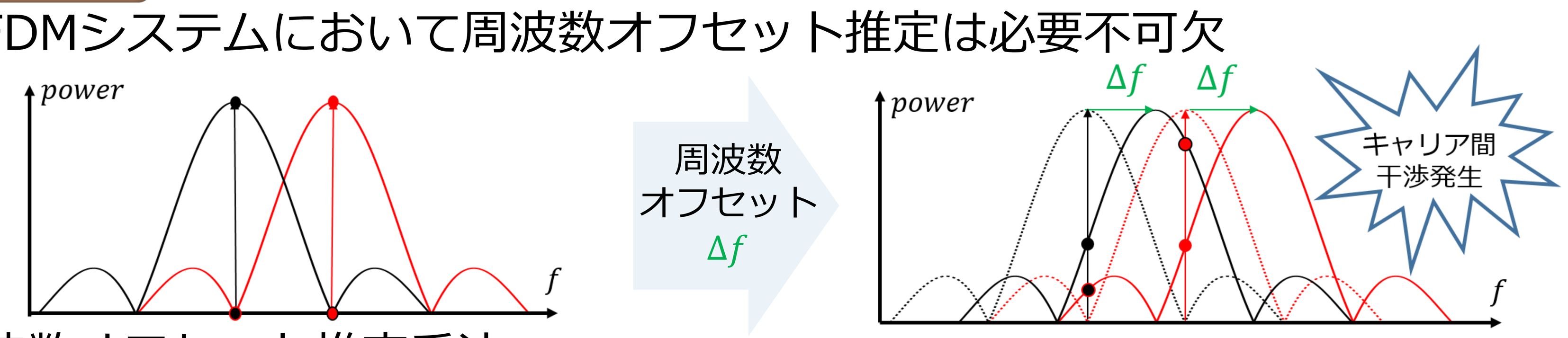
OFDMシステムのための反復Mooseアルゴリズムを用いた周波数オフセット推定に関する一検討

