

電子情報通信学会総合大会 2024

秘匿検索のための暗号技術：  
Private Information Retrieval とその応用について

2024 年 3 月 7 日

江利口礼央(産業技術総合研究所)

# 秘匿検索

- 近年データベースビジネス(検索サービス等)が増加
  - 株価データ、化合物データ、ゲノムデータ...
- クエリ内容のプライバシー保護が重要

例

X社の株価を知りたい



クライアント

クエリ



結果



サーバ

会社	株価
A社	¥ 2,720
⋮	
X社	¥ 190
⋮	

投資戦略が漏洩するとクライアントの損害につながる危険性

# 秘匿検索

- 自明な解決方法

データベース全体をローカルに保存し、検索を行う。

- しかし、データベースのサイズに比例した**通信量**・計算量が必要

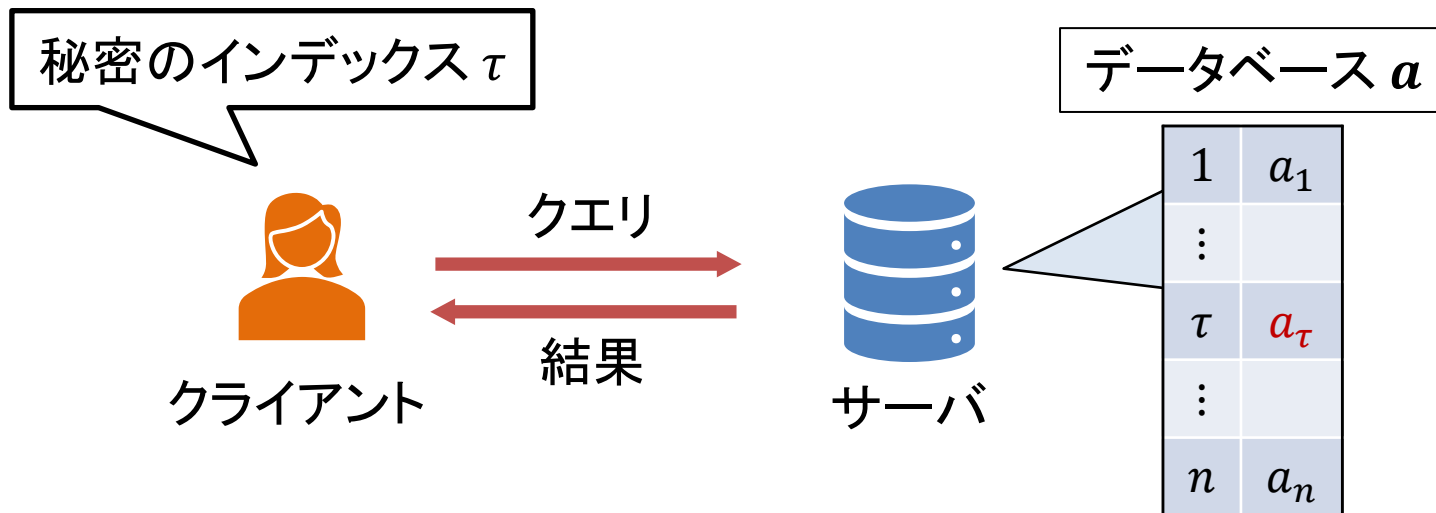


## 課題

データベースのサイズより小さい通信量で秘匿検索は可能であるか？

# Private Information Retrieval (PIR)

- 最も基本的なインデックスクエリを実現する秘匿検索技術 [CGKS98]



- より高度な検索機能を実現するものもある。
  - キーワード検索 [BI05]、レンジクエリ [BGI16]、任意のクエリ [DHRW16]

# 不可能性

[CGKS98]

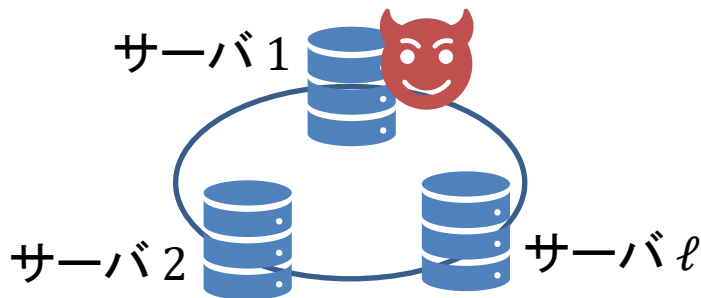
PIR 方式が

サーバが**一台しか**存在せずかつ**情報理論的**安全性を満たすならば  
通信量は  $n$  (データベースサイズ) より大きい。

$\ell$ -Server PIR

本発表

同じ DB を持つ複数台のサーバを仮定



Computational PIR

計算量的仮定をおく

- 数論的仮定  
[KO97, CMS99, Cha04, Lip05]
- 耐量子仮定  
[GR05, CK20, CHK22, ZLTS23]

# Multi-Server PIR

# これまでの研究動向

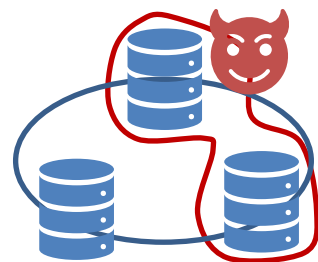
1-Private  $\ell$ -server PIR

多項式通信量  $n^{\Omega(1)}$

$O(n^{1/\ell})$  [CGKS98]



$t$ -Private  $\ell$ -server PIR



# これまでの研究動向

## 1-Private $\ell$ -server PIR



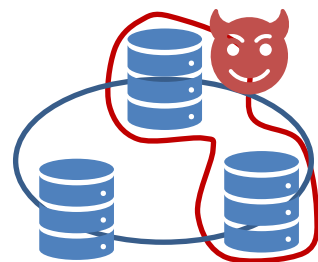
多項式通信量  $n^{\Omega(1)}$

$$O(n^{1/\ell}) \text{ [CGKS98]}$$

$$O(n^{1/(2\ell-1)}) \text{ [Amb97]}$$

$$n^{O\left(\frac{\log \log \ell}{\ell \log \ell}\right)} \text{ [BIKR02]}$$

## $t$ -Private $\ell$ -server PIR





# これまでの研究動向

## 1-Private $\ell$ -server PIR



多項式通信量  $n^{\Omega(1)}$

$$O(n^{1/\ell}) \text{ [CGKS98]}$$

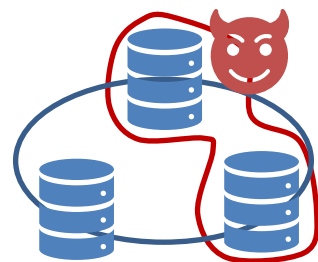
$$O(n^{1/(2\ell-1)}) \text{ [Amb97]}$$

$$n^{O\left(\frac{\log \log \ell}{\ell \log \ell}\right)} \text{ [BIKR02]}$$

劣多項式通信量  $n^{o(1)}$

$$\ell = 3 \text{ [Yek08, Efr12, IS10]}$$

## $t$ -Private $\ell$ -server PIR



# これまでの研究動向

## 1-Private $\ell$ -server PIR



多項式通信量  $n^{\Omega(1)}$

$$O(n^{1/\ell}) \text{ [CGKS98]}$$

$$O(n^{1/(2\ell-1)}) \text{ [Amb97]}$$

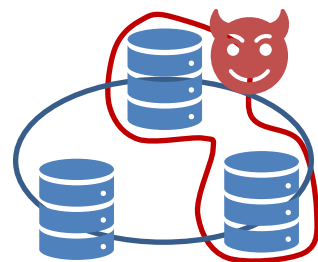
$$n^{O\left(\frac{\log \log \ell}{\ell \log \ell}\right)} \text{ [BIKR02]}$$

