



Tokyo Tech

[招待講演]

遅延・ドップラー同時推定のためのレーダ波形設計

實松 豊

東京工業大学

5月11日(木) 15:30-16:30

EMM/IT研究会

目次

1. はじめに

2. 問題の定式化

- 遅延・ドップラー
- 二重選択性フェージング

3. 従来法

- 既存レーダ

4. 提案法(Gabor Division Spread Spectrum)

5. 提案法とOTFSの比較

6. まとめ

1. はじめに

1.1. レーダと無線通信

1.1. レーダと無線通信 黎明期

- 1864: マクスウェル(存在の予言)
- 1888: ヘルツの実験(電磁波の発見)
- 1895: マルコーニの実験、1897:会社設立
- 1904: ヒュルスマイヤーの実験・特許取得
- 1930年代～レーダの実用化(戦時下)

参考文献



J. C. Maxwell



H. R. Hertz



G. Marconi



C. Hülsmeier

1.1. レーダと無線

● レーダーと無線通信の違い

■ 初期のレーダー（1940年代）

- マグネトロン(cavity magnetron)
高出力の真空管共振器。
現在では電子レンジに利用される

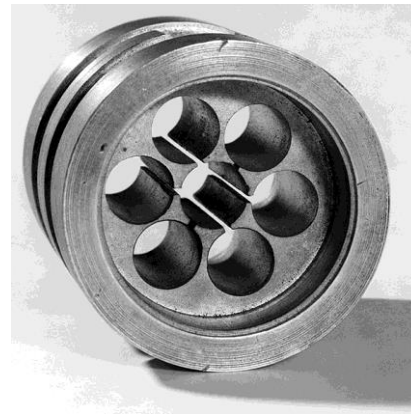
■ 戦後に理論体系化

C. H. Wilcox “The synthesis problem for radar ambiguity functions,” MRC Tech. Summary Report 157, 1960.

L. Auslander and R. Tolimieri, “Radar ambiguity functions and group theory,” SIAM J. Math Anal. vol. 16, pp.577–601, 1965.

■ 現在では、レーダーと無線通信の差は小さい。 ただし、

- （OFDMなど）通信では増幅器を線形領域で使用。電力効率が悪い
- レーダーは、増幅器を飽和領域で使用
（伝搬損失は、片道損失の二乗）

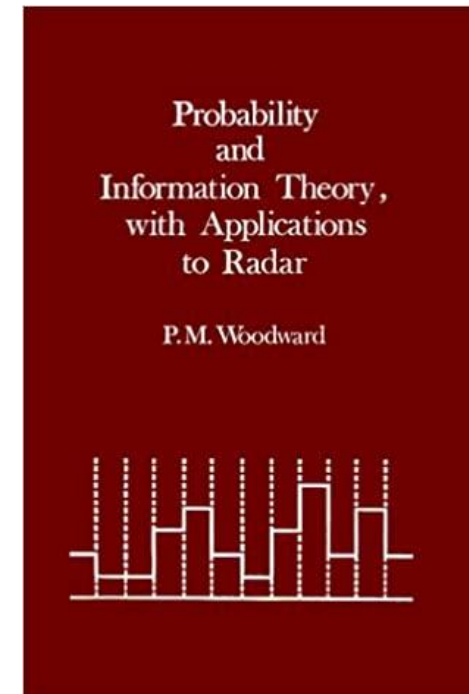


https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/78/Original_cavity_magnetron%2C_1940_%289663811280%29.jpg



John Randall and Harry Boot

https://www.researchgate.net/figure/H-A-H-Boot-I-and-J-T-Randall-in-their-laboratory-after-WW-II-Boot-has-in-his_fig1_260521102



Pergamon Press, 1953

レーダと無線通信 融合の試み

レーダ

防衛、航空管制
船舶用、
気象レーダ、
自動車用、
地中資源探査

無線通信

(ラジオ・テレビ放送)
移動体通信、
Bluetooth, Wi-Fi、
各種業務無線
(警察、消防、
航空、船舶)
アマチュア無線



<https://www.magicwindshield.com/forward-collision-alert/>

[背景]

ミリ波(30GHz~), テラヘルツ波
(300GHz~)を使った情報通信
高い直進性、高い距離分解能

- Joint Radar and Communication
- RadCom
- Dual-Functional Radar-Communication (DFRC)

1. はじめに

1.2. 本研究の目的とこれまでの取り組み

1.2 本研究の目的とこれまでの取り組み

動機

- 最初の動機：OFDMは周波数同期のズレに弱い
- スペクトル拡散（CDMA）の良いところも捨ててしまった。

目標

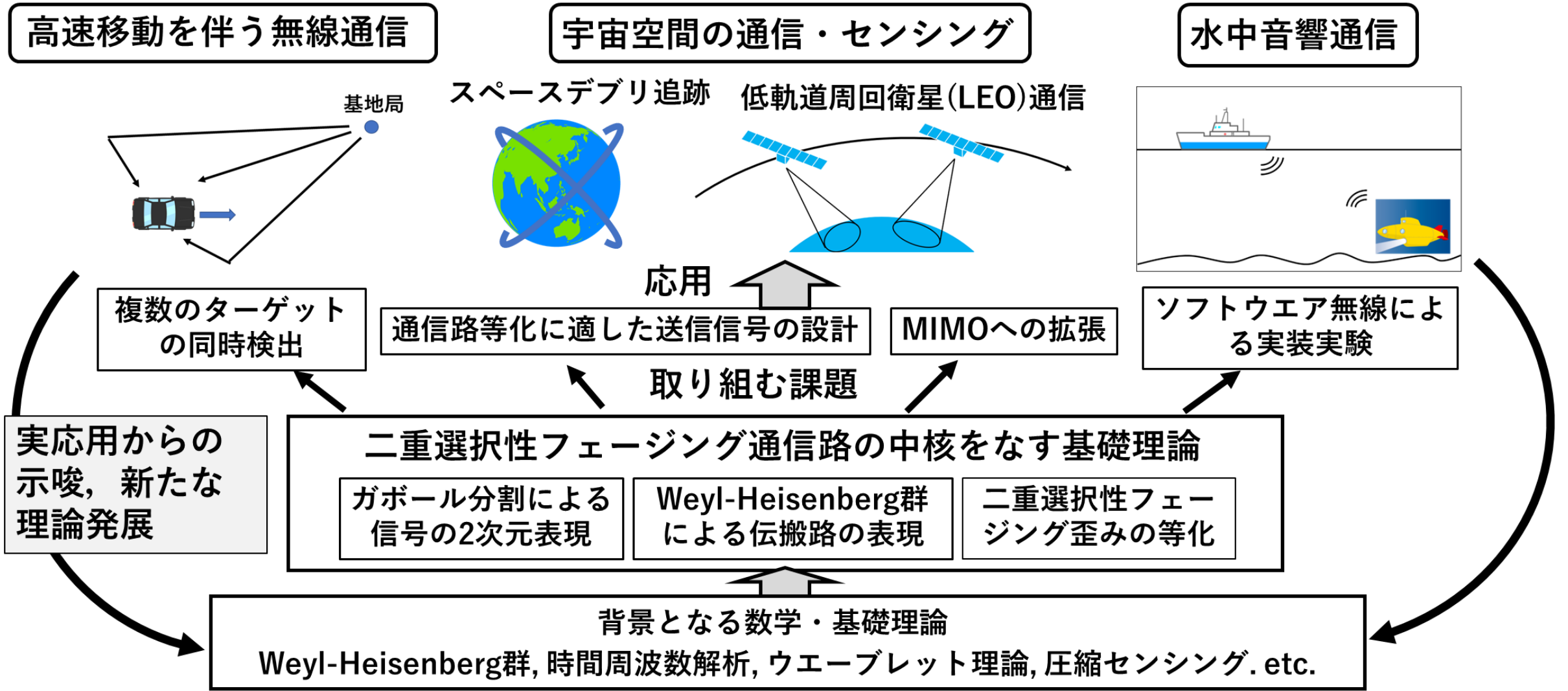
- 周波数のズレに強い無線通信

方針

- “時間同期のズレと周波数同期のズレはフーリエ変換を通じて双対である” ことを積極的に使う

応用

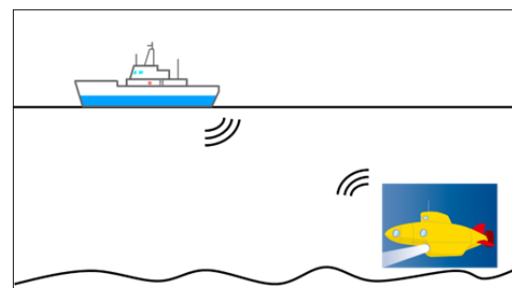
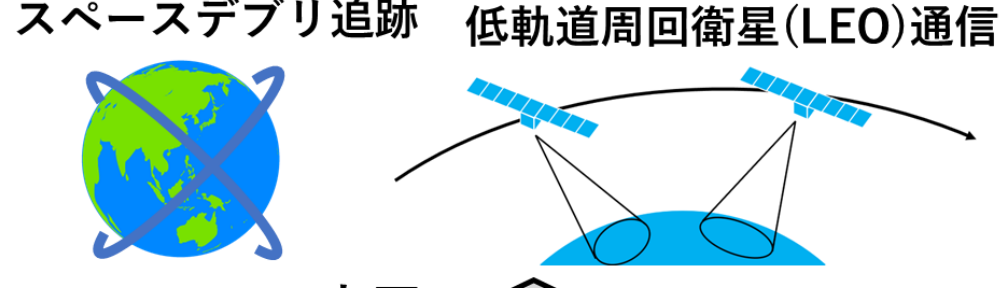
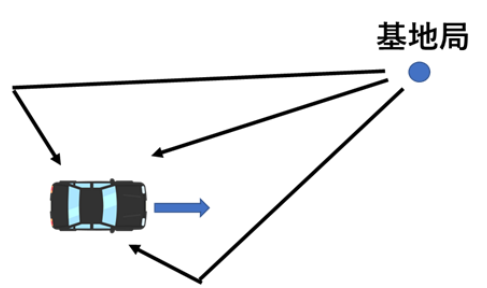
- レーダとしても使える。



高速移動を伴う無線通信

宇宙空間の通信・センシング

水中音響通信



複数のターゲットの同時検出

通信路等化に適した送信信号の設計

MIMOへの拡張

ソフトウェア無線による実装実験

実応用からの示唆, 新たな理論発展

二重選択性フェージング通信路の中核をなす基礎理論

ガボール分割による信号の2次元表現 Weyl-Heisenberg群による伝搬路の表現 二重選択性フェージング歪みの等化

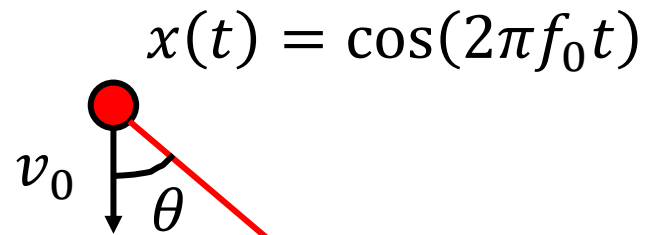
背景となる数学・基礎理論

Weyl-Heisenberg群, 時間周波数解析, ウェーブレット理論, 圧縮センシング. etc.