宇都宮大学 UTSUNOMIYA UNIVERSITY
伊藤 匡哉　藤井 雅弘　岩松 隆則　羽多野 裕之　伊藤 篤　渡辺 裕

研究背景

OFDMシステムにおいて周波数オフセット推定は必要不可欠



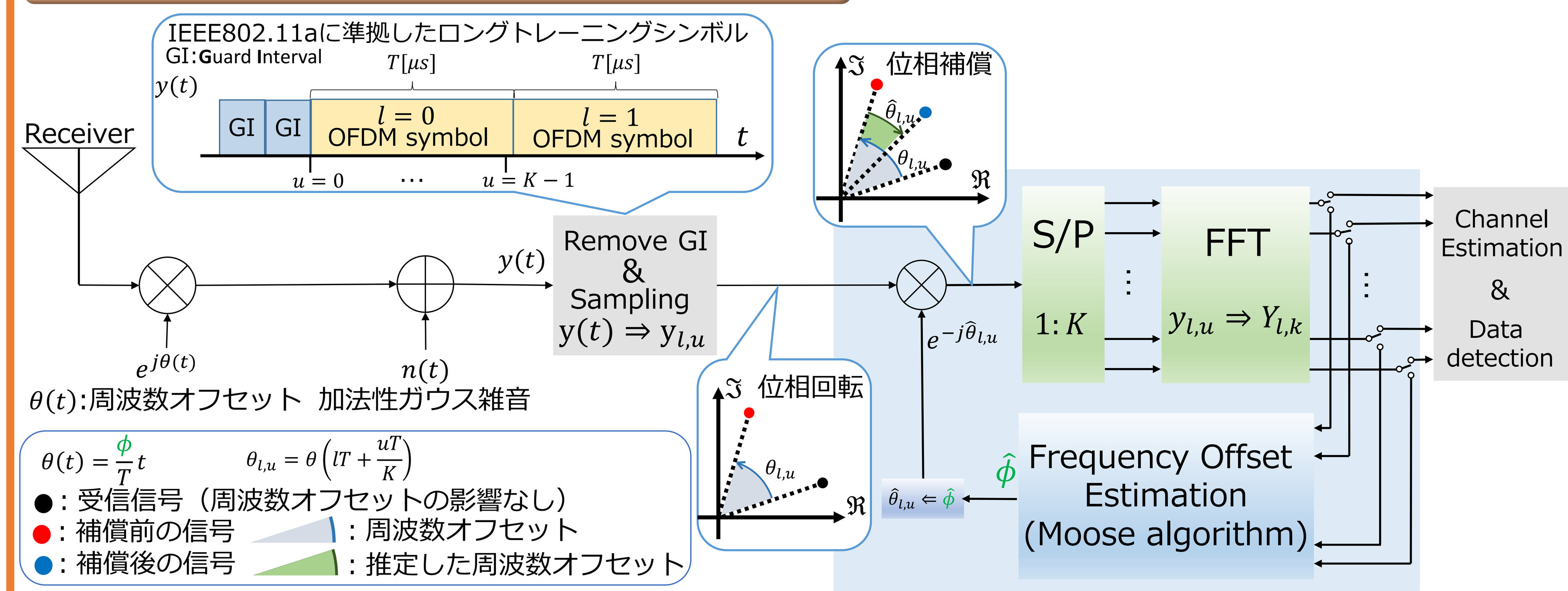
周波数オフセット推定手法

Mooseアルゴリズム：周波数オフセットの最尤推定

理論解析が行われてない

Mooseアルゴリズムによる周波数オフセット推定の理論解析

受信機のブロック図・信号モデル



$$Y_{l,k} = e^{jl\phi}G_k + N_{l,k}$$

$$G_k = \sum_{k_1\in\mathbb{K}} I_{k_1-k}H_{k_1}X_{k_1} \qquad I_k = \sum_{u=0}^{K-1} e^{j\frac{(\phi+2\pi k)u}{K}}$$

ϕ:周波数オフセット（$\phi = 2\pi\Delta f$）
$\mathbb{K}$：サブキャリア番号の集合
K:サンプル数/OFDMシンボル
$Y_{l,k}$:第lOFDMシンボルの第kサブキャリアの受信信号
H_k:第kサブキャリア番号における伝送路の周波数応答
X_k:ロングトレーニングシンボルの第kサブキャリアの送信シンボル
$N_{l,k}$:加法性白色ガウス雑音（$\mathrm{E}\{N_{l,k}\} = 0,\ \mathrm{E}\{N_{l_1,k_1}N^*_{l_2,k_2}\} = \sigma_N^2\delta_{l_1,l_2}\delta_{k_1,k_2}$）