劣多項式通信量  $n^{o(1)}$

$$\ell = 3 \text{ [Yek08, Efr12, IS10]}$$

$$\ell = 2 \text{ [DG16]}$$

## $t$ -Private $\ell$ -server PIR



# これまでの研究動向

## 1-Private $\ell$ -server PIR



多項式通信量  $n^{\Omega(1)}$

$$O(n^{1/\ell}) \text{ [CGKS98]}$$

$$O(n^{1/(2^\ell-1)}) \text{ [Amb97]}$$

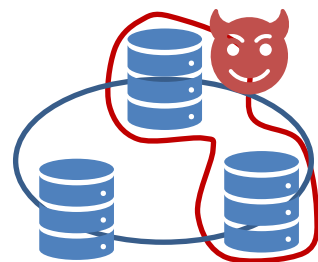
$$n^{O\left(\frac{\log \log \ell}{\ell \log \ell}\right)} \text{ [BIKR02]}$$

劣多項式通信量  $n^{o(1)}$

$$\ell = 3 \text{ [Yek08, Efr12, IS10]}$$

$$\ell = 2 \text{ [DG16]}$$

## $t$ -Private $\ell$ -server PIR



多項式通信量

$$\text{通信量 } n^{O(1/d)} = n^{O(t/\ell)}$$

$$\text{サーバ数 } \ell = O(td) \text{ [WY07]}$$

# これまでの研究動向

## 1-Private $\ell$ -server PIR



多項式通信量  $n^{\Omega(1)}$

$$O(n^{1/\ell}) \text{ [CGKS98]}$$

$$O(n^{1/(2\ell-1)}) \text{ [Amb97]}$$

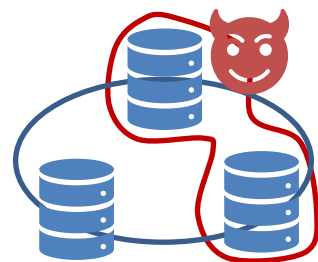
$$n^{O\left(\frac{\log \log \ell}{\ell \log \ell}\right)} \text{ [BIKR02]}$$

劣多項式通信量  $n^{o(1)}$

$$\ell = 3 \text{ [Yek08, Efr12, IS10]}$$

$$\ell = 2 \text{ [DG16]}$$

## $t$ -Private $\ell$ -server PIR

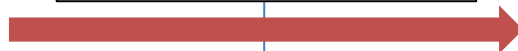


多項式通信量

$$\text{通信量 } n^{O(1/d)} = n^{O(t/\ell)}$$

$$\text{サーバ数 } \ell = O(td) \text{ [WY07]}$$

一般的変換 [BIW10]



# これまでの研究動向

## 1-Private $\ell$ -server PIR



多項式通信量  $n^{\Omega(1)}$

$$O(n^{1/\ell}) \text{ [CGKS98]}$$

$$O(n^{1/(2\ell-1)}) \text{ [Amb97]}$$

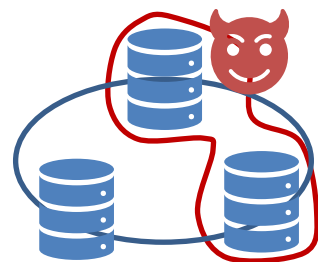
$$n^{O\left(\frac{\log \log \ell}{\ell \log \ell}\right)} \text{ [BIKR02]}$$

劣多項式通信量  $n^{o(1)}$

$$\ell = 3 \text{ [Yek08, Efr12, IS10]}$$

$$\ell = 2 \text{ [DG16]}$$

## $t$ -Private $\ell$ -server PIR



多項式通信量

$$\text{通信量 } n^{O(1/d)} = n^{O(t/\ell)}$$

$$\text{サーバ数 } \ell = O(td) \text{ [WY07]}$$

一般的変換 [BIW10]

劣多項式通信量

$$\text{通信量 } n^{o(1)}$$

$$\text{サーバ数 } \ell = 2^{O(t)}$$

# これまでの研究動向

## 1-Private $\ell$ -server PIR



多項式通信量  $n^{\Omega(1)}$

$$O(n^{1/\ell}) \text{ [CGKS98]}$$

$$O(n^{1/(2^\ell-1)}) \text{ [Amb97]}$$

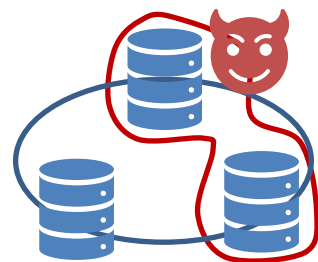
$$n^{O\left(\frac{\log \log \ell}{\ell \log \ell}\right)} \text{ [BIKR02]}$$

劣多項式通信量  $n^{o(1)}$

$$\ell = 3 \text{ [Yek08, Efr12, IS10]}$$

$$\ell = 2 \text{ [DG16]}$$

## $t$ -Private $\ell$ -server PIR



多項式通信量

$$\text{通信量 } n^{O(1/d)} = n^{O(t/\ell)}$$

$$\text{サーバ数 } \ell = O(td) \text{ [WY07]}$$

一般的変換 [BIW10]

現在最良の方式

劣多項式通信量

$$\text{通信量 } n^{o(1)}$$

$$\text{サーバ数 } \ell = 2^{O(t)}$$

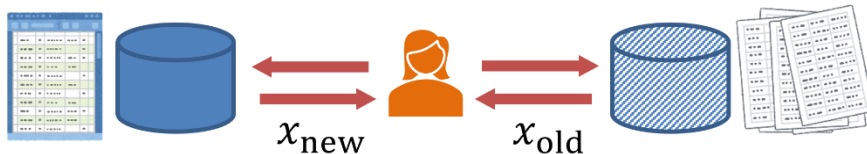
# PIRにおける能動的的安全性

# 能動的安全性

- **Actively secure PIR**

サーバの応答に誤りが含まれる場合でも正当性を維持する

例. データベースの同期失敗



**Active  $t$ -security**

$$\Pr[\mathcal{D}(\underbrace{\widetilde{ans}_1, \dots, \widetilde{ans}_\ell}_{t \text{ 個の誤りが含まれる}}) = a_\tau] \geq 1 - 2^{-\lambda}$$

$t$  個の誤りが含まれる

- 1 ラウンド通信を考える場合プライバシーへの影響はない。
- 一般的変換 [BS07, EKN@TCC2022, EKN@EUROCRYPT2024]

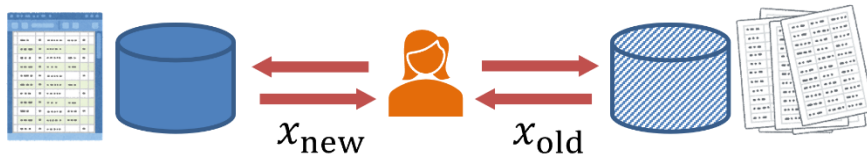


# 能動的安全性

- Actively secure PIR

サーバの応答に誤りが含まれる場合でも正当性を維持する

例. データベースの同期失敗



Active  $t$ -security

$$\Pr[\mathcal{D}(\underbrace{\widetilde{ans}_1, \dots, \widetilde{ans}_\ell}_{t \text{ 個の誤りが含まれる}}) = a_\tau] \geq 1 - 2^{-\lambda}$$

