{t t} = \{\mathbf{x}_{t t}^{(i)}\}_{i=1}^N$ |

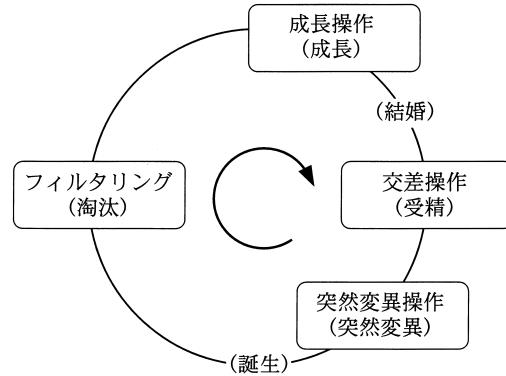


図6 粒子フィルタと遺伝的アルゴリズムの類似性 一般状態空間モデルの $R_t(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t)$ を GA での目的関数に読み換えるだけで、アルゴリズムの構成は GA と粒子フィルタはほぼ同じである。特にフィルタの手続きは、GA での淘汰の手続きと全く同じである。また、予測の手続きは、システムモデルにおいて確率的な揺らぎを導入するという意味においては、GA の突然変異と交差の確率的操作に対応する。 F_t による粒子フィルタでの非線形状態更新操作（図では成長操作と呼んでいる）は GA にはない。

手続きは、構成メンバに確率的な揺らぎを導入するという意味においては、GA の突然変異と交差の確率的操作に対応する。このアナロジーを利用して、一般状態空間モデルでのシステムモデルを、GA の突然変異と交差で置き換えたフィルタが GA フィルタである⁽⁸⁾。図6に、GA の粒子フィルタ及び自然界との対応関係を図化した。

システムモデルではノイズ分布を規定するパラメータの値が一般には固定であるため、各時刻において揺らぎが外界からシステムとは独立に与えられる。一方交差は、個体間（粒子フィルタでは、粒子間）の相互作用であるから、外界の影響（粒子フィルタではデータ）を通じて結果として自己組織的に状態が変化していくことが期待できる。つまり、交差や突然変異の仕方は固定であったとしても、各時刻（GA では各世代）間での揺らぎの生じ方が内部的に決まる。一般状態空間モデルの観点からの GA における諸操作の解釈が、文献(7)に詳しくある。GA は最良の状態 \mathbf{x}_{opt} の獲得が目的である一方、粒子フィルタの目的はあくまでも確率分布 $p(\mathbf{x})$ の計算であることは十分留意すべき点である。

6. 融合と発展

最後に、粒子フィルタのより先端的利用法について二

つほど言及したい。一つは、気象・海洋の分野を中心に、この10年弱の間活発に研究が行われているデータ同化への応用である。データ同化とは、シミュレーションなどの数値モデルによる対象状態の時間発展更新と、部分的な観測量に基づく状態補正の二つを適切に組み合わせる作業である。実はデータ同化手法が一般状態空間モデルの枠組みで議論できることは余り広く認知されていない。粒子フィルタにおいては、予測の手続きはもはや数式でもって与えられる必要はなく、シミュレーションスキームによる状態時間発展手続きで置き換える全く問題がないことはこれまでの議論で明らかであろう。つまり粒子フィルタは、あらゆるタイプのデータ同化を可能にするツールである。詳しくは筆者が責任者である研究プロジェクトを参考にして頂きたい⁽⁹⁾。

もう一つは、周辺化技法（統計ではRao-Blackwellizationとも呼ばれる）である。この理解に次のような二つの確率変数 \mathbf{a}_t , \mathbf{b}_t の同時分布, $p(\mathbf{a}_t, \mathbf{b}_t)$ を考えてみる。これは $p(\mathbf{a}_t | \mathbf{b}_t)$ $p(\mathbf{b}_t)$ のように分解できるが、 $p(\mathbf{a}_t | \mathbf{b}_t)$ が簡単に解析的に得られるなら、 $p(\mathbf{b}_t)$ の計算に粒子フィルタを適用すれば、同時分布に関する統計的推測は著しく計算が楽になるばかりか、計算精度が高まる。このような状況は、例えば状態変数の一部を \mathbf{b}_t として取り扱うことで、 \mathbf{a}_t についてはモデルが線形になる場合が良い例である。この技法により、カオス時系列モデルに対しても状態推定が高精度かつ高速にできる。別の例は、複数の状態空間モデルの切換、あるいはモデル統合（平均）型時系列モデルである。時刻 t にどのモデルをとるか、その確率を $p(\mathbf{b}_t)$ とし、その時間更新を粒子フィルタで計算すれば、残りの計算はカルマンフィルタと平

滑化アルゴリズムで済む^{(4), (10)}。この計算技法により、今まで不可能であった柔軟性の高いデータ適応的な情報処理が可能になる。

文 献

- (1) 北川源四郎, 時系列解析入門, 岩波書店, 2005.
- (2) 北川源四郎, 樋口知之, “予測とモデル,” 数理科学, no.423, pp.11-18, Sept. 1998.
- (3) 北川源四郎, 樋口知之, “発見科学とデータマイニング,” 知識発見と自己組織型の統計モデル, pp.159-168, bit別冊, 共立出版, 2000.
- (4) Sequential Monte Carlo Methods in Practice, A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, ed., Springer-Verlag, New York, 2001.
- (5) J.S. Liu, Monte Carlo Strategies in Scientific Computing, Springer-Verlag, New York, 2001.
- (6) 片山徹, 新版 応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 2000.
- (7) 樋口知之, “遺伝的アルゴリズムとモンテカルロフィルタ,” 統計数理, vol.44, no.1, pp.19-30, 1996.
- (8) T. Higuchi, “Monte Carlo filter using the genetic algorithm operators,” J. Stat. Comput. Simul., vol.59, no.1, pp.1-23, 1997.
- (9) <http://www.simulation.jst.go.jp/scholar/crest16/05higuchi.html>
- (10) J. Fukuda, T. Higuchi, S. Miyazaki, and T. Kato, “A new approach to time-dependent inversion of geodetic data using Monte Carlo mixture Kalman filter,” Geophys. J. Int., vol.159, issue 1, pp.17-39, 2004.



樋口 知之 (正員)

1989 東大大学院理学系研究科地球物理学専攻博士課程了, 理博。現在, 情報・システム研究機構統計数理研究所教授(副所長)。専門は時系列モデルを中心としたペイジアンモデリング。日本統計学会, 日本バイオインフォマティクス学会, 日本マーケティング・サイエンス学会, 地球電磁気・地球惑星圏学会, International Statistical Institute, American Statistical Association, American Geophysical Union, 各会員。