特徴量平面を用いたデジタルスパイクマップの解析

Analysis of Digital Spike Maps using the Feature Quantities Plane

山岡 弘樹 [1]　　斎藤 利通 [1]
Hiroki Yamaoka　　Toshimichi Saito

法政大学 理工学部 電気電子工学科 [1]
Electrical and Electronics Department, Faculty of Science and Engineering, Hosei University

1　はじめに

デジタルスパイクマップ (DSM) の動作を特徴量平面を導入して解析する。

2　本論

デジタルスパイクマップ (DSM[1][2]) は、格子点の集合上で定義され、スパイク位相 θ_n の系列を出力する:

$$\begin{aligned} &\theta_{n+1} = f(\theta_n),\ \ f: L_1 \to L_1 \\ &L_1 \equiv \{l_1, l_2, \cdots, l_N\},\ l_i \equiv i/N,\ i = 1 \cdots N \end{aligned} \qquad (1)$$

ここで、θ_n の系列はスパイク位置 τ_n によって特徴づけられるスパイク系列に対応するものとする: $\{\tau_1, \tau_2, \cdots\}$, $\tau_n = \theta_n + n$. このような系を解析することは順序論理回路などの考察の基礎として重要である。

まず基本的な定義を与える。ある点 p が $f^k(p) = p$, $f^l(p) \neq p$ $(0 < l < k)$ を満たすとき、p を k 周期点 (PEP) と呼ぶ。ただし, f^k は f の k 回合成写像である。1 つの周期点は 1 つの周期スパイク系列 (PST) に対応する。ある点 q は PEP でないが、$f(q)$ がある PEO に落ち込むとき、q を E 周期点 (EPP) とよぶ。

DSM の動作を解析をするために 2 つの基本的特徴量を導入する。1 つは $\alpha = \frac{\#PEP}{N}$ で定義される PST の率であり、定常状態の豊富さを特徴づける。もう 1 つは $\beta = \sum_{i=1}^{N_p} (\frac{M_i}{N})^2$ で定義される集中度であり、過渡現象の範囲を特徴づける。ただし、N_P を PEP の総数とし、M_i を i 番目の PEP に落ち込む初期値数とする。これらの特徴量を用いて特徴量平面を導入する。PEP に対し、全ての EPP が 1 つの PEP に落ち込むときのカーブを集中カーブ、EPP が同じ数ずつ各 PEP に落ち込むときのカーブを一様カーブとする。特徴量平面は定常状態、過渡現象の関係性を視覚化したものである。この特徴量平面を用いて DSM を解析する。

本稿では分岐ニューロンに基づく例題を考える。

$$\theta_{n+1} = f_D(\theta_n) = \frac{1}{N}\mathrm{INT}(N f_A(\theta) + 0.5) \qquad (2)$$

$$f_A(\theta_n) = \begin{cases} k\theta_n & \text{for } 0 \le \theta_n < d \\ (-\gamma + 1)(\theta_n - d) + kd & \text{for } d \le \theta_n < D \\ k(\theta_n - (1-d)) + 1 - kd & \text{for } D \le \theta_n < 1 \end{cases}$$

簡単のため、$N = 64$、$1 \le k \le 3$、$\gamma = 2(k-1)$、$d = 1/3$、$D = 1 - d$ とする。ここで DSM の 3 つの基本的分類を与える。

(1) α が非常に小さく、β が非常に大きいとき。定常状態が非常少なく、過渡現象の範囲が非常に狭い傾向がある (図 1 (1))。

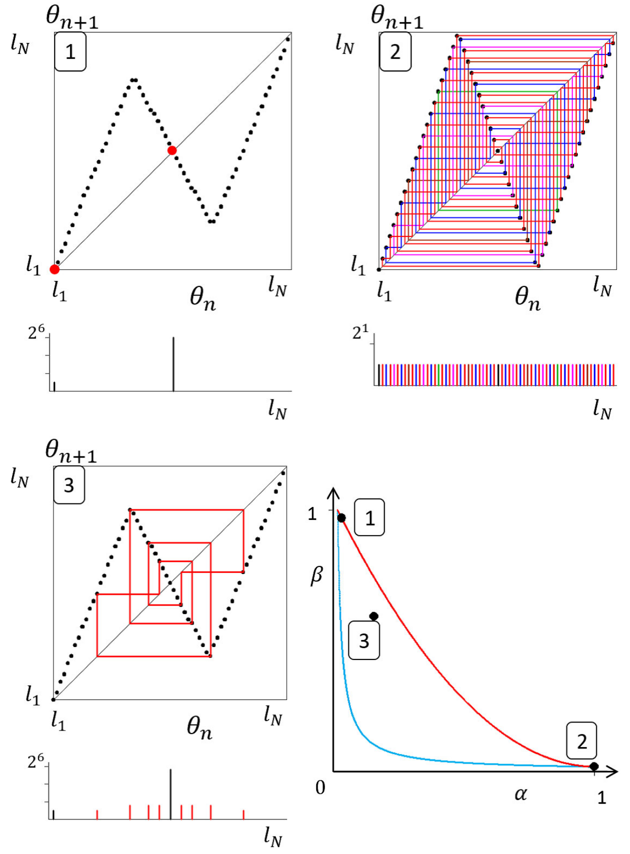

図 1　DSM の例と特徴量平面. (1) $k = 2.45$, $\alpha = 0.03$, $\beta = 0.97$. (2) $k = 3.0$, $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.02$. (3) $k = 2.455$, $\alpha = 0.16$, $\beta = 0.59$. C_1:集中カーブ, C_2:一様カーブ.

(2) α が非常に大きく、β が非常に小さいとき。定常状態が非常に多く、過渡現象の範囲が非常に広い傾向がある (図 1 (2))。

(3) α が小さく、β が大きいとき。定常状態が少なく、過渡現象の範囲が狭い傾向がある (図 1 (3))。

またこれらの DSM を特徴量平面で表すと図 1 右下のようになる。

3　むすび

DSM の動作解析のために、特徴量平面を導入し、現象の分類を行った。今後の課題としてより一般的な現象分類等がある。

参考文献

[1] N. Horimoto & T. Saito, NOLTA, IEICE, E95-N (2012) 596
[2] H. Yamaoka, N. Horimoto, & T. Saito, Proc. ICANN (2014) 73