$t$  個の誤りが含まれる

- 1 ラウンド通信を考える場合プライバシーへの影響はない。
- 一般的変換 [BS07, EKN@TCC2022, EKN@EUROCRYPT2024]

これから説明

# 一般的變換

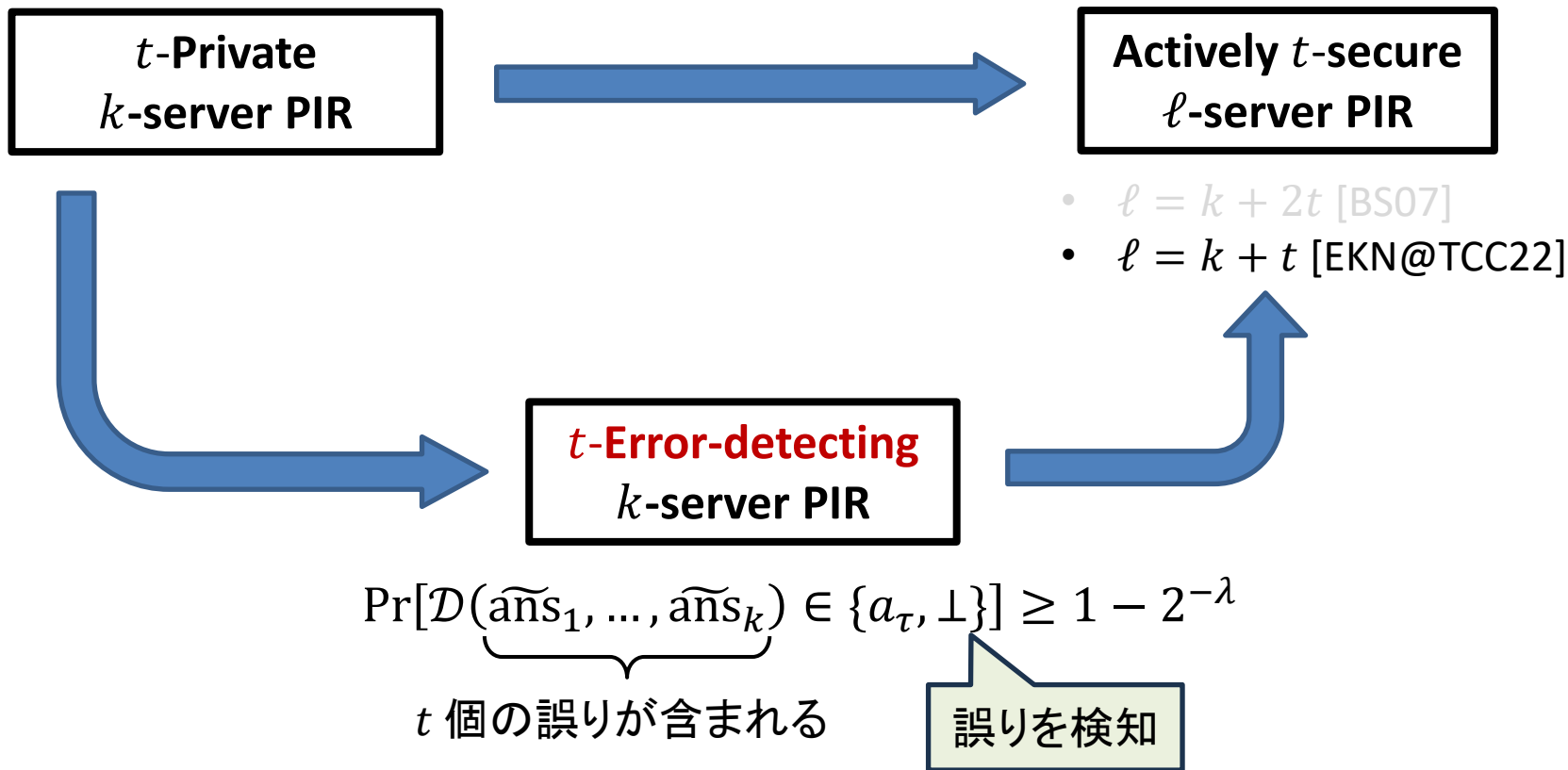
$t$ -Private  
 $k$ -server PIR



Actively  $t$ -secure  
 $\ell$ -server PIR

- $\ell = k + 2t$  [BS07]
- $\ell = k + t$  [EKN@TCC22]

# 一般的変換



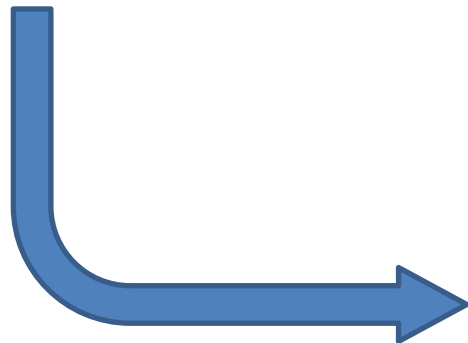
# 一般的変換

$t$ -Private  
 $k$ -server PIR



Actively  $t$ -secure  
 $l$ -server PIR

- $l = k + 2t$  [BS07]
- $l = k + t$  [EKN@TCC22]



$t$ -Error-detecting  
 $k$ -server PIR



$$\Pr[\mathcal{D}(\underbrace{\tilde{a}ns_1, \dots, \tilde{a}ns_k}_{t \text{ 個の誤りが含まれる}}) \in \{a_\tau, \perp\}] \geq 1 - 2^{-\lambda}$$

誤りを検知

# Error-detecting PIR への変換

1-Private  
2-server PIR

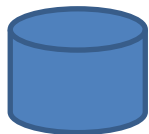


1-Error-detecting  
2-server PIR

ここでは  $S_1$  が honest (悪者ではない) と分かっているとする。

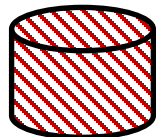
Honest

$S_1$



Malicious

$S_2$



# Error-detecting PIR への変換

1-Private  
2-server PIR

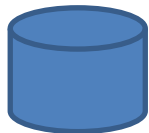


1-Error-detecting  
2-server PIR

ここでは  $S_1$  が honest (悪者ではない) と分かっているとする。

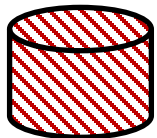
Honest

$S_1$



Malicious

$S_2$



計算用のクエリ

$(\text{que}_1(C), \text{que}_2(C)) \leftarrow Q(\tau)$

検証用のクエリ

$(\text{que}_1(V), \text{que}_2(V)) \leftarrow Q(\tau)$

# Error-detecting PIR への変換

1-Private  
2-server PIR

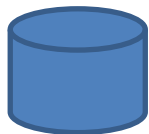


1-Error-detecting  
2-server PIR

ここでは  $S_1$  が honest (悪者ではない) と分かっているとする。

Honest

$S_1$

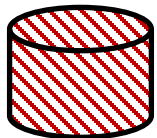


$que_1(C)$

$\Rightarrow ans_1(C)$

Malicious

$S_2$



$que_2(C)$

$\Rightarrow \widetilde{ans}_2(C)$



計算用のクエリ

$(que_1(C), que_2(C)) \leftarrow Q(\tau)$

検証用のクエリ

$(que_1(V), que_2(V)) \leftarrow Q(\tau)$



# Error-detecting PIR への変換

1-Private  
2-server PIR



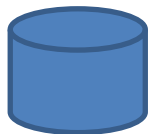
1-Error-detecting  
2-server PIR

ここでは  $S_1$  が honest (悪者ではない) と分かっているとする。

$S_2$  と同じ計算をする

Honest

$S_1$



$que_1(C), que_2(V)$   
 $\Rightarrow ans_1(C), ans_2(V)$



計算用のクエリ

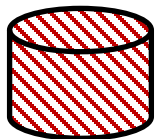
$(que_1(C), que_2(C)) \leftarrow Q(\tau)$