2. 問題の定式化

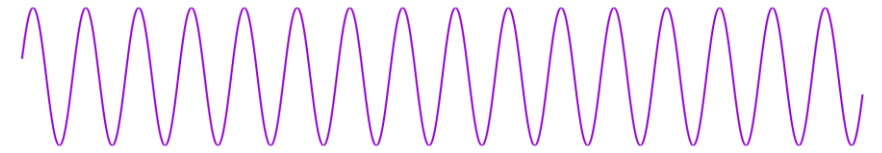
はじめに (1)

● ドップラー効果

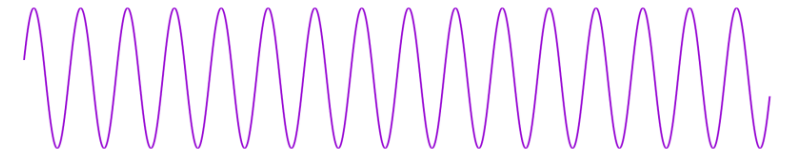


$$f' = f_0 + \Delta f$$

$$= f_0 + \frac{v_0 \cos \theta}{c} f_0$$



$y(t) = A \cos(2\pi f' t + \varphi)$

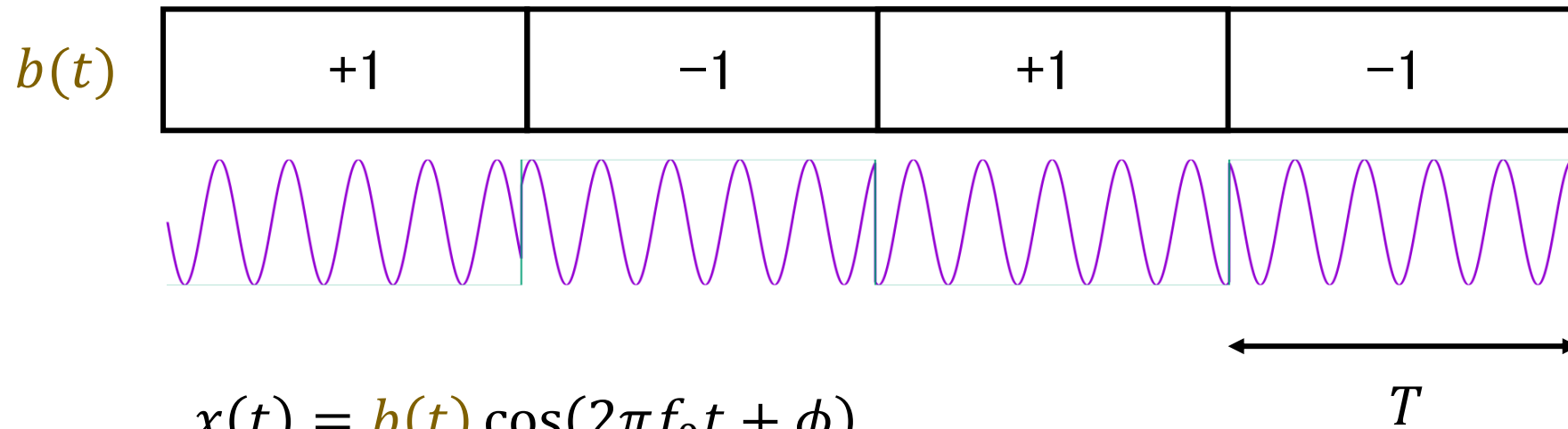


注意

- $c \approx 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$, $v_0 = 100 \text{ km/h} \rightarrow \frac{v_0}{c} = 9.2 \times 10^{-8}$
- ドップラー周波数(Δf)は, f_0 に比例 $1 \text{ GHz} \times (9.2 \times 10^{-8}) = 92 \text{ Hz}$

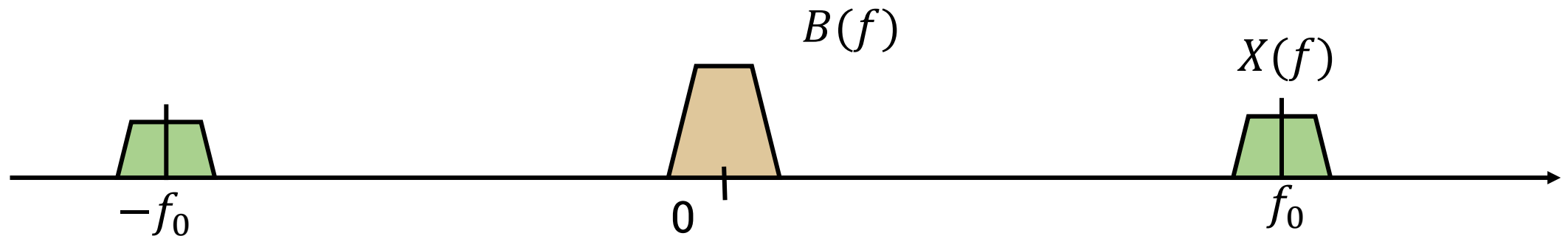
2.1 ドップラー一周波数推移

例) BPSK (二位相偏移変調)

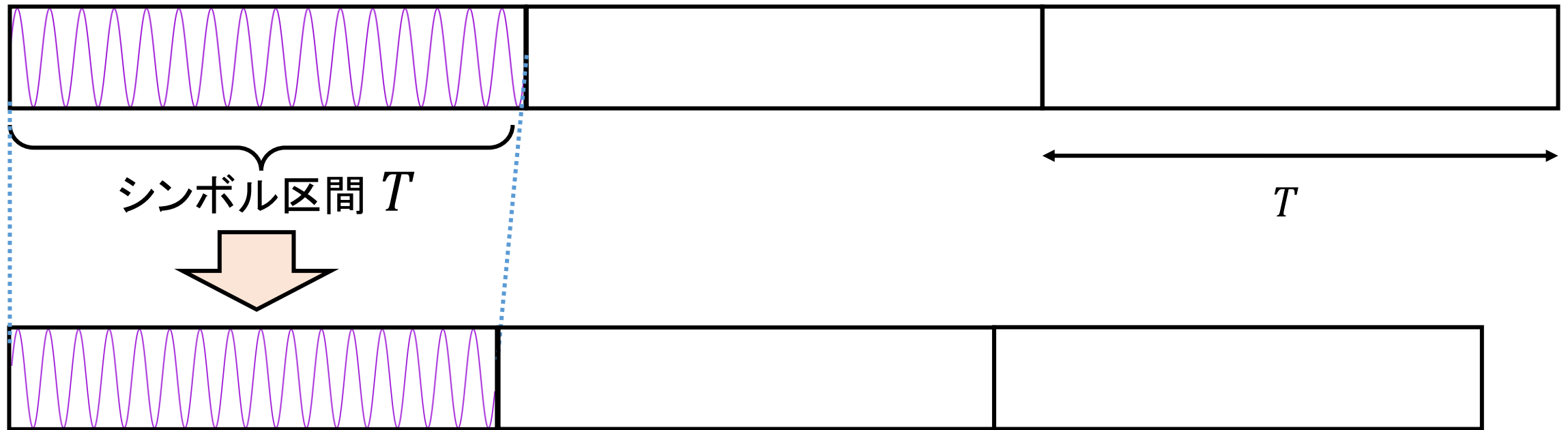


$$x(t) = b(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi)$$

$$X(f) = \frac{1}{2} (B(f - f_0)e^{i\phi} + B(f + f_0)e^{-i\phi})$$



2.1 ドップラー周波数推移



ドップラー効果によりパルスの幅 T もわずかに変化する

- しかし, $\Delta f \ll f_0$ ならば無視できる.
- $\Delta f \ll f_0$ でないときは, 波形の変化も考慮しなくてはならない

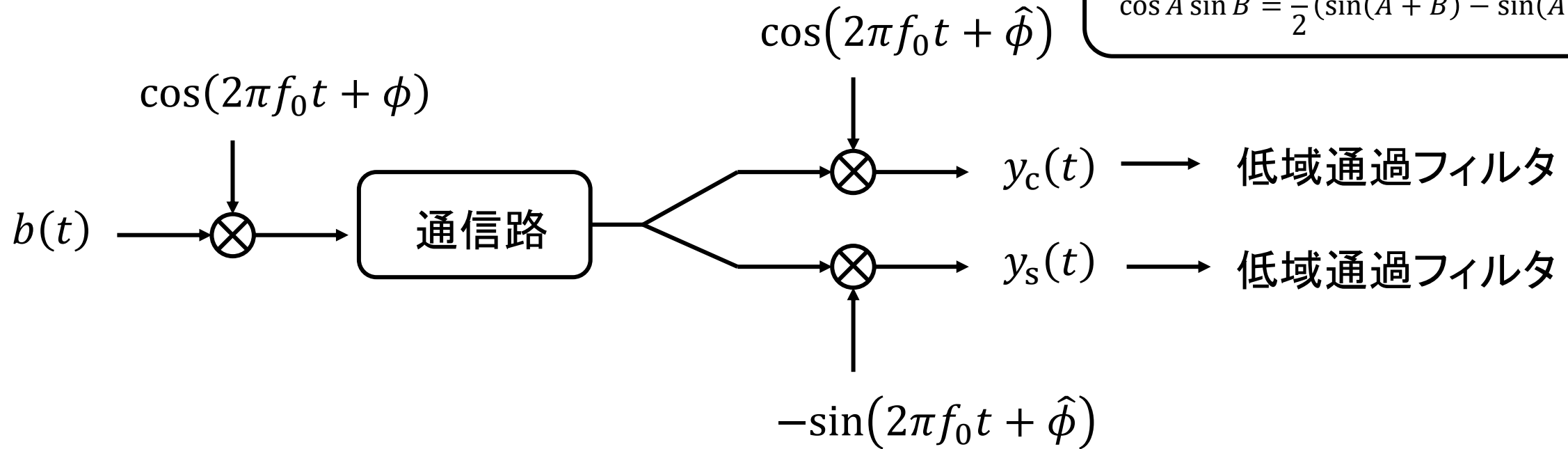
$$r(t) \simeq s_I(t) \cos 2\pi(f_0 + \Delta f)t - s_Q(t) \sin 2\pi(f_0 + \Delta f)t$$

BPSK信号の復調

(説明の都合により実際とは異なる部分があります. ご了承ください)

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A + B) + \cos(A - B))$$

$$\cos A \sin B = \frac{1}{2}(\sin(A + B) - \sin(A - B))$$



$$y_c(t) = \frac{1}{2} b(t) \cos(\phi - \hat{\phi}) + \text{高周波成分}$$

$$y_s(t) = \frac{1}{2} b(t) \sin(\phi - \hat{\phi}) + \text{高周波成分}$$

位相同期回路によって, 受信器の発信器の位相を $\hat{\phi} = \phi$ に制御する.