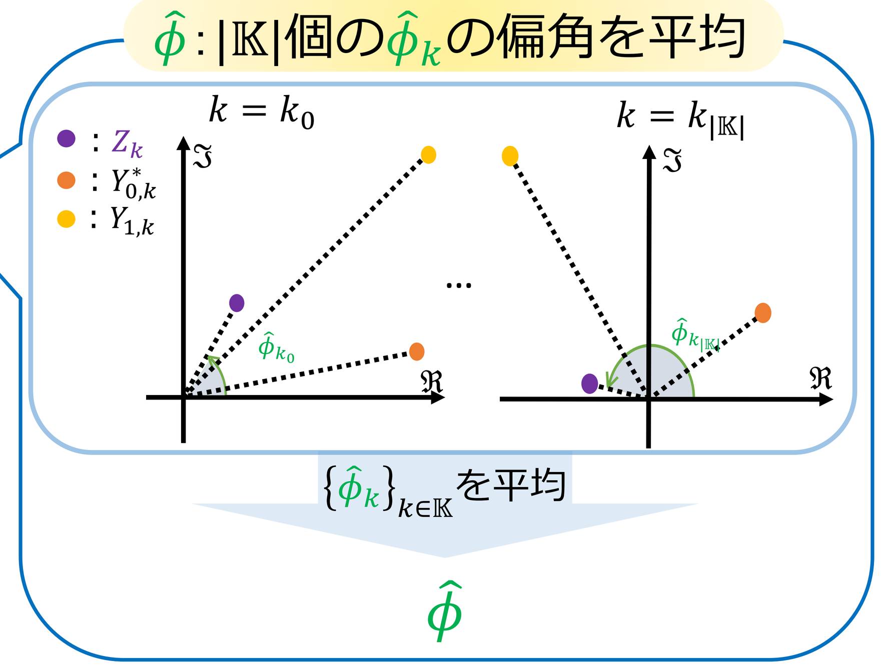
Mooseアルゴリズム

ロングトレーニングシンボル区間における送信信号の特徴を利用して
送信シンボルと伝送路の周波数応答の情報なしに
周波数オフセットϕの最尤推定を行うアルゴリズム

$$\hat{\phi} = \arg\max_{-\pi\le\phi<\pi} p(\mathcal{Y}_0, \mathcal{Y}_1|\phi) = \frac{1}{|\mathbb{K}|}\sum_{k\in\mathbb{K}}\angle Z_k = \frac{1}{|\mathbb{K}|}\sum_{k\in\mathbb{K}}\hat{\phi}_k$$

$\hat{\phi}$：周波数オフセット
$\mathcal{Y}_l = \{Y_{l,k}\}_{k\in\mathbb{K}}$：受信信号
Z_k : $Y_{1,k}Y^*_{0,k}$

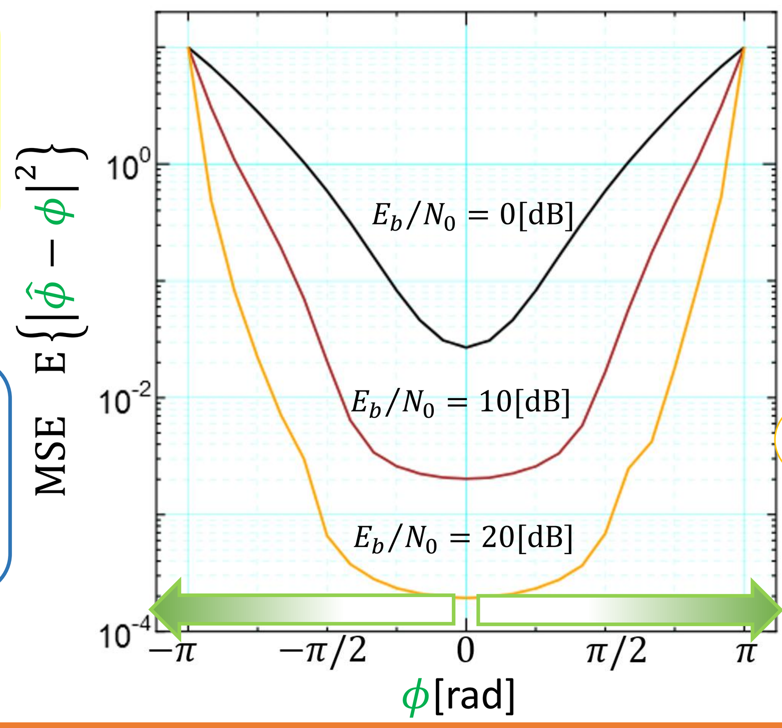
$\hat{\phi}$：$|\mathbb{K}|$個の$\hat{\phi}_k$の偏角を平均



Mooseアルゴリズムによる周波数オフセット推定誤差の評価

Mean Squared Error (MSE)
$\mathrm{E}\left\{\left|\hat{\phi}-\phi\right|^2\right\}$

周波数オフセット
小　大



|ϕ|が増大
MSEが増大

なぜ|ϕ|が増大するとMSEが増大するのか?