検証用のクエリ

$(que_1(V), que_2(V)) \leftarrow Q(\tau)$

Malicious

$S_2$



$que_2(C), que_2(V)$   
 $\Rightarrow \tilde{ans}_2(C), \tilde{ans}_2(V)$



# Error-detecting PIR への変換

1-Private  
2-server PIR



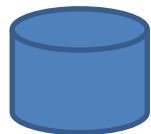
1-Error-detecting  
2-server PIR

ここでは  $S_1$  が honest (悪者ではない) と分かっているとする。

$S_2$  と同じ計算をする

Honest

$S_1$



$que_1(C), que_2(V)$   
 $\Rightarrow ans_1(C), ans_2(V)$



計算用のクエリ

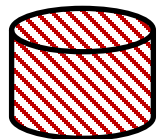
$(que_1(C), que_2(C)) \leftarrow Q(\tau)$

検証用のクエリ

$(que_1(V), que_2(V)) \leftarrow Q(\tau)$

Malicious

$S_2$



$que_2(C), que_2(V)$   
 $\Rightarrow \tilde{ans}_2(C), \tilde{ans}_2(V)$

もし  $\tilde{ans}_2(V) = ans_2(V)$  なら  
 $D(ans_1(C), \tilde{ans}_2(C))$  を出力する

# Error-detecting PIR への変換

1-Private  
2-server PIR



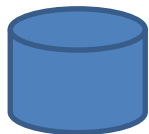
1-Error-detecting  
2-server PIR

ここでは  $S_1$  が honest (悪者ではない) と分かっているとする。

$S_2$  と同じ計算をする

Honest

$S_1$



$que_1(C), que_2(V)$



$ans_1(C), ans_2(V)$

計算用のクエリ

$(que_1(C), que_2(C)) \leftarrow Q(\tau)$

検証用のクエリ

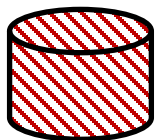
$(que_1(V), que_2(V)) \leftarrow Q(\tau)$



二つのクエリをシャッフル

Malicious

$S_2$



$que_2(C), que_2(V)$



$\tilde{ans}_2(C), \tilde{ans}_2(V)$

もし  $\tilde{ans}_2(V) = ans_2(V)$  なら  
 $D(ans_1(C), \tilde{ans}_2(C))$  を出力する

# Error-detecting PIR への変換

1-Private  
2-server PIR



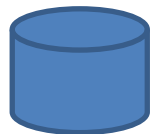
1-Error-detecting  
2-server PIR

ここでは  $S_1$  が honest (悪者ではない) と分かっているとする。

$S_2$  と同じ計算をする

Honest

$S_1$



$que_1(C), que_2(V)$

$\Rightarrow ans_1(C), ans_2(V)$

計算用のクエリ

$(que_1(C), que_2(C)) \leftarrow Q(\tau)$

検証用のクエリ

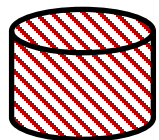
$(que_1(V), que_2(V)) \leftarrow Q(\tau)$



二つのクエリをシャッフル

Malicious

$S_2$



$que_2(C), que_2(V)$

$\Rightarrow \tilde{ans}_2(C), \tilde{ans}_2(V)$

もし  $\tilde{ans}_2(V) = ans_2(V)$  なら  
 $D(ans_1(C), \tilde{ans}_2(C))$  を出力する

$S_2$  はどちらが計算用のクエリか当てなければならない



検証失敗確率  $\leq 1/2$

# Error-detecting PIR への変換

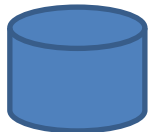
1-Private  
2-server PIR



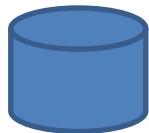
1-Error-detecting  
2-server PIR

If  $S_i = S_1$ :

$S_1$



$S_2$



$S_i \leftarrow_{\$} \{S_1, S_2\}$

$S_i$  が honest だと (当てずっぽうで) 推測

# Error-detecting PIR への変換

1-Private  
2-server PIR

If  $S_i = S_1$ :

$S_1$



$S_2$



1-Error-detecting  
2-server PIR



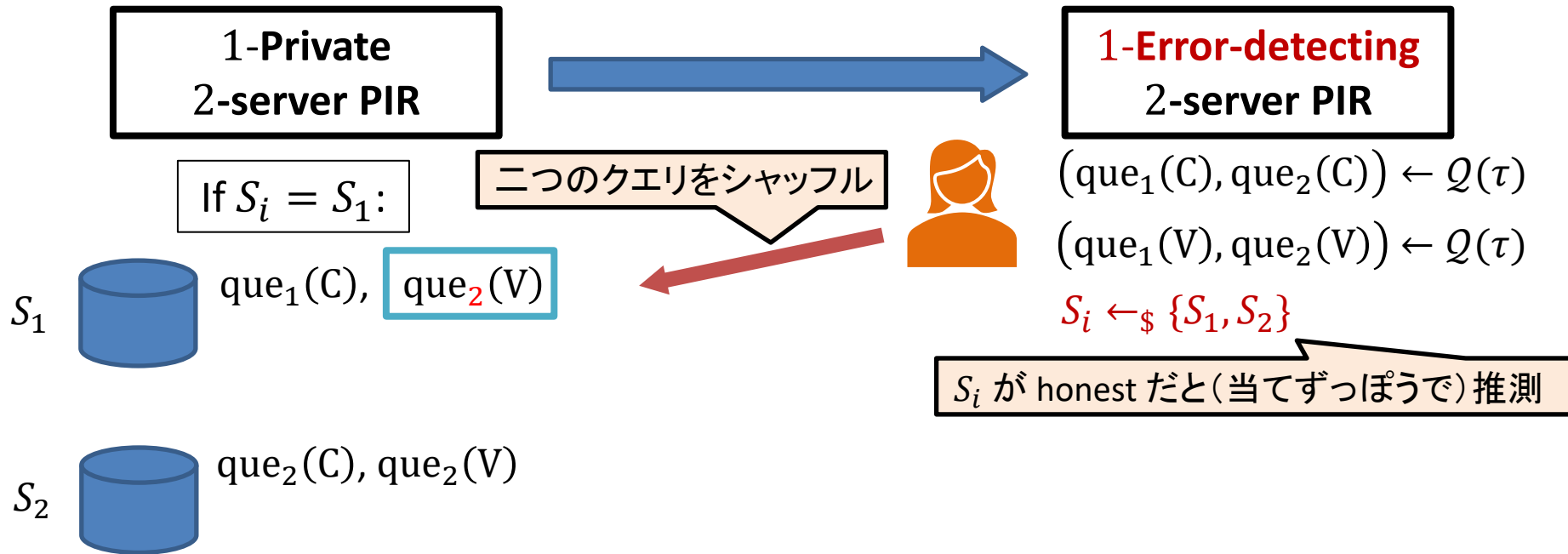
$(\text{que}_1(C), \text{que}_2(C)) \leftarrow Q(\tau)$