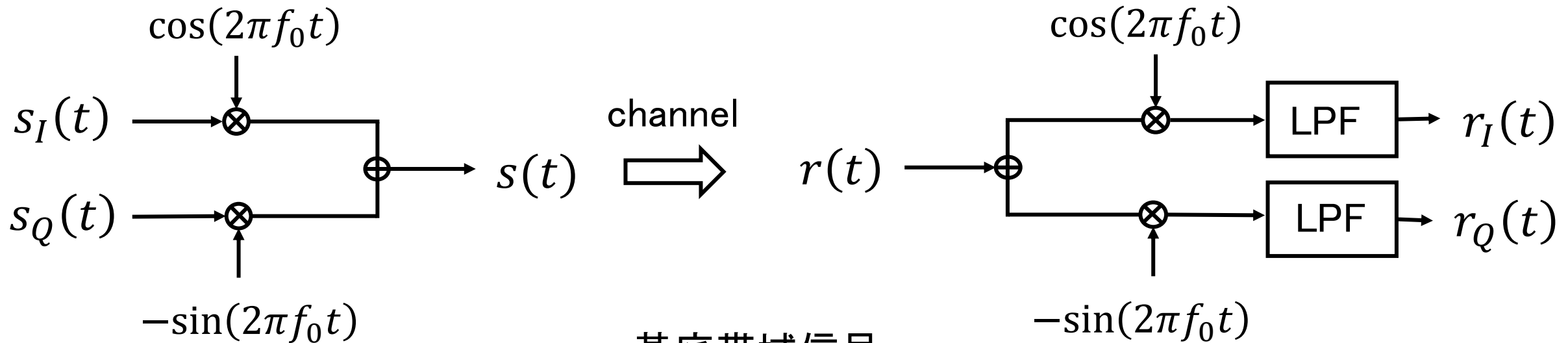
2.2 複素基底帯域表現

ドップラーシフトなし

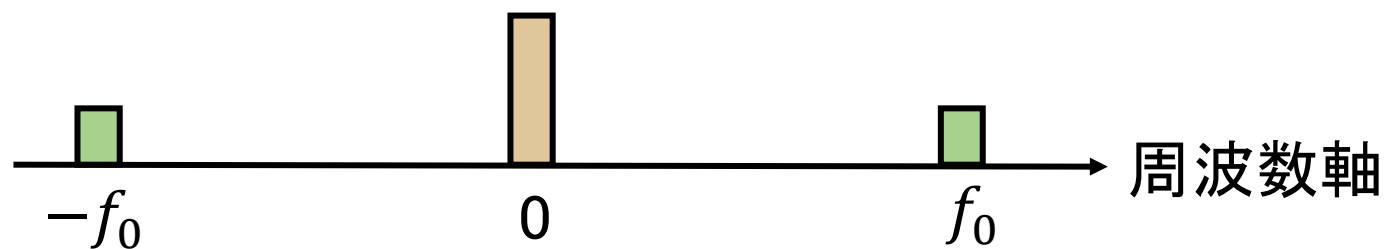
$$s_B(t) = s_I(t) + js_Q(t) \quad \leftarrow \text{等価モデル}$$

$$s(t) = \Re[s_B(t)e^{j2\pi f_0 t}] \quad \leftarrow \text{搬送波帯域の信号}$$

$$= s_I(t) \cos 2\pi f_0 t - s_Q(t) \sin 2\pi f_0 t$$



基底帯域信号

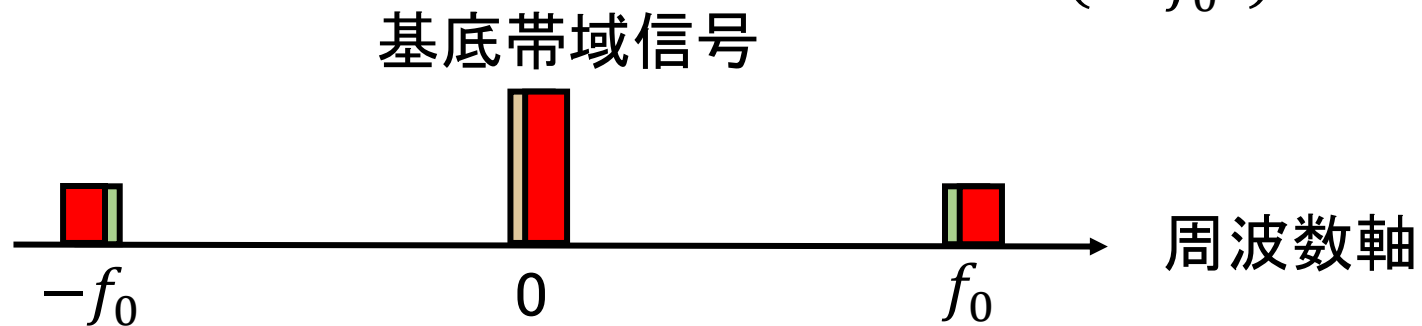
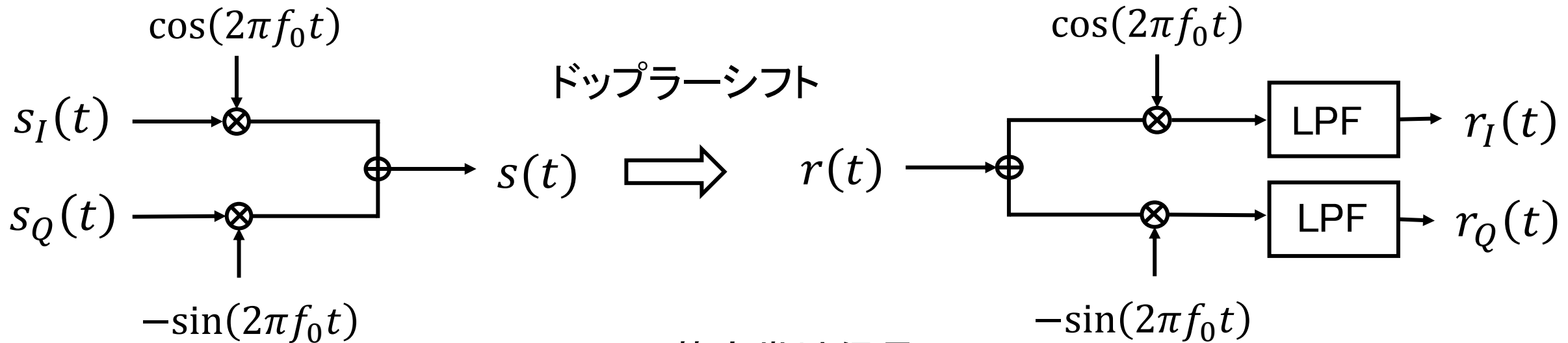


2.2 複素基底帯域表現

ドップラーシフトあり

受信信号 $r(t) = s_I(t) \cos 2\pi(f_0 + \Delta f)t - s_Q(t) \sin 2\pi(f_0 + \Delta f)t$
 $= \Re[s_B(t)e^{j2\pi(f_0 + \Delta f)t}]$

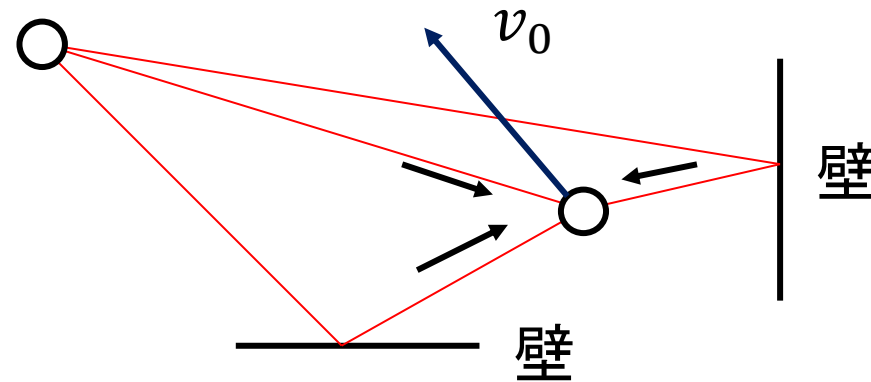
等価モデル $r_B(t) = s_B(t)e^{j2\pi\Delta f t}$



2. 問題の定式化

2.3 フェージング

2.2 フェージング



- 反射波と直接波の合成により起こる。
- 遅延とドップラー周波数が各パスで異なる。
- 位相同期回路が追尾できるのは、1つのパスだけ。
- 一定期間は同一の環境と仮定する。
大きな時間スケールでは、環境も変化する。
- 一般に物体表面は平面ではない。反射する物体の形状によっては、多数のパスが形成される

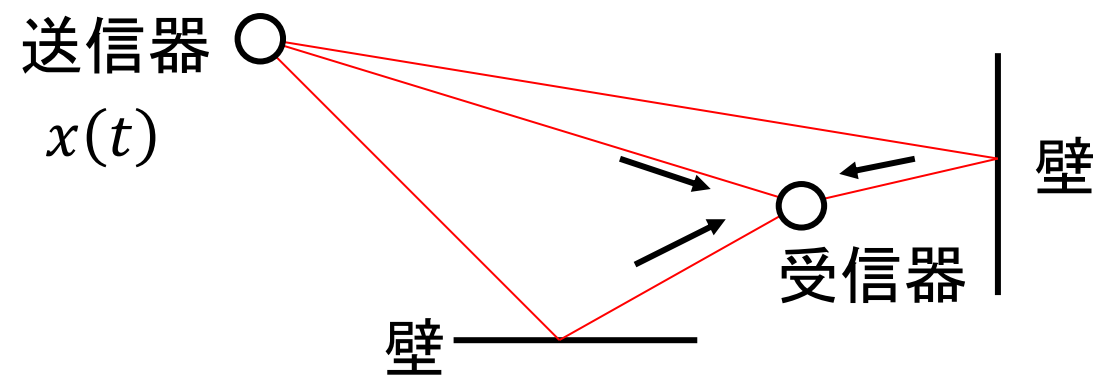
マルチパス (ドップラー周波数なし)

- ドップラー周波数のない通信路は、「インパルス応答」で特徴づけられる。

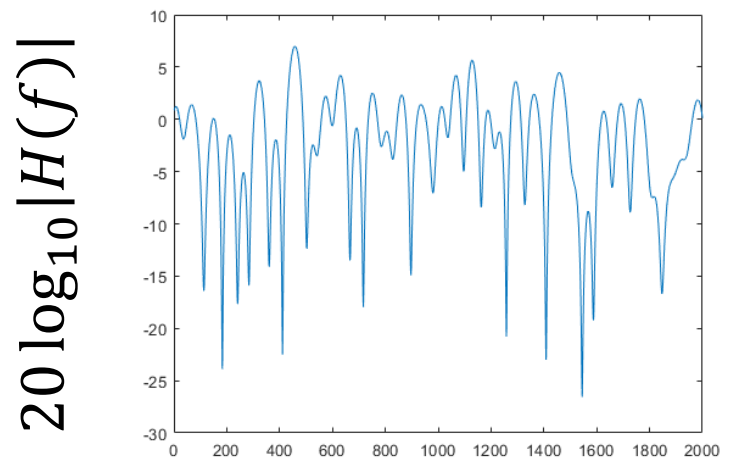
受信信号

$$y(t) = \int_0^{\infty} x(t - \tau)h(\tau)d\tau$$

$$Y(f) = X(f)H(f)$$



周波数選択性フェージング

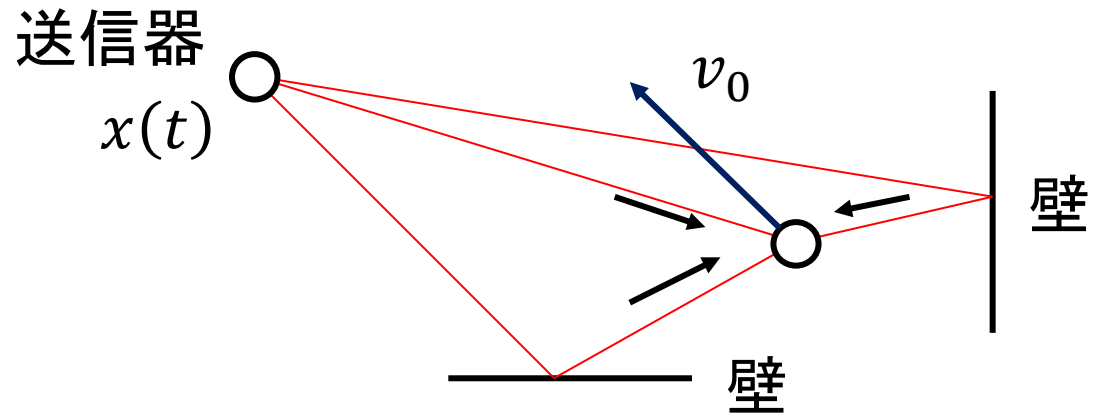


インパルス応答

$$h(\tau) = \sum_{i=1}^P \alpha_i \delta(\tau - t_{d,i})$$

マルチパス通信路 (ドップラー周波数あり)