Mooseアルゴリズムによる周波数オフセット推定のMSE解析

Mooseアルゴリズムを理論解析

MSE

$$\varepsilon(\phi) = \mathrm{E}\left\{\left|\hat{\phi}-\phi\right|^2\right\} = \int_{-\pi}^{\pi}\left|\hat{\phi}-\phi\right|^2 p(\hat{\phi})d\hat{\phi} = \int_{-\pi+\phi}^{\pi+\phi}\hat{\phi}^2 p(\hat{\phi}+\phi)d\hat{\phi}$$

被積分関数
$\hat{\phi}^2p(\hat{\phi}+\phi)$に依存

$\hat{\phi}$の確率密度関数の性質を検討

$\hat{\phi}$の確率密度関数の性質

$\hat{\phi}$は$\{\hat{\phi}_k\}_{k\in\mathbb{K}}$の集合平均

$\hat{\phi}$も$\{\hat{\phi}_k\}_{k\in\mathbb{K}}$と同じ統計的性質を持つ
$p(\hat{\phi}) = p(\hat{\phi}_k)$

$\hat{\phi}_k = \angle Z_k$　Z_kを検討

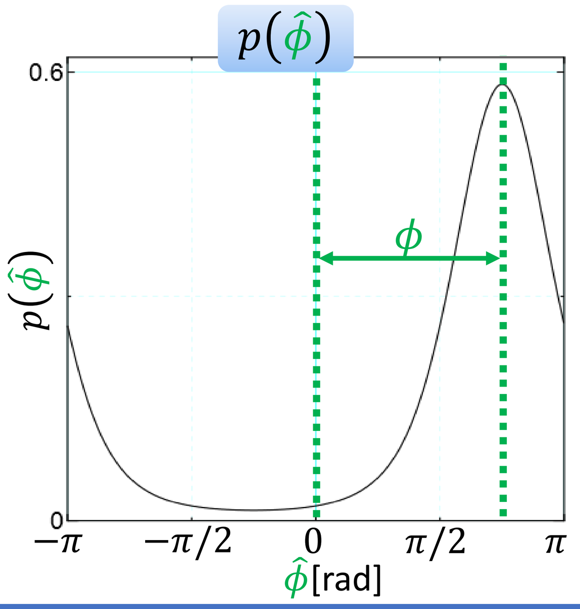
$Z_k \approx |G_k|^2 e^{j\phi} + \tilde{N}_k$
Z_kを**複素ガウス確率変数**の標本と近似（E_b/N_0が大きい場合）

複素ガウス確率変数の位相の確率密度関数

$$p(\hat{\phi}_k) = \frac{1}{2\pi}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_N^2}\right) + \frac{\cos(\hat{\phi}_k-\phi)}{2\sqrt{2\pi}\sigma_N}\left(1+\mathrm{erf}\left(\frac{\cos(\hat{\phi}_k-\phi)}{\sqrt{2}\sigma_N}\right)\right)\exp\left(-\frac{\sin^2(\hat{\phi}_k-\phi)}{2\sigma_N}\right)$$