$(\text{que}_1(V), \text{que}_2(V)) \leftarrow Q(\tau)$

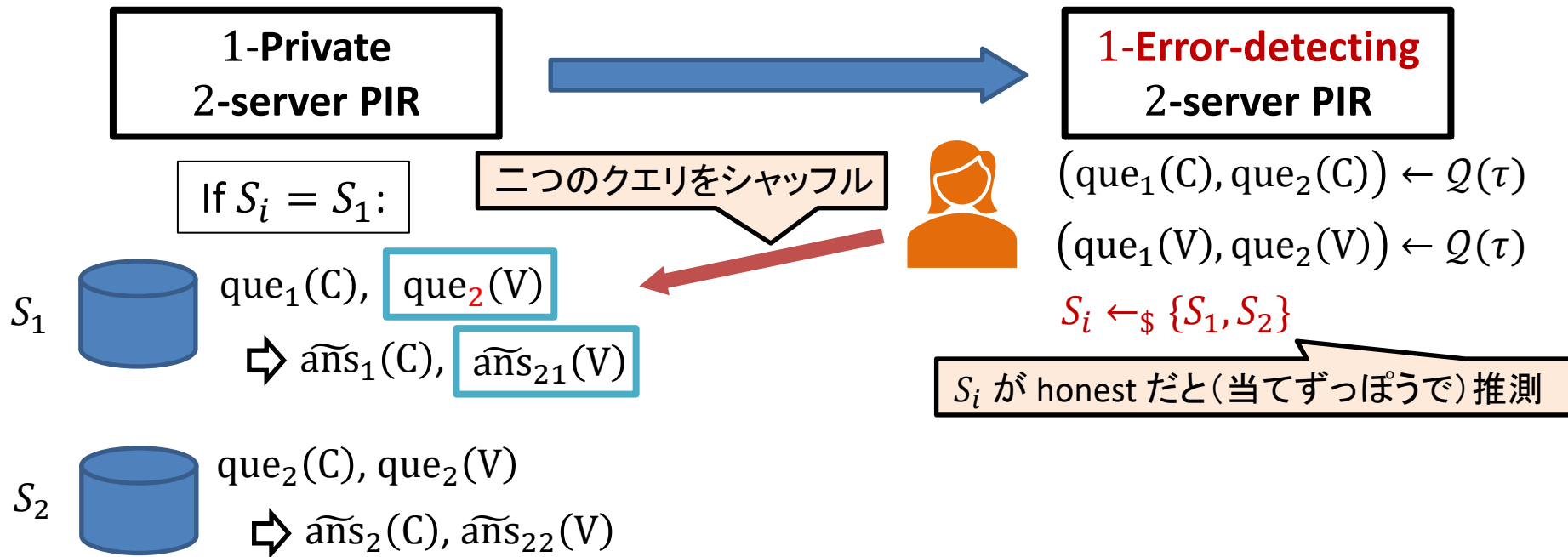
$S_i \leftarrow_{\$} \{S_1, S_2\}$

$S_i$  が honest だと (当てずっぽうで) 推測

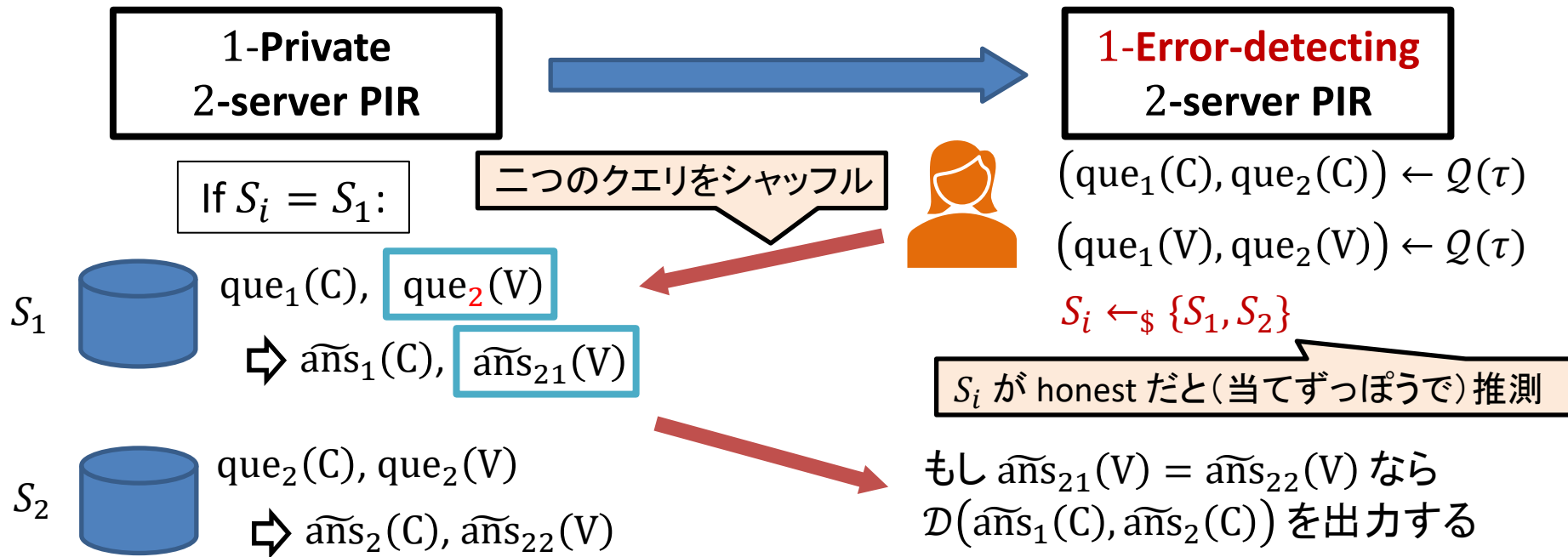
# Error-detecting PIR への変換



# Error-detecting PIR への変換

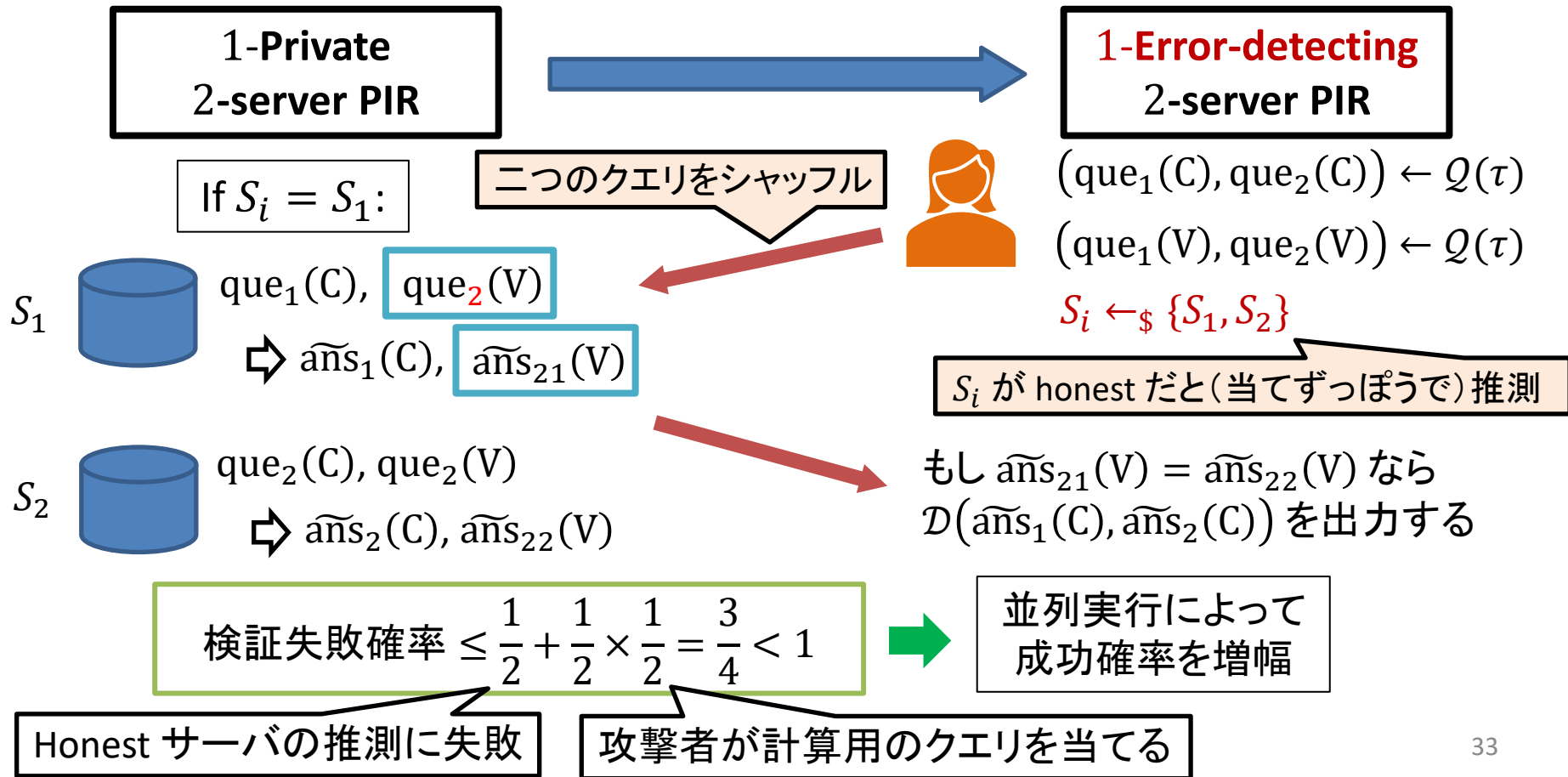


# Error-detecting PIR への変換

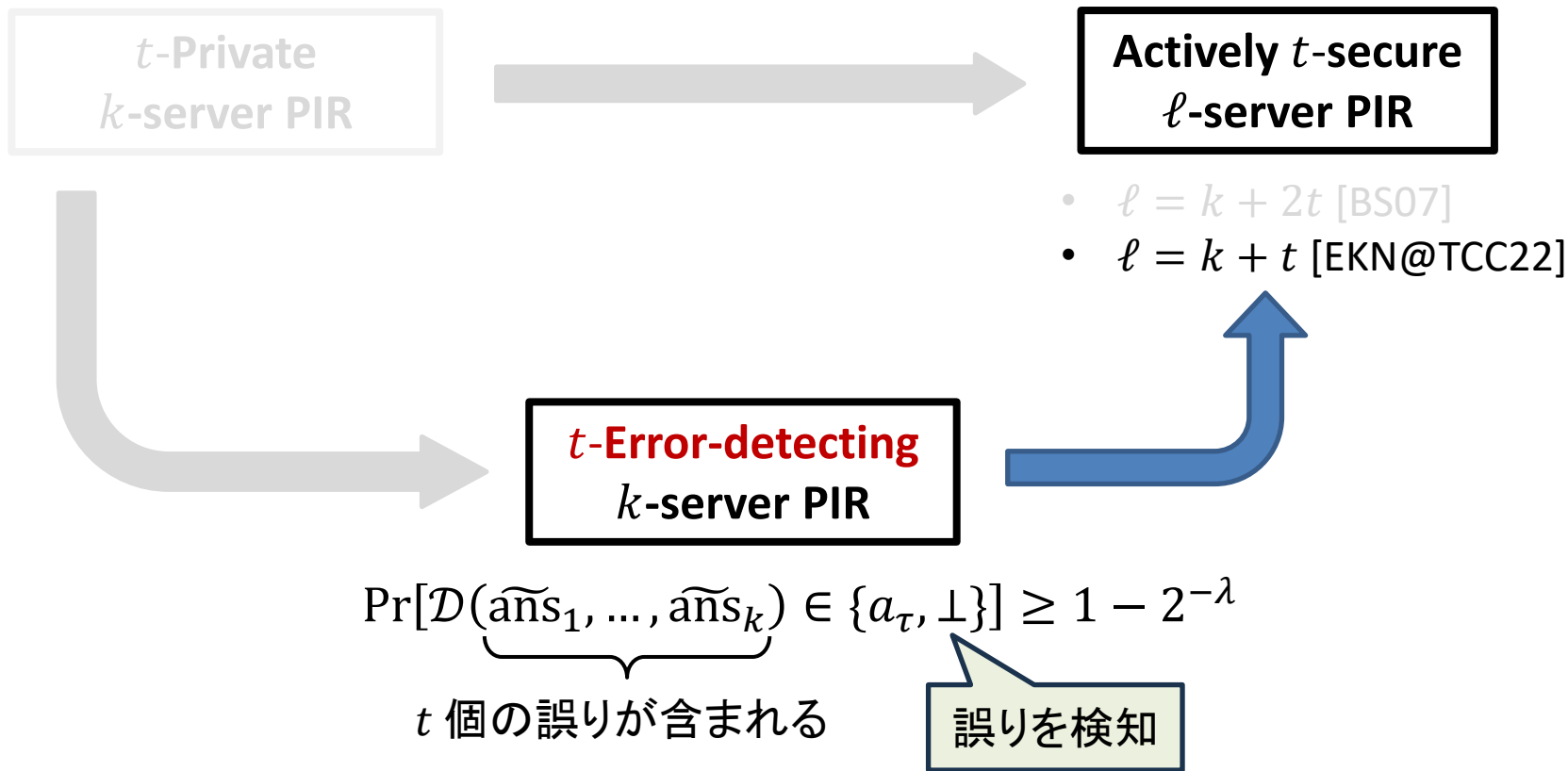




# Error-detecting PIR への変換



# 一般的変換



# Actively Secure PIR への変換

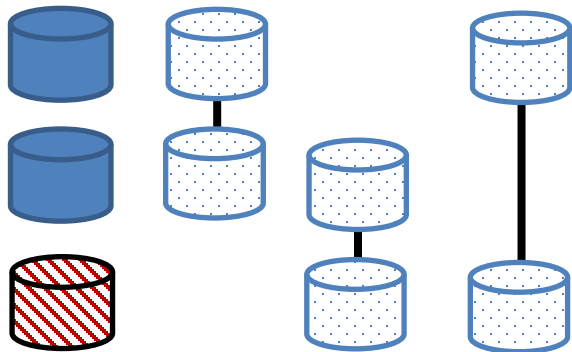
$t$ -Error-detecting  
 $k$ -server PIR



Actively  $t$ -secure  
 $(k + t)$ -server PIR

Error-detecting PIR を  $k$  台のサーバからなる全ての部分集合に対して実行する

Honest



Malicious

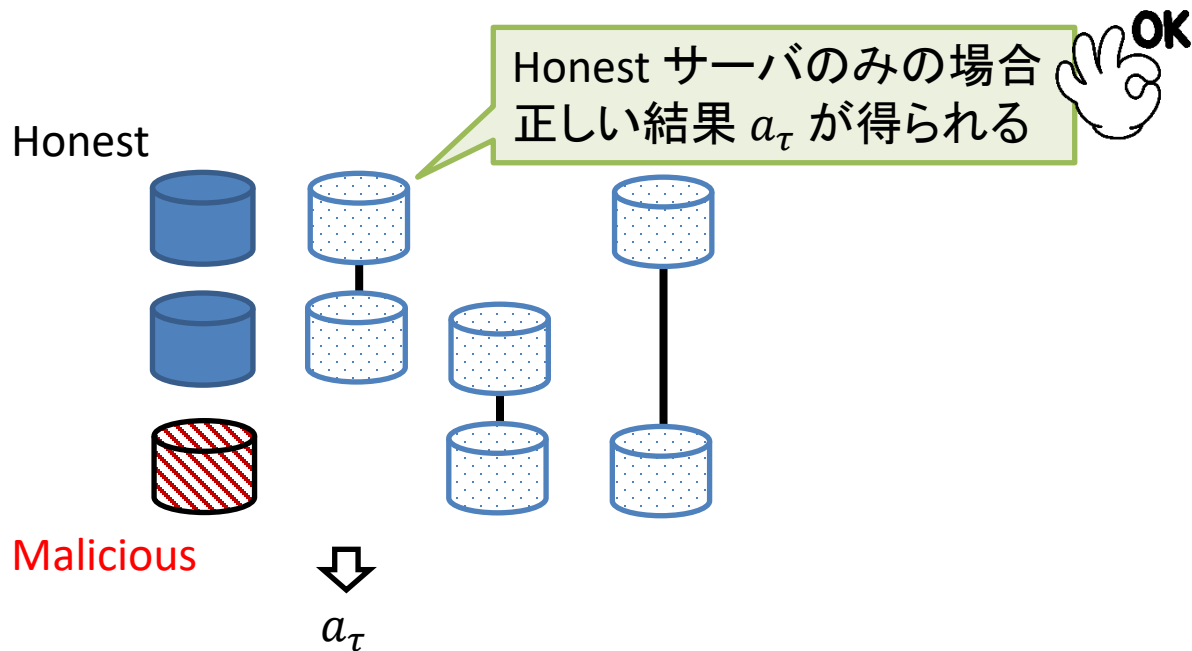
# Actively Secure PIR への変換

$t$ -Error-detecting  
 $k$ -server PIR



Actively  $t$ -secure  
 $(k + t)$ -server PIR

Error-detecting PIR を  $k$  台のサーバからなる全ての部分集合に対して実行する



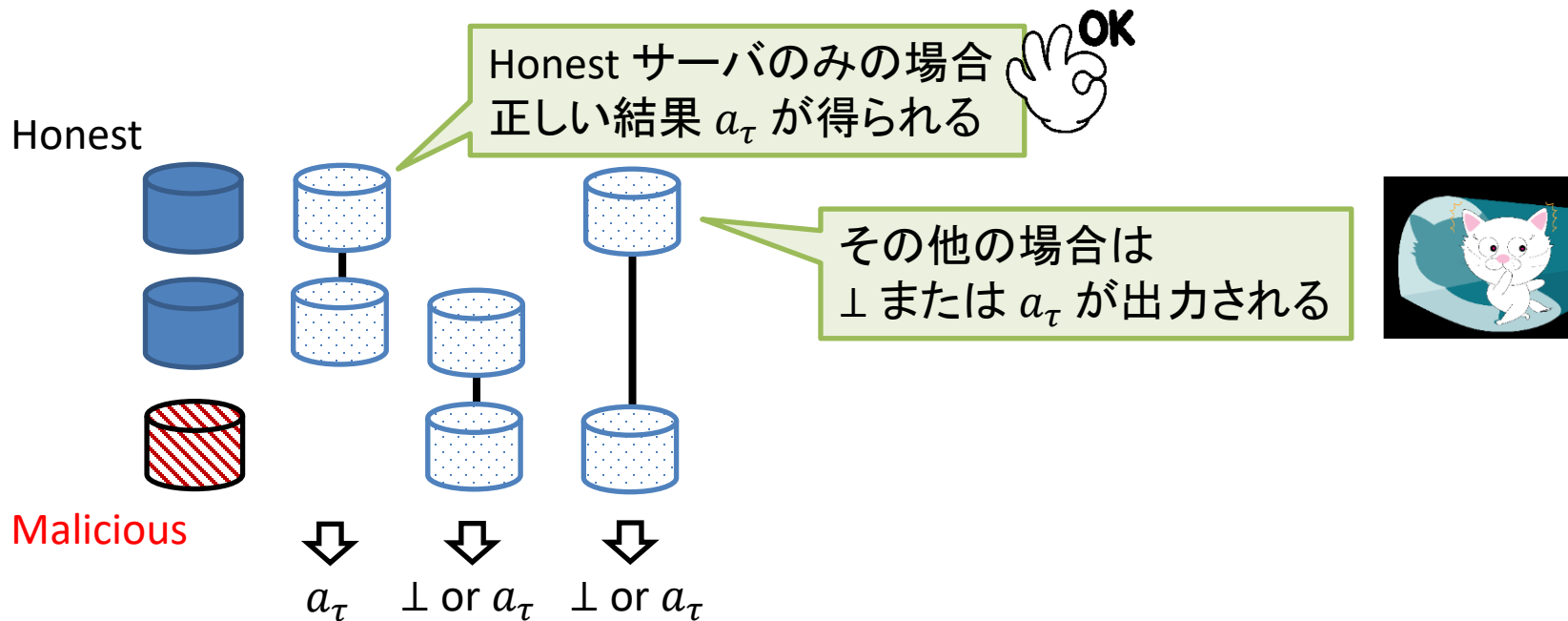
# Actively Secure PIR への変換

$t$ -Error-detecting  
 $k$ -server PIR



Actively  $t$ -secure  
 $(k + t)$ -server PIR

Error-detecting PIR を  $k$  台のサーバからなる全ての部分集合に対して実行する



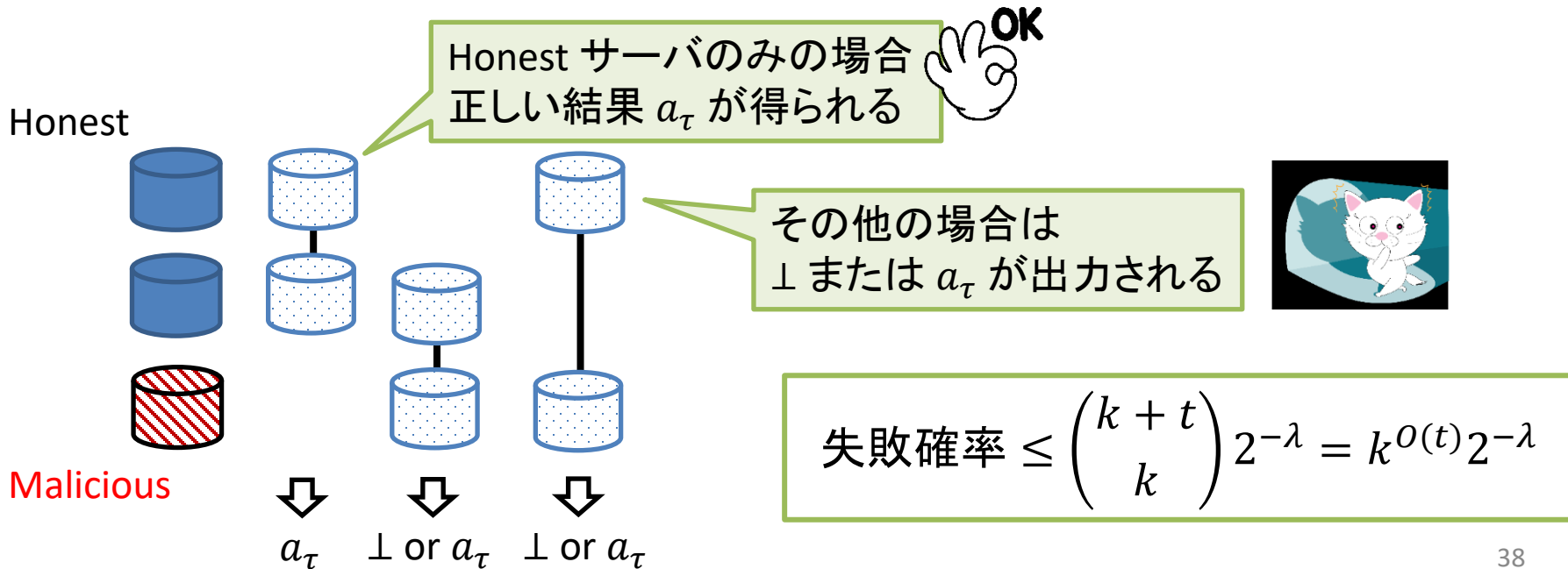
# Actively Secure PIR への変換

**$t$ -Error-detecting  
 $k$ -server PIR**



**Actively  $t$ -secure  
 $(k + t)$ -server PIR**

Error-detecting PIR を  $k$  台のサーバからなる全ての部分集合に対して実行する



# まとめ

- PIR は最も基本的なインデックスクエリを実現する秘匿検索技術
- 効率的かつ情報理論的安全な方式(抜粋)

## 1-Private $\ell$ -server PIR

劣多項式通信量  $n^{o(1)}$