受信信号



離散モデル

$$y(t) = \sum_i \alpha_i x(t - t_{d,i}) e^{j2\pi f_{D,i} t}$$

- ドップラー周波数があると、時不変システム(畳み込み)では記述できない。
- 通信路の入出力関係は、2変数関数 $h(\tau, t)$ によって記述される。

$$y(t) = \int_0^\infty h(\tau, t) x(t - \tau) d\tau$$

インパルス応答を一般化した表現

二重選択性フェージング

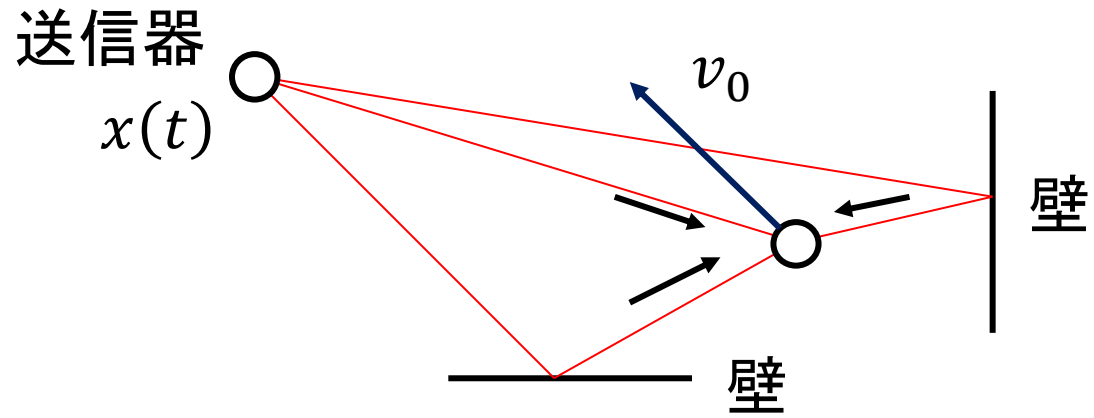
$$h(\tau, t) = \sum_i \alpha_i \delta(\tau - t_{d,i}) e^{i2\pi f_{D,i} t}$$

WSSUSモデル

- 有名な統計モデルですが、今回は使わないため、割愛します。
- Wide-Sense Stationary (広義定常) Uncorrelated Scattering (無相関散乱)
- Phillip A. Bello, “Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels,” *IEEE Trans. Commun. Syst.* 1963.によって確立された。
- WSSの仮定 $\rightarrow E[h(\tau, t)h^*(\tau', t')] = r_h(\tau, \tau'; t - t')$
 - 時刻 t と t' の時間差のみに依存する
- USの仮定 $\rightarrow E[h(\tau, t)h^*(\tau', t')] = r_h(\tau; t, t')\delta(\tau - \tau')$
 - 異なる τ_p に対応する α_p は無相関。
- WSSUS $\rightarrow E[h(\tau, t)h^*(\tau', t')] = r_h(\tau; t - t')\delta(\tau - \tau')$

マルチパス通信路 (ドップラー周波数あり)

受信信号



離散モデル

$$y(t) = \sum_i \alpha_i x(t - t_{d,i}) e^{j2\pi f_{D,i} t}$$

レーダー問題

- 目的: ① $t_{d,i}, f_{D,i}$ の推定法を与える。
 ② 推定に適した $x(t)$ の設計法を与える。

前提: 推定器には $x(t)$ と $y(t)$ は既知。

$x(t)$ の時間幅 T , 帯域幅 W は固定。

$(\alpha_i, t_{d,i}, f_{D,i})$ の従う分布、パスの数は既知。(課題)

時変通信路の推定

- 既知信号 $x(t)$ を送る。受信信号と $y(t)$ と $x(t)$ のアンビグニティ関数

$$R_{x,y}(\tau, \nu) = \int y(t)x^*(t - \tau)e^{-i2\pi\nu t} dt$$

を計算しピーク検出を行う。

$$R_{x,y}(\tau, \nu) = \sum_i \alpha_i e^{j2\pi(\nu - \nu_i)\tau_i} R_{x,x}(\tau - \tau_i, \nu - \nu_i)$$

- $x(t)$ は、 $R_{x,x}(\tau, \nu)$ が原点以外で0に近いことが望まれるが、良い設計法は知られていない。

3. 従来法

3. 従来法

● 既存のレーダの変調方式

レーダの変調方式

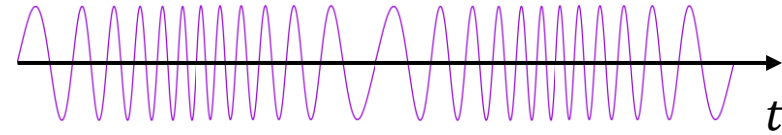
連続波(CW)方式

- FM (周波数変調)CW
- 高速チャープ(FCM)

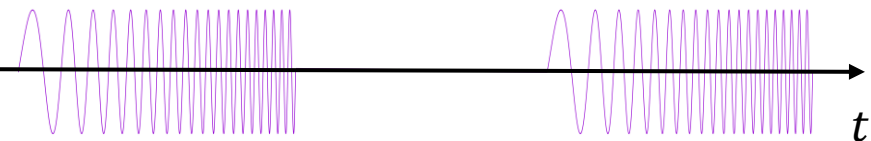
パルス方式

- パルス圧縮レーダ
- チャープパルスレーダ
- 位相符号化パルスレーダ
- **2次元ガボール拡散レーダ**

パルス幅なし (連続信号)



パルス幅



Barker符号

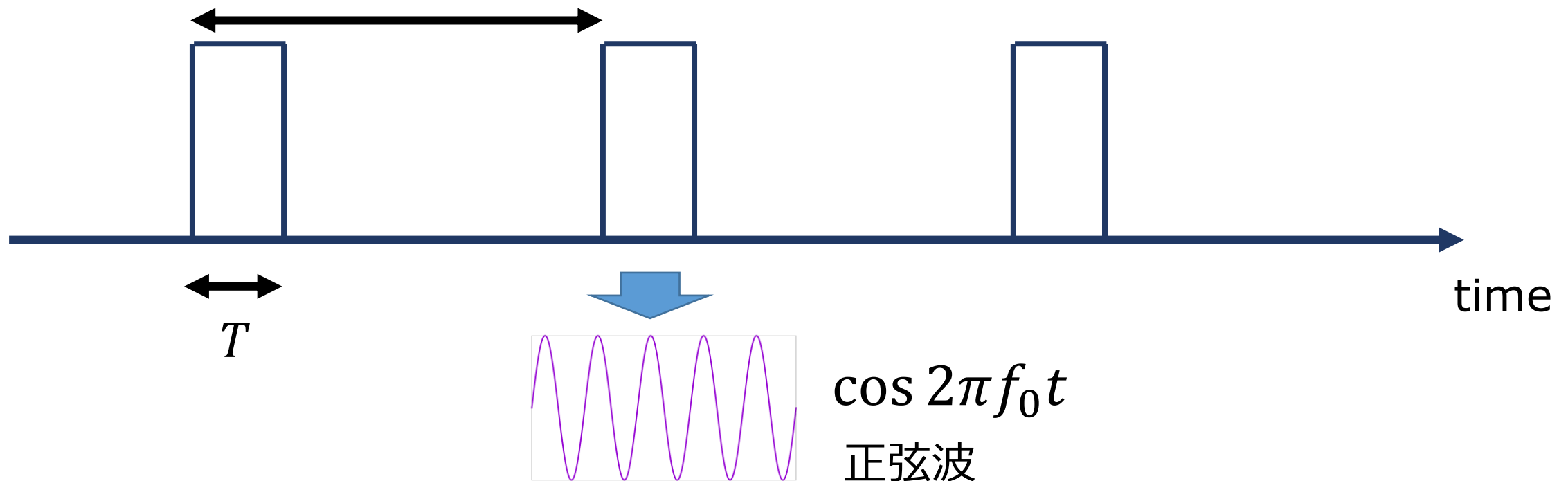


- レーダの基本は、レンジ(距離)推定
- ドップラーレーダは、速度のみ検出
- FMCWは、距離と速度を同時検出できる

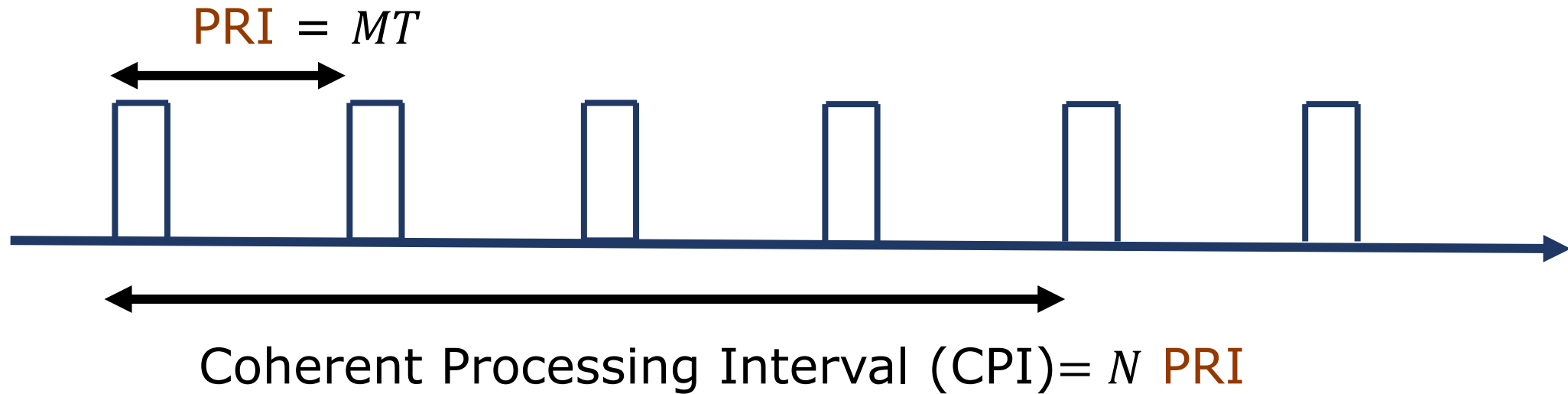
3.1 基本的なレーダの信号処理

- パルスレーダ (Pulsed Radar)
 - PRI(Pulse Repetition Interval)パルス繰り返し間隔
 - パルス幅を T とする.
- まず無圧縮の場合を説明する