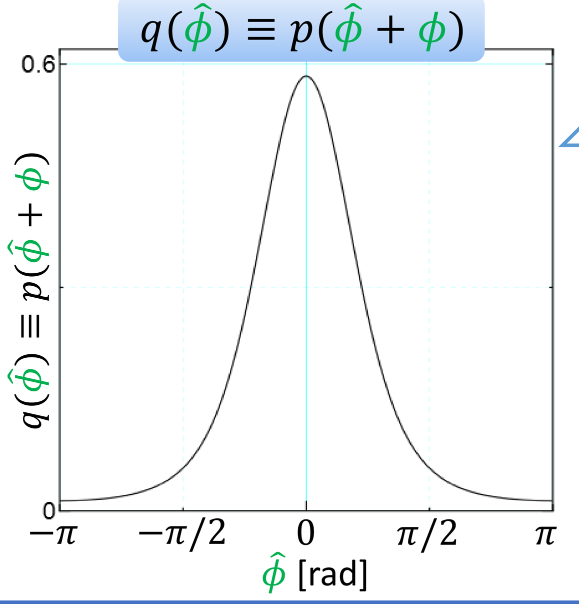
$-\pi \le \hat{\phi}_k < \pi$

$p(\hat{\phi})$



+ϕシフト

$q(\hat{\phi}) \equiv p(\hat{\phi}+\phi)$



$q(\hat{\phi}) = q(-\hat{\phi})$
$q(\pi+a) = q(\pi-a)$

偶関数

MSE解析

偶関数の性質

$$\varepsilon(\phi) = \int_{-\pi+\phi}^{\pi+\phi}\hat{\phi}^2p(\hat{\phi}+\phi)d\hat{\phi} = \int_0^{\pi+\phi}\hat{\phi}^2q(\hat{\phi})d\hat{\phi} + \int_0^{\pi-\phi}\hat{\phi}^2q(\hat{\phi})d\hat{\phi}$$

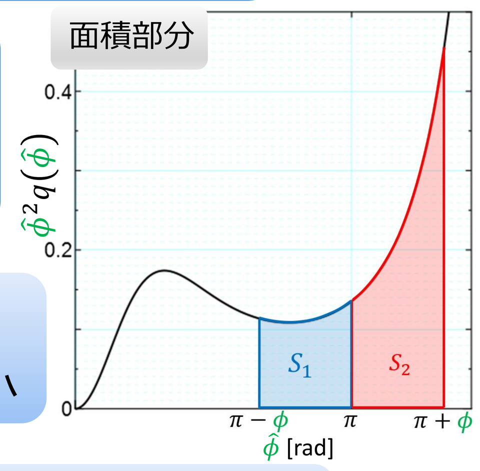
|ϕ|が増加
MSEが 増大 / 一定 / 減少 ?

|ϕ| > 0とϕ = 0のMSEを比較

$\varepsilon(\phi)-\varepsilon(0)$ > 0:MSEは|ϕ|において増加関数
= 0:MSEは一定
< 0:MSEは|ϕ|において減少関数

$$\varepsilon(\phi)-\varepsilon(0) = \underbrace{\int_{\pi}^{\pi+\phi}\hat{\phi}^2q(\hat{\phi})d\hat{\phi}}_{S_2} - \underbrace{\int_{\pi-\phi}^{\pi}\hat{\phi}^2q(\hat{\phi})d\hat{\phi}}_{S_1}$$