$$\ell = 3 \text{ [Yek08, Efr12, IS10]}$$

$$\ell = 2 \text{ [DG16]}$$

## $t$ -Private $\ell$ -server PIR

多項式通信量

$$\text{通信量 } n^{O(1/d)} = n^{O(t/\ell)}$$

$$\text{サーバ数 } \ell = O(td) \text{ [WY07]}$$

劣多項式通信量

$$\text{通信量 } n^{o(1)}$$

$$\text{サーバ数 } \ell = 2^{O(t)}$$

- 能動的安全性
  - サーバの応答に誤りが含まれる場合(DBの同期失敗等)でも正当性を維持する

# 今後の課題

- タイトな下限を求められるか
- 複数の通信ラウンドを許すことで通信量を減らすことは可能か
- サーバ数を削減できるか

## 1-Private $\ell$ -server PIR

劣多項式通信量  $n^{o(1)}$

$$\ell = 3 \text{ [Yek08, Efr12, IS10]}$$

$$\ell = 2 \text{ [DG16]}$$

## $t$ -Private $\ell$ -server PIR

多項式通信量

$$\text{通信量 } n^{O(1/d)} = n^{O(t/\ell)}$$

$$\text{サーバ数 } \ell = O(td) \text{ [WY07]}$$

劣多項式通信量

$$\text{通信量 } n^{o(1)}$$

$$\text{サーバ数 } \ell = 2^{O(t)}$$

$\ell = \text{poly}(t)$  に削減できるか



# 参考文献

- [CGKS98] Chor, B., Goldreich, O., Kushilevitz, E., Sudan, M.: Private information retrieval. Journal of the ACM 45(6)
- [BI05] Barkol, O., Ishai, Y.: Secure computation of constant-depth circuits with applications to database search problems. CRYPTO 2005
- [BGI16] Boyle, E., Gilboa, N., Ishai, Y.: Function Secret Sharing: Improvements and Extensions. ACM CCS 2016
- [DHRW16] Dodis, Y., Halevi, S., Rothblum, R.D., Wichs, D.: Spooky encryption and its applications. CRYPTO 2016
- [KO97] Kushilevitz, E., Ostrovsky, R.: Replication is not needed: single database, computationally-private information retrieval. Proceedings 38th Annual Symposium on Foundations of Computer Science.