$$\text{PRI} = MT$$



パルスレーダ (Pulsed Radar) 送信信号



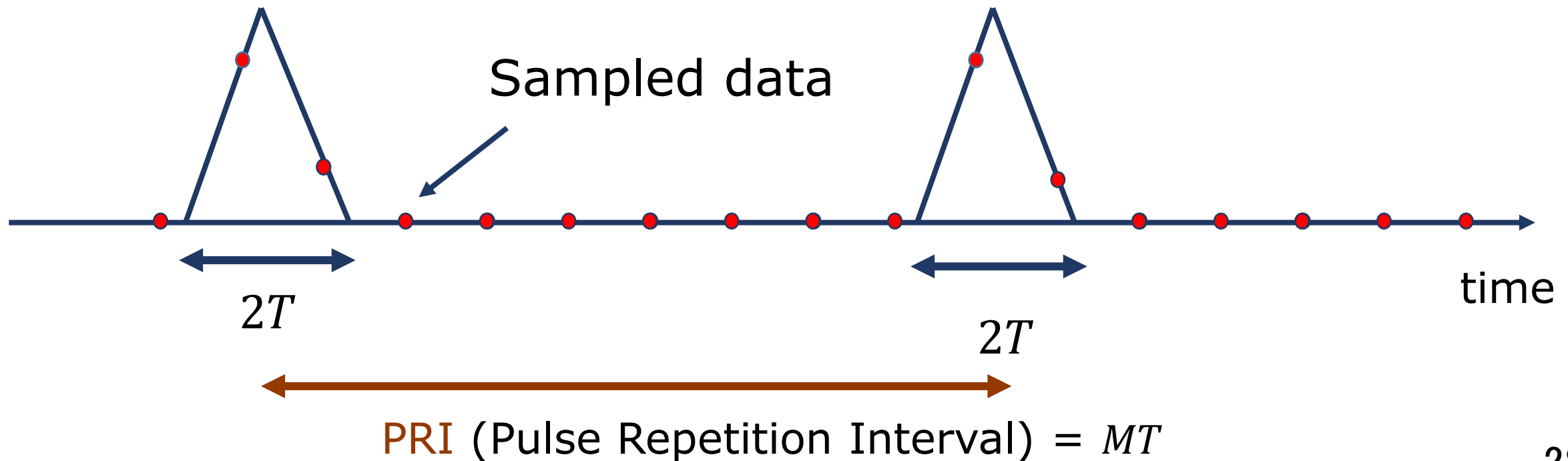
- CPI: 処理の単位. チャンネルが変動しないとみなせる範囲.
- $CPI = N \text{ PRI} = N \cdot MT$

$$x(t) = \sum_{k=0}^{M-1} p(t - kMT), \quad p(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

パルスレーダ：受信信号

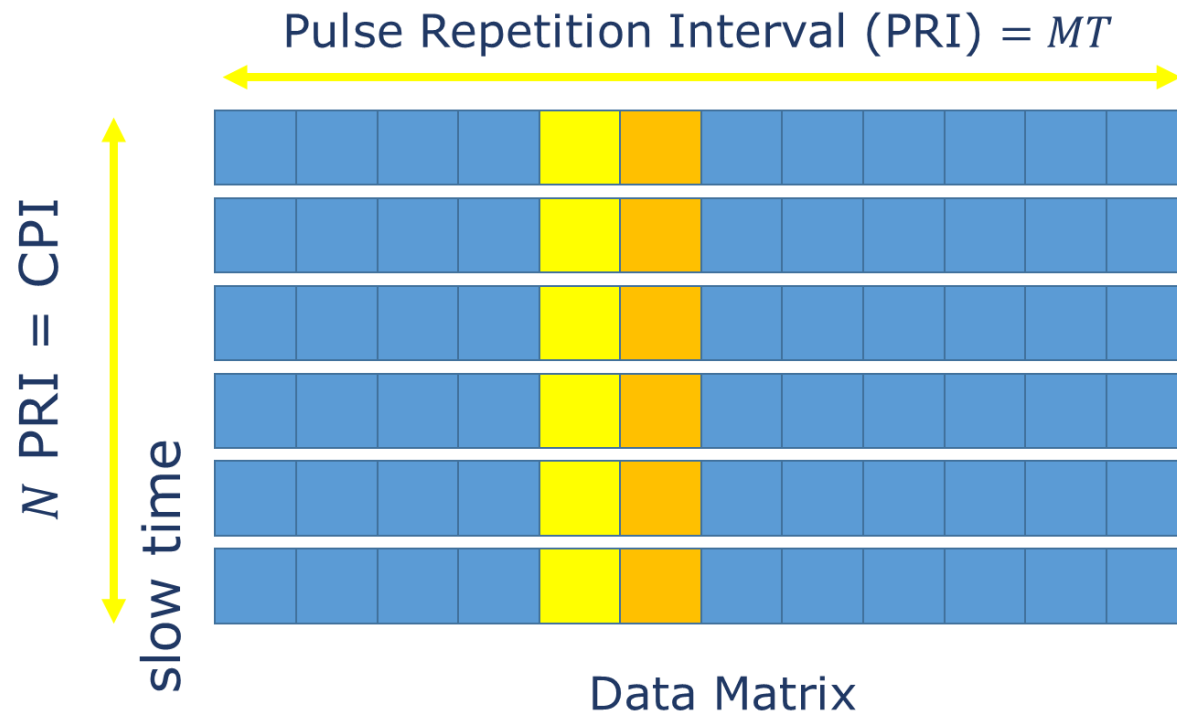
- マッチトフィルタ出力

$$Z(t) = \int_0^T p(T - \tau)y(t - \tau) d\tau$$



パルスレーダ：遅延時間の検出

- $Z(nT)$ を並べる



$N \times M$ matrix

$$(k, m) \quad 0 \leq k \leq N - 1$$

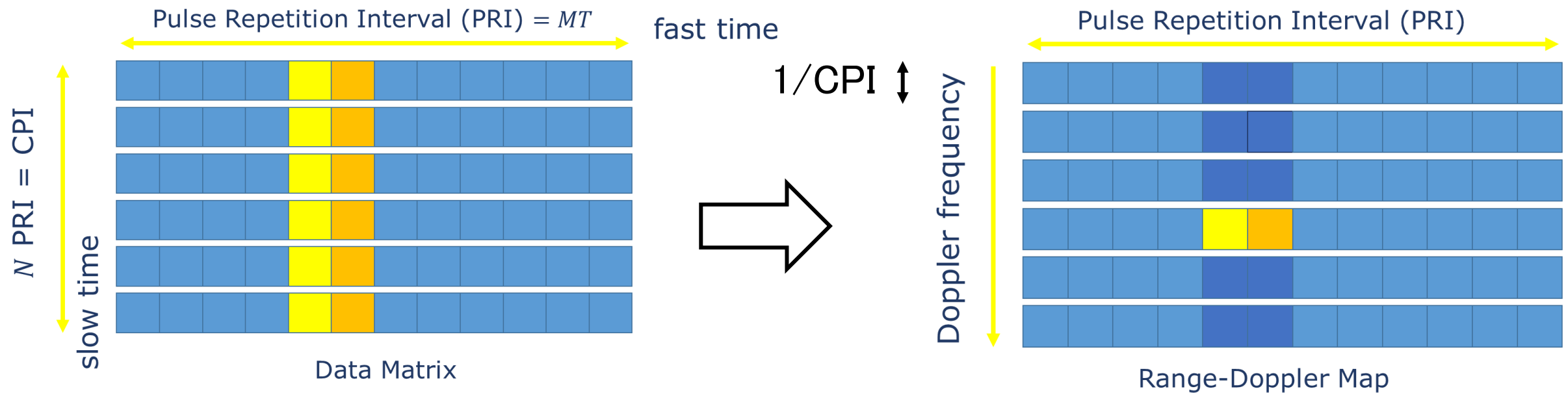
$$0 \leq m \leq M - 1$$

$$Z((m + kM)T) = e^{i2\pi f_D(m+kM)T} \int_0^T p(t)p(t - t_d + \tau)e^{i2\pi f_D t} dt$$

$$= 0 \text{ if } |t_d - \tau| > T$$

パルスレーダ：ドップラー周波数の検出

- 縦方向にフーリエ変換 (slow time → Doppler)



$$\sum_{k=0}^{N-1} e^{j2\pi f_D(m+kM)T} e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} = c \sum_{k=0}^{N-1} e^{j2\pi\left(f_D MT - \frac{n}{N}\right)k}$$

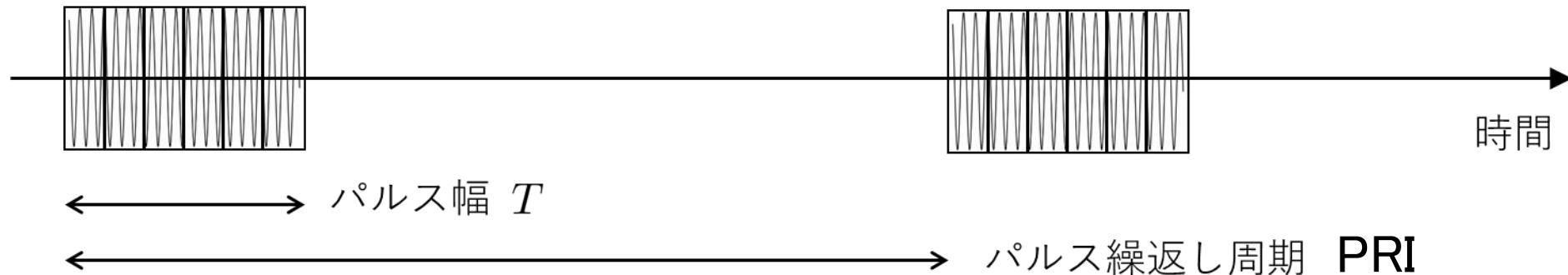
周期性により

$$-\frac{1}{2MT} < f_D < \frac{1}{2MT}$$

3.1 パルスレーダ（無圧縮）のまとめ

- パルスレーダ方式
 - 遅延の検出：パルス繰り返し間隔(PRI)ごとに1回ピークが出る.
 - ドップラー周波数の検出：Slow time方向にフーリエ変換する.
- ドップラーの検出精度は、 $1/CPI$.
- 遅延時間の検出精度はパルス幅 T に等しい
(→パルス圧縮技術により精度が向上する)

3.2 パルス圧縮



- パルス送信区間を変えずに、分解能を上げる方法をパルス圧縮という。（スペクトル拡散と同じ）
 - 位相符号化によるパルス圧縮方式（上図）
 - Barker符号
 - チャープ化によるパルス圧縮方式
 - パルスがチャープ（線形周波数変調）信号
- 時間分解能が向上する

Barker符号

- +1, -1 の2値の系列
- 非周期相互相関関数の値(遅れ0以外)が0, ±1の3値

Known Barker codes

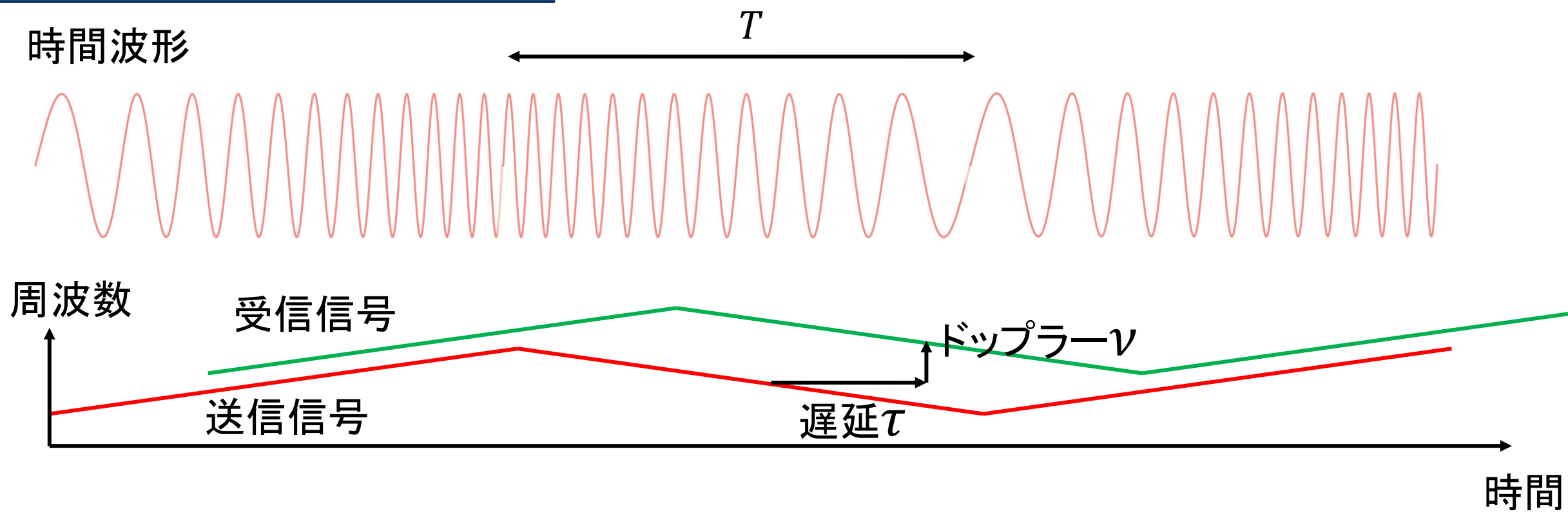
Length	Codes	Sidelobe level ratio ^{[13][14]}
2	+1 -1 +1 +1	-6 dB
3	+1 +1 -1	-9.5 dB
4	+1 +1 -1 +1 +1 +1 +1 -1	-12 dB
5	+1 +1 +1 -1 +1	-14 dB
7	+1 +1 +1 -1 -1 +1 -1	-16.9 dB
11	+1 +1 +1 -1 -1 -1 +1 -1 -1 +1 -1	-20.8 dB
13	+1 +1 +1 +1 +1 -1 -1 +1 +1 -1 +1 -1 +1	-22.3 dB

注意1: 自己相関関数→対象は, 遅延時間のみ.