面積部分

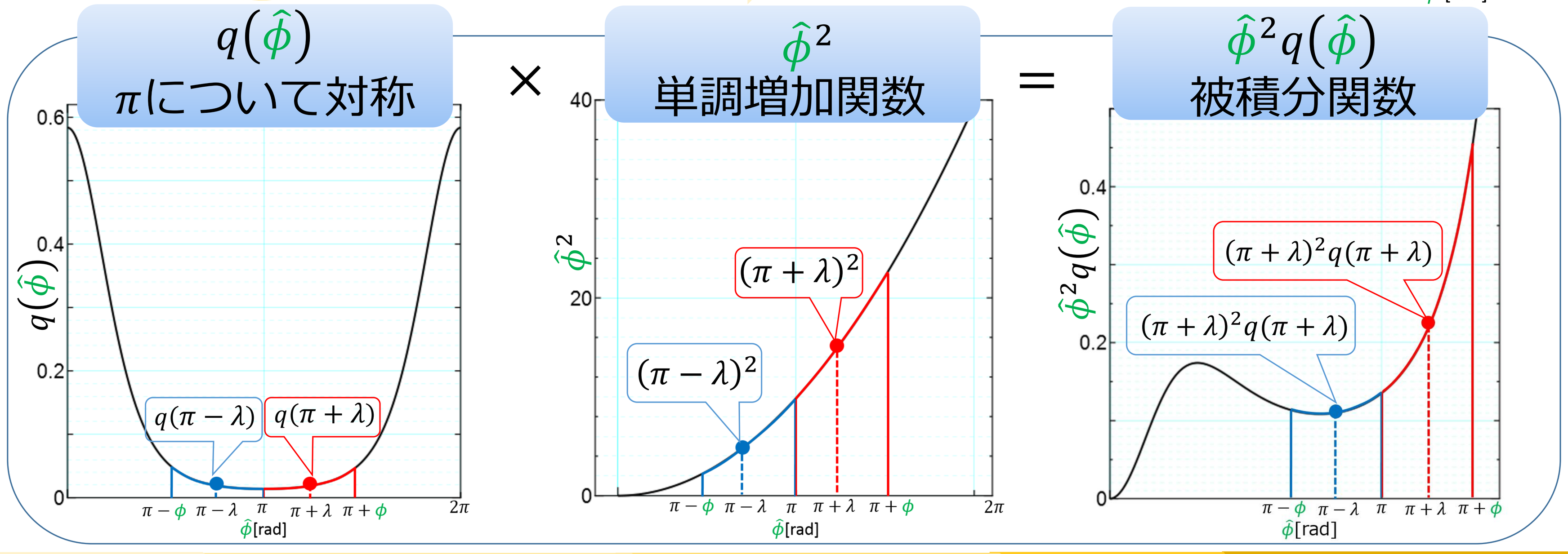


S_1とS_2の面積を比較

被積分関数
積分区間の距離が等しい

面積の比較
被積分関数の大小

$q(\hat{\phi})$ πについて対称　×　$\hat{\phi}^2$ 単調増加関数　=　$\hat{\phi}^2q(\hat{\phi})$ 被積分関数



$q(\hat{\phi})$はπについて対称 → πを軸とすると $\hat{\phi}^2q(\hat{\phi})$の大小は **$\hat{\phi}^2$の大小にだけ依存** → $0\le\lambda\le|\phi|$ $(\pi+\lambda)^2>(\pi-\lambda)^2$ → $S_2 > S_1$ → $\varepsilon(\phi)-\varepsilon(0)>0$