- [CMS99] Cachin, C., Micali, S., Stadler, M.: Computationally private information retrieval with polylogarithmic communication. EUROCRYPT '99
- [Cha04] Chang, Y.C.: Single database private information retrieval with logarithmic communication. Information Security and Privacy

# 参考文献

- [Lip05] Lipmaa, H.: An oblivious transfer protocol with log-squared communication. Information Security
- [GR05] Gentry, C., Ramzan, Z.: Single-database private information retrieval with constant communication rate. Automata, Languages and Programming
- [CK20] Corrigan-Gibbs, H., Kogan, D.: Private information retrieval with sublinear online time. EUROCRYPT 2020
- [CHK22] Corrigan-Gibbs, H., Henzinger, A., Kogan, D.: Single-server private information retrieval with sublinear amortized time. EUROCRYPT 2022
- [ZLTS23] Zhou, M., Lin, W., Tselekounis, Y., Shi, E.: Optimal single-server private information retrieval. EUROCRYPT 2023
- [Amb97] Ambainis, A.: Upper bound on the communication complexity of private information retrieval. Automata, Languages and Programming
- [BIKR02] Beimel, A., Ishai, Y., Kushilevitz, E., Raymond, J.F.: Breaking the  $\omega(n^{1/(2k-1)})$  barrier for information-theoretic private information retrieval. The 43rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science