ドップラー周波数を考慮 → Ambiguity 関数が重要.

注意2: 既存レーダでは, 2相符号から多相符号へ拡張. 振幅を可変にしても良いはず. 34

3.4 FMCW(Frequency Modulated Continuous Wave)



送信信号と受信信号をミキシングする
 →周波数の差に応じたビートが発生する
 上りチャープと下りチャープのビート周波数から
 連立一次方程式を解いて、 τ, ν を検出する

4. 提案法

ガボール分割スペクトル拡散
(ガウス波形による2次元BPSK)

4. 提案法 概要

- 目的

- ドップラー周波数に強い通信方式の開発
- そのための遅延・ドップラー周波数の同時推定法
- ドップラー周波数を高精度に検出するレーダに応用

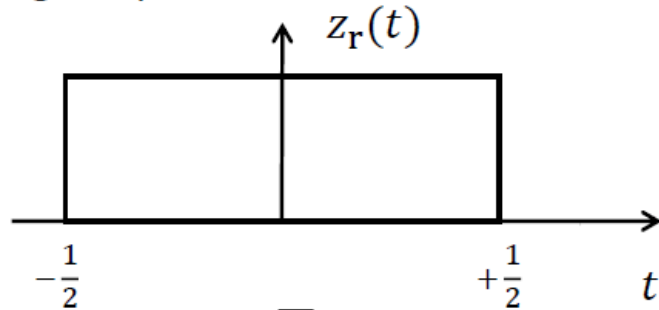
- 遅延・ドップラー周波数を推定する手法 Phase Updating

Loopを紹介する。

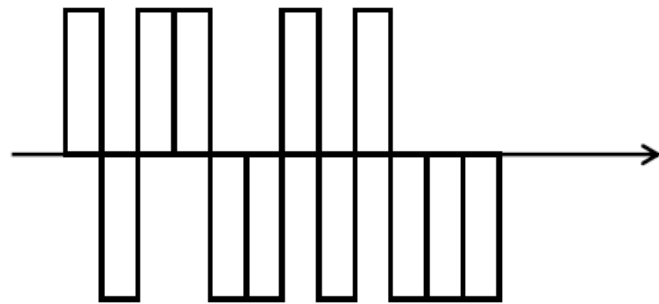
→ Python コード (<https://github.com/jitumatu/>)

時間領域スペクトル拡散. 矩形波とガウス波形の比較

Rectangular pulse

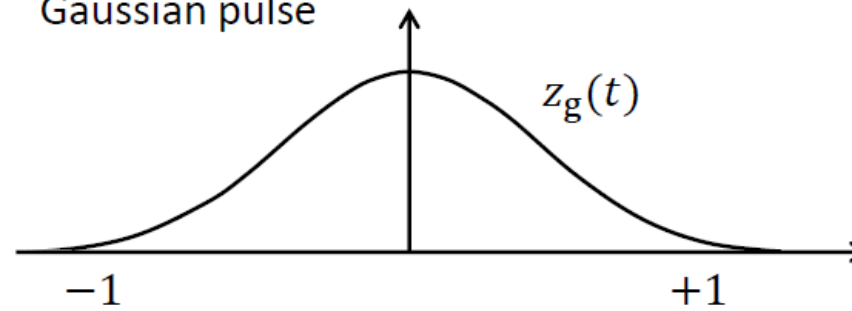


SS modulation

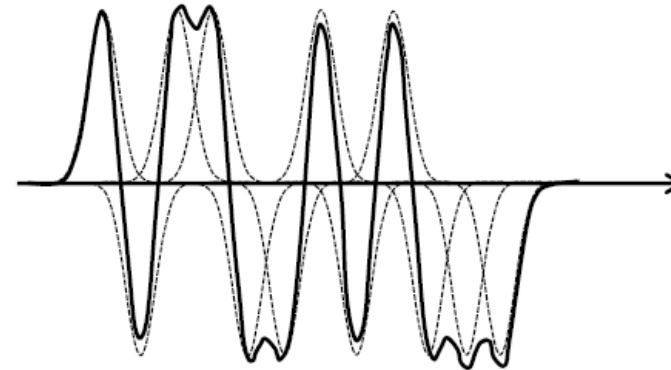


$$u^{\text{TD}}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} X_n z_r(Nt - n)$$

Gaussian pulse



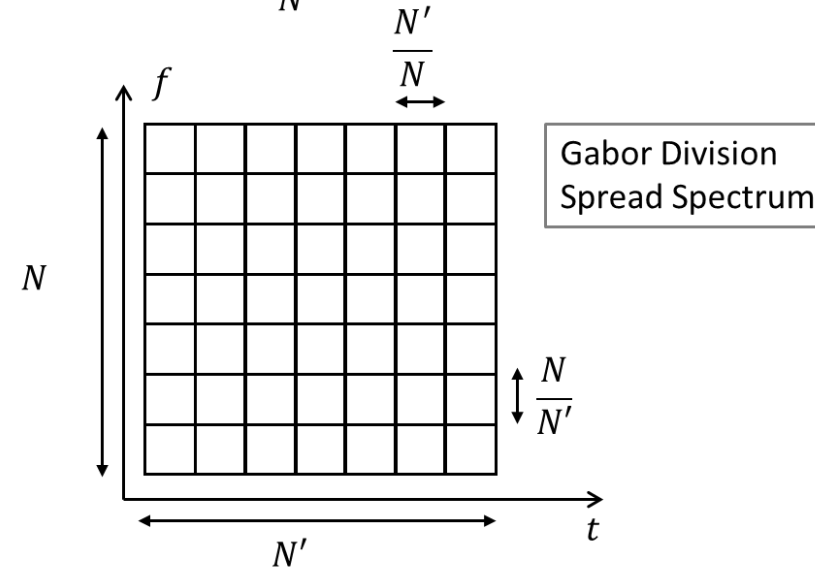
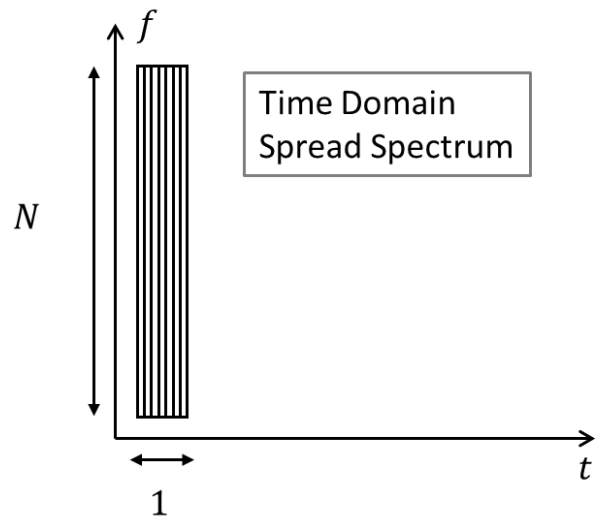
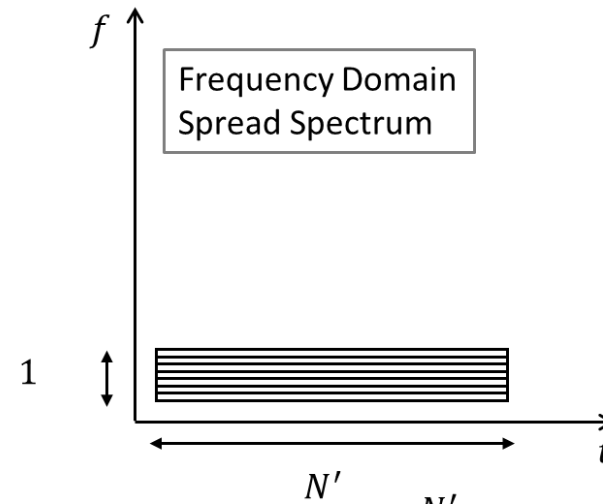
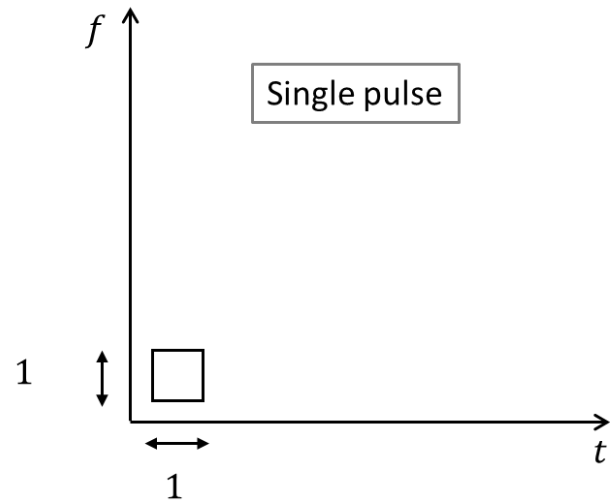
SS modulation



$$u^{\text{TD}}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} X_n z_g(Nt - n)$$

パルスを時間方向に圧縮した後, ずらして足し合わせている.