MSEは|ϕ|に対して**増加関数** → MSEはϕ = 0を最小値とする**下に凸の関数** → **|ϕ|が増大** **MSEが増大**

反復Mooseアルゴリズの提案

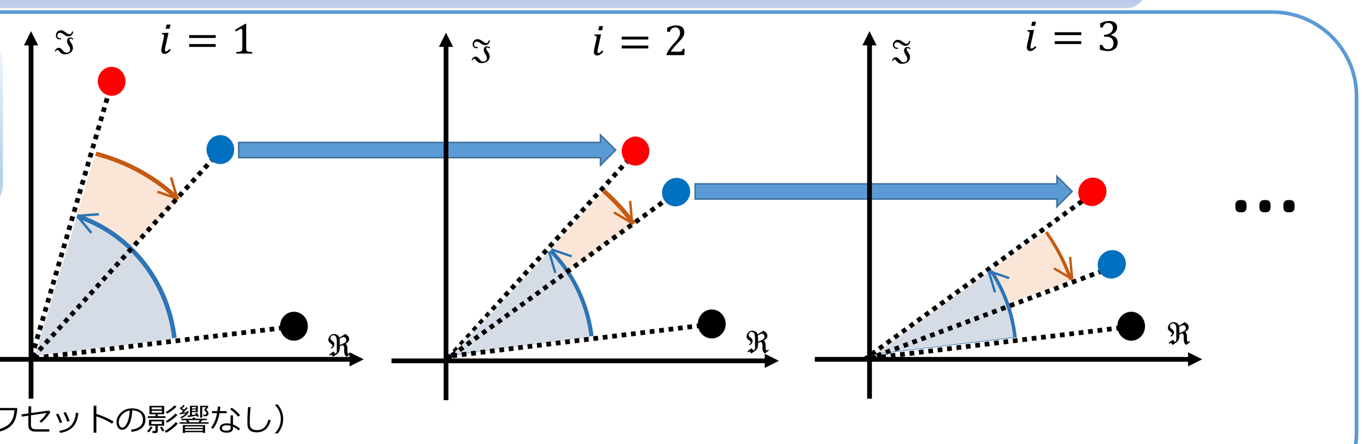
推定の考え

- 周波数オフセット補償を行うことにより，周波数オフセットの低減が可能
- 周波数オフセット推定誤差のため補償後にも周波数オフセットが残留

残留周波数オフセットは元の周波数オフセットよりも小さくなることが期待できる

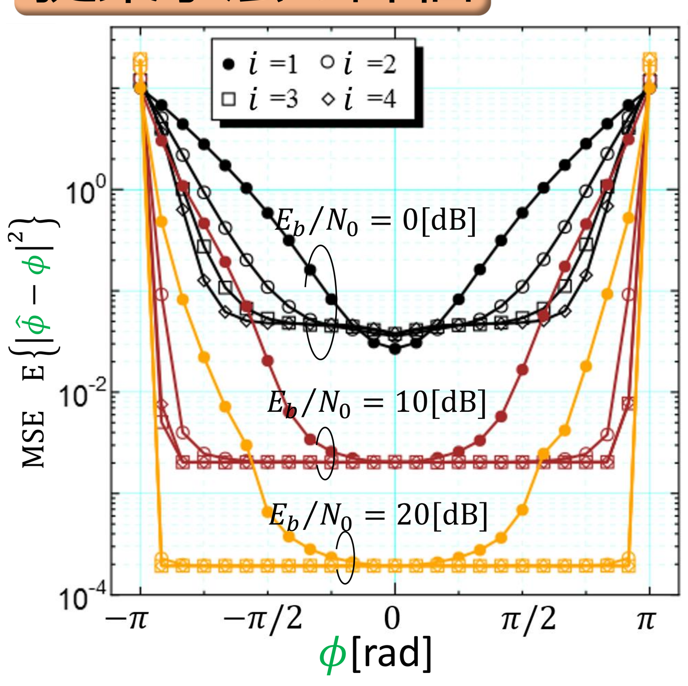
残留周波数オフセットが小さくなればMSEが減少

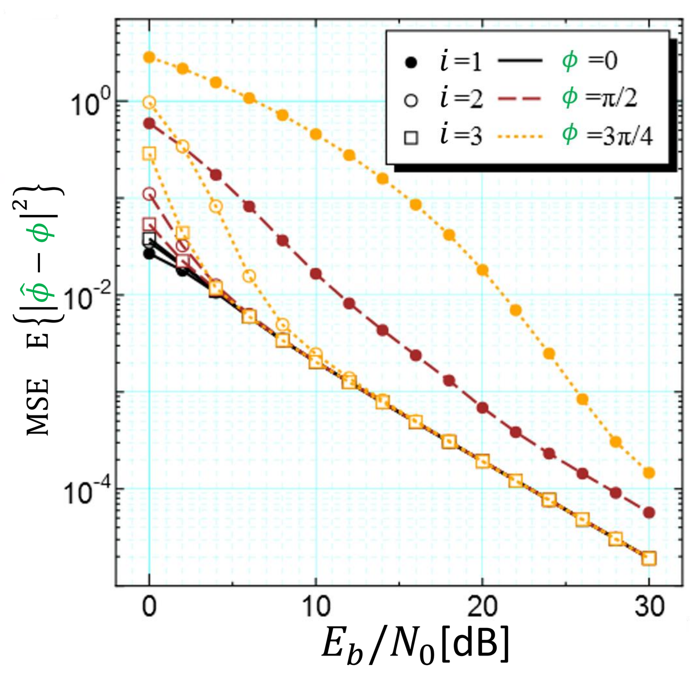
補償後の信号を補償前の信号として再推定



i：反復回数
●：受信信号（周波数オフセットの影響なし）
●：補償前の信号
●：補償後の信号
：(残留)周波数オフセット　：推定した周波数オフセット

提案手法の評価





E_b/N_0が大きい場合
- 反復することで推定誤差の減少可能
- ϕ = 3π/4の場合，2回の反復で約14[dB]の利得が得られる

E_b/N_0が小さい場合
- ϕが小さい場合，反復することで推定誤差が増大

まとめ

- **|ϕ|の増大にともない，MSEが増大することを理論的に証明**
- **Mooseアルゴリズムの数回の反復により周波数オフセット量によらず，一定のMSEを達成可能**