- [Yek08] Yekhanin, S.: Towards 3-query locally decodable codes of subexponential length. Journal of the ACM (JACM) 55(1)

# 参考文献

- [Efr12] Efremenko, K.: 3-query locally decodable codes of subexponential length. *SIAM Journal on Computing* 41(6)
- [IS10] Itoh, T., Suzuki, Y.: Improved constructions for query-efficient locally decodable codes of subexponential length. *IEICE Transactions on Information and Systems* E93.D(2)
- [DG16] Dvir, Z., Gopi, S.: 2-server PIR with subpolynomial communication. *Journal of the ACM* 63(4)
- [WY07] Woodruff, D., Yekhanin, S.: A geometric approach to information-theoretic private information retrieval. *SIAM Journal on Computing* 37(4)
- [BIW10] Barkol, O., Ishai, Y., Weinreb, E.: On locally decodable codes, self-correctable codes, and tprivate PIR. *Algorithmica* 58(4)
- [BS07] Beimel, A., Stahl, Y.: Robust information-theoretic private information retrieval. *Journal of Cryptology* 20(3)
- [EKN22] Eriguchi, R., Kurosawa, K., Nuida, K.: On the optimal communication complexity of errorcorrecting multi-server PIR. *Theory of Cryptography*
- [EKN24] Eriguchi, R., Kurosawa, K., Nuida, K.: Efficient and generic methods to achieve active security in private information retrieval and more advanced database search. *EUROCRYPT 2024*
- [WdW05] Wehner, S., de Wolf, R.: Improved lower bounds for locally decodable codes and private information retrieval. *Automata, Languages and Programming*