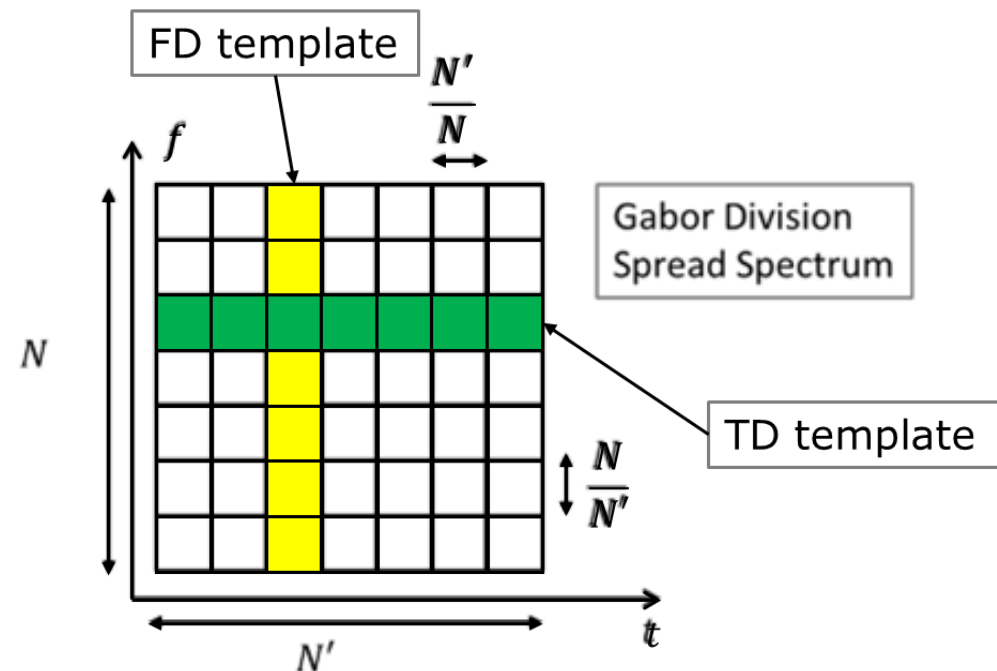
時間領域スペクトル拡散/周波数領域スペクトル拡散/Gabor分割スペクトル拡散



ガボール分割SS

$$s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{n'=0}^{N'-1} X_n X'_{n'} g(t - nT_c) e^{j2\pi n' F_c \left(t - \frac{nT_c}{2}\right)}$$

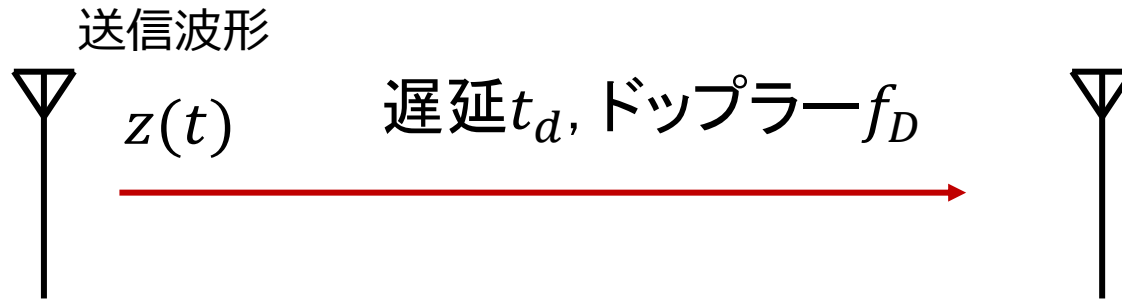
- X_n を時間領域符号, $X'_{n'}$ を周波数領域符号と呼ぶ.
- $F_c T_c = 1$ とする.



1. 研究背景と目的
2. 既存レーダーについて
3. ガボール分割SS
- 4. Phase Updating Loop (PUL)**
5. まとめと今後の課題

Phase Updating Loop (位相更新ループ)(1/2)

- 最初に、単一パルス $z(t)$ に対するPULを説明する。



遅延を推定する相関受信器出力

ドップラー周波数の仮の推定値を \hat{f}_D とする.

$$c(\sigma|\hat{f}_D) = \int r(t)\bar{z}(t-\sigma) e^{-j2\pi\hat{f}_D(t-\frac{\sigma}{2})} dt$$

ドップラーを推定する相関受信器出力

遅延の仮の推定値を \hat{t}_d とする.

$$C(\mu|\hat{t}_d) = \int R(f)\bar{Z}(f-\mu) e^{j2\pi\hat{t}_d(f-\frac{\mu}{2})} df$$

Phase Updating Loop (位相更新ループ)(2/2)

Algorithm 1 Simplified Phase Updating Loop

1: Set initial $\hat{f}_D^{[0]} \leftarrow 0$. Set $t \leftarrow 0$. Set $\varepsilon > 0$ arbitrarily. The maximum delay $t_{d,\max}$ and the maximum Doppler shift $f_{D,\max}$ are given.

2: **repeat**

$$\hat{t}_d^{[t+1]} \leftarrow \arg \max_{\sigma \in [0, t_{d,\max}]} |c(\sigma | \hat{f}_D^{[t]})| \quad (10)$$

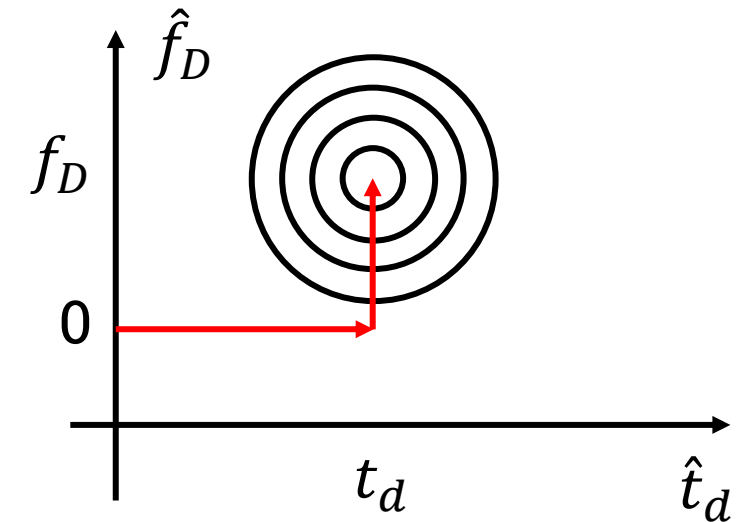
$$\hat{f}_D^{[t+1]} \leftarrow \arg \max_{\mu \in [-f_{D,\max}, f_{D,\max}]} |C(\mu | \hat{t}_d^{[t+1]})| \quad (11)$$

$t \leftarrow t + 1$

3: **until** $|\hat{t}_d^{[t]} - \hat{t}_d^{[t-1]}| \leq \varepsilon$ and $|\hat{f}_D^{[t]} - \hat{f}_D^{[t-1]}| \leq \varepsilon$ holds

4: **return** $\hat{t}_d^{[t]}$ and $\hat{f}_D^{[t]}$

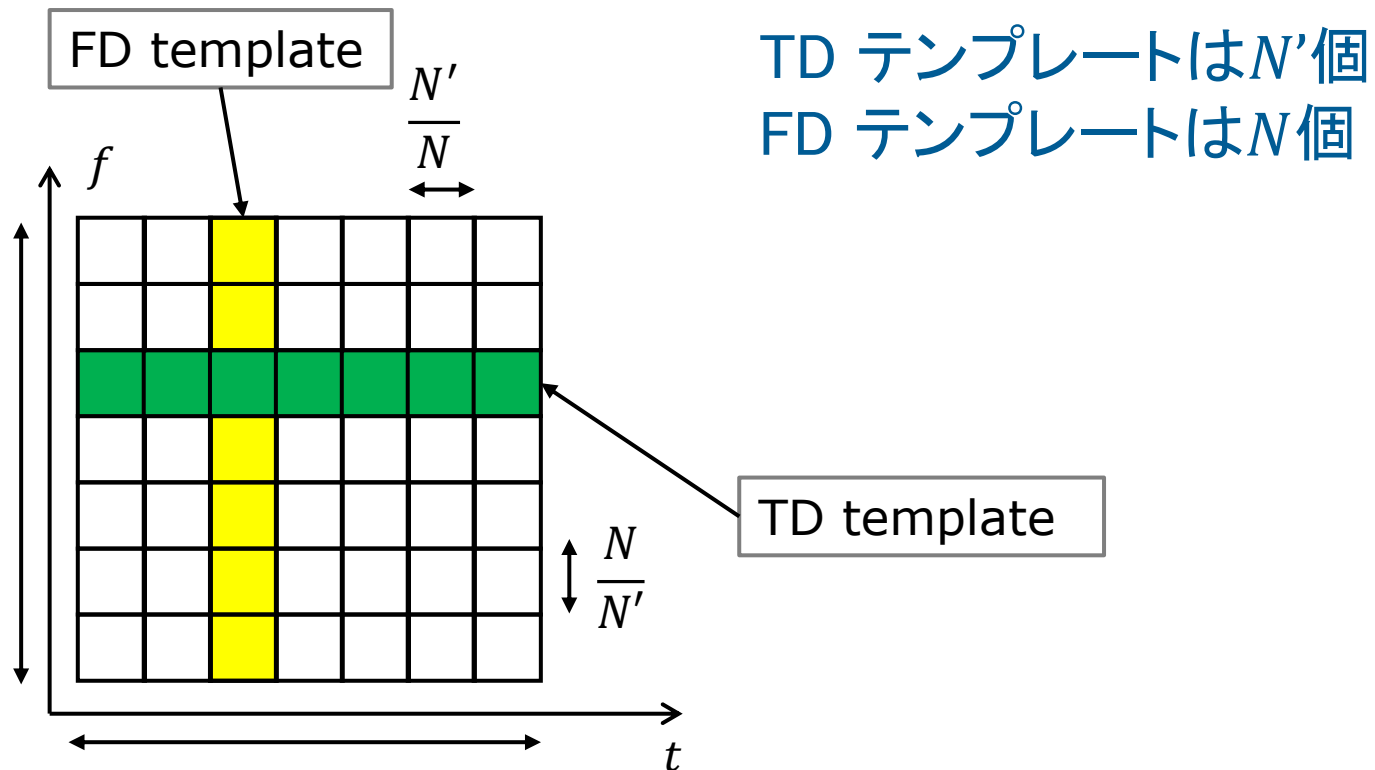
相関器出力の絶対値の等高線



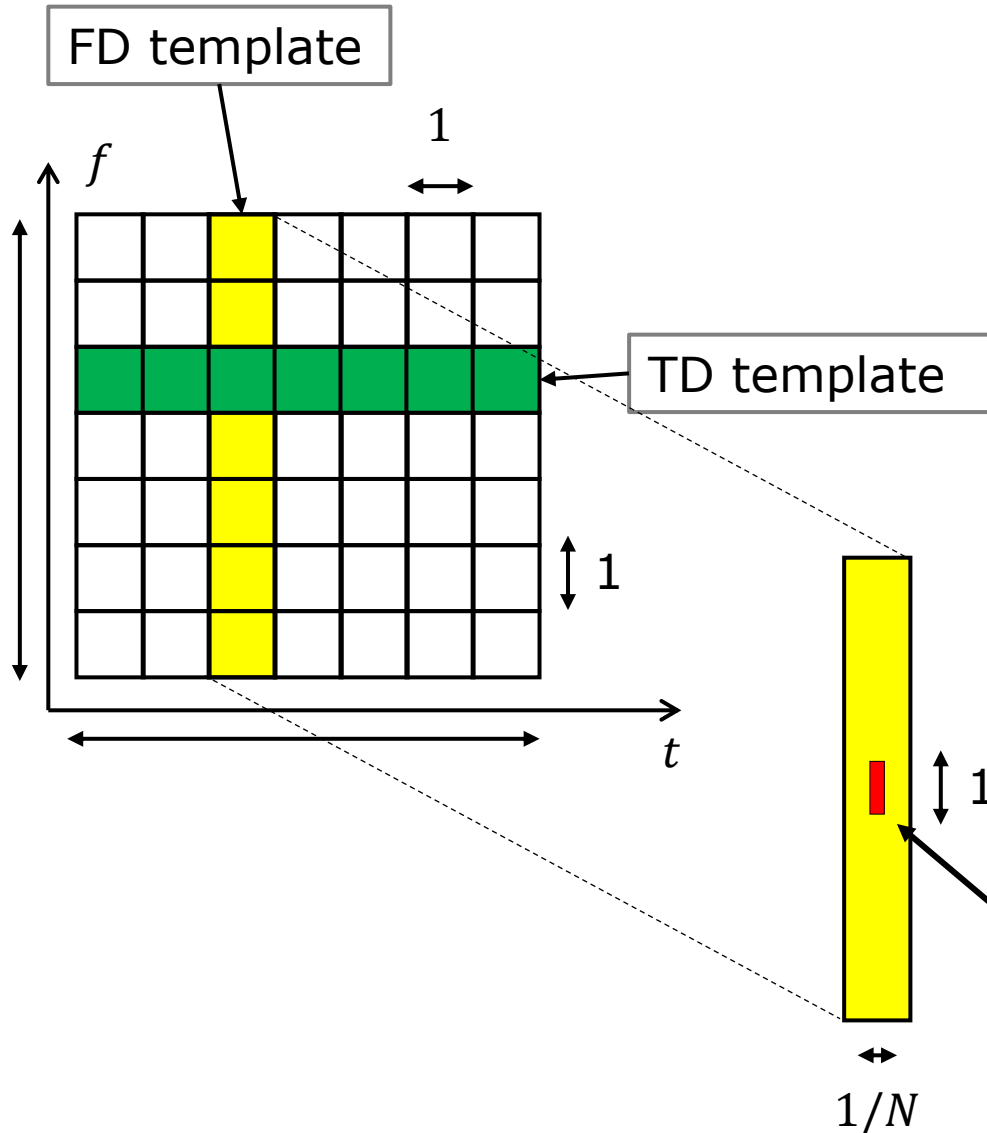
- 無雑音: 2回で必ずピークを検出できる
- 有雑音: 疑似のピークに捕まることがある

ガボール分割SSの場合のPUL

- 送信信号を分割し, 受信信号との相関を取る
- 分割された信号をテンプレートと呼ぶ



- 各テンプレートの中で, 相関器の出力が最大のものを選択する.

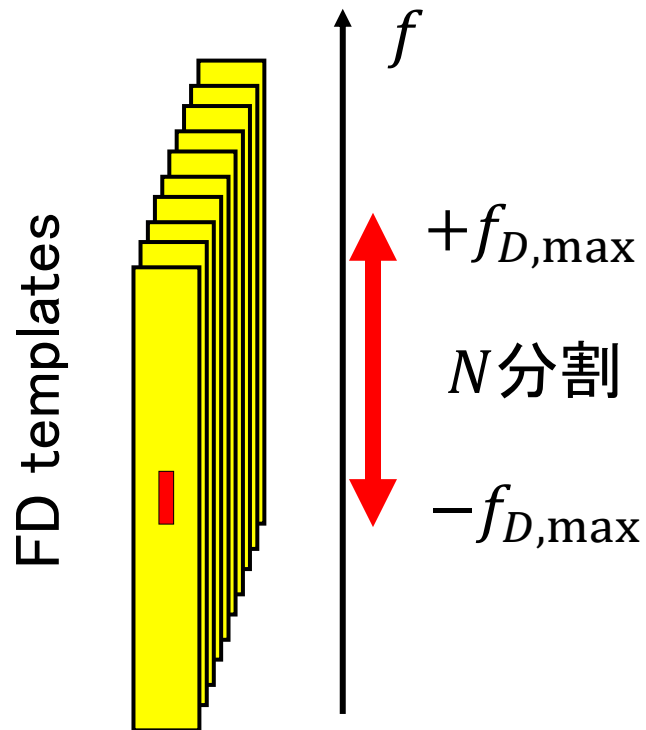


- 広く理解されている原理
 - 広帯域信号は時間分解能が高い
 - 時間分解能は、帯域幅の逆数
 - (双対性) 「周波数分解能は、時間幅の逆数」
 - FDテンプレートの時間分解能は、 $\frac{1}{N}$ 周波数分解能は1.
(誤解されやすいので注意)
 - TDテンプレートの時間分解能は1, 周波数分解能は $\frac{1}{N}$.
- ※ 分解能: 相関が高い値を取る。

GDSSのPUL ($N = N'$)

- N 個のテンプレートペアを使い、PULを実行。
- 相関値が最も大きいものを暫定の推定値とする。

初期値 $\hat{f}_D^{[0]}[n]$ の選び方



Algorithm 2 Phase Updating Loop in GDSS (revised)

- 1: Set initial $\hat{f}_D^{[0]}[n] \leftarrow \frac{2f_{D,\max}}{N} (n - \frac{N-1}{2})$, $i \leftarrow 0$ and set $\varepsilon > 0$ arbitrarily. The maximum delay $t_{d,\max}$ and the maximum Doppler shift $f_{D,\max}$ are given.

2: **repeat**

$$\hat{t}_d^{[i+1]}[n] \leftarrow \arg \max_{\sigma \in [0, t_{d,\max}]} \left| C_{p,p',n}^{\text{GD(FD)}}(\sigma | \hat{f}_D^{[i]}[n]) \right| \quad (44)$$

$$\hat{f}_D^{[i+1]}[n] \leftarrow \arg \max_{\mu \in [-f_{D,\max}, f_{D,\max}]} \left| C_{p,p',n'}^{\text{GD(TD)}}(\mu | \hat{t}_d^{[i+1]}[n]) \right| \quad (45)$$

$$\hat{n} \leftarrow \arg \max_n \max_{\mu \in [-f_{D,\max}, f_{D,\max}]} \left| C_{p,p',n'}^{\text{GD(TD)}}(\mu | \hat{t}_d^{[i+1]}[n]) \right| \quad (46)$$

$i \leftarrow i + 1$

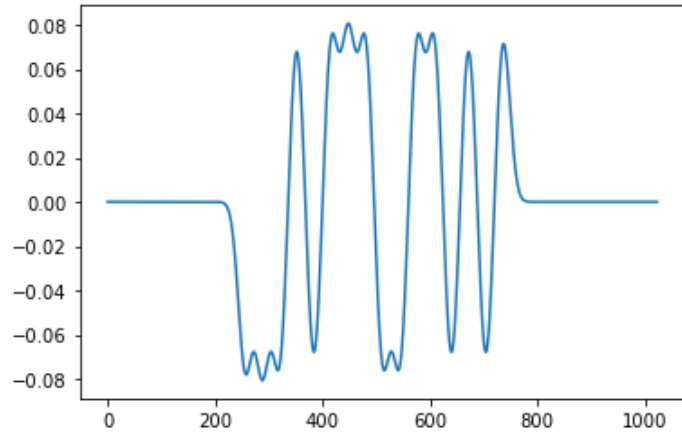
- 3: **until** $|\hat{t}_d^{[i]}[\hat{n}] - \hat{t}_d^{[i-1]}[\hat{n}]| \leq \varepsilon$, $|\hat{f}_D^{[i]}[\hat{n}] - \hat{f}_D^{[i-1]}[\hat{n}]| \leq \varepsilon$ holds

4: **return** $\hat{t}_d^{[i]}[\hat{n}]$ and $\hat{f}_D^{[i]}[\hat{n}]$

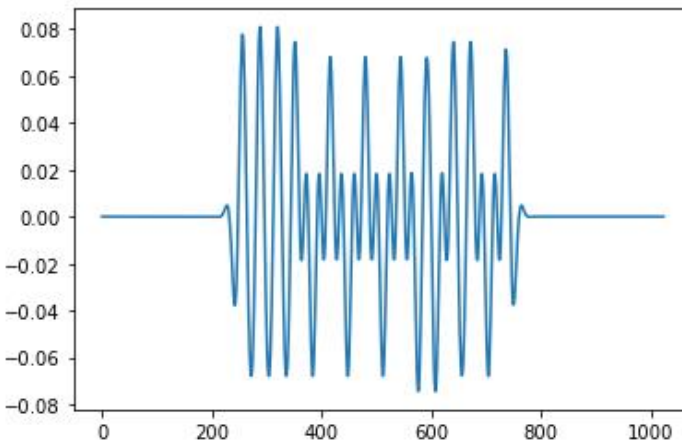
プログラム実行例

系列長 $L = 1024$

TD,FD 拡散符号長 $N = N' = 16$

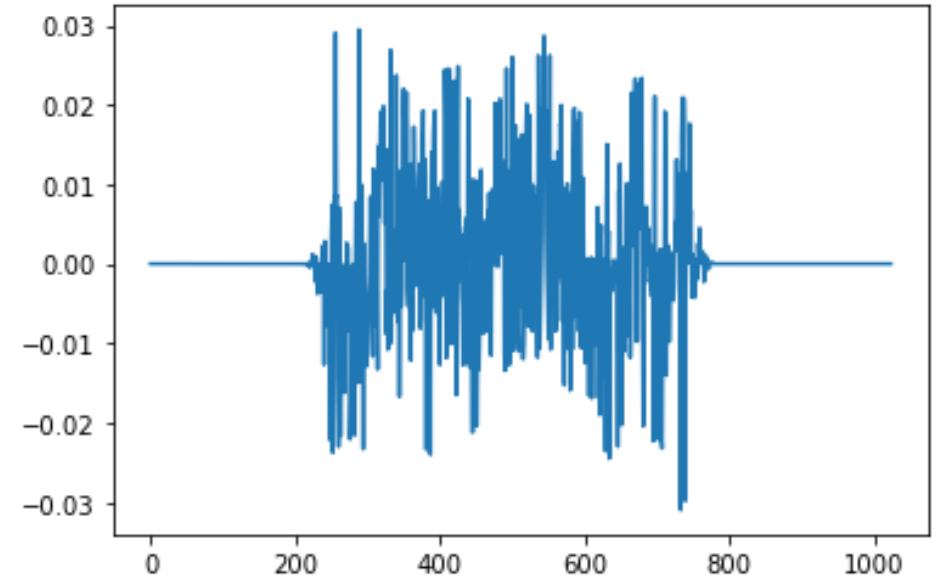


$u_0^{\text{TD}}(t)$

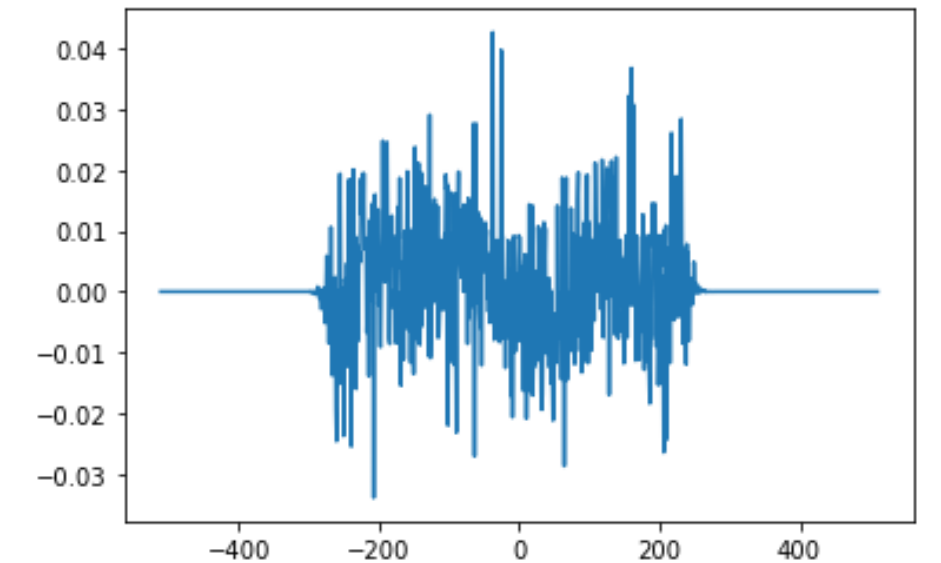


$u_1^{\text{TD}}(t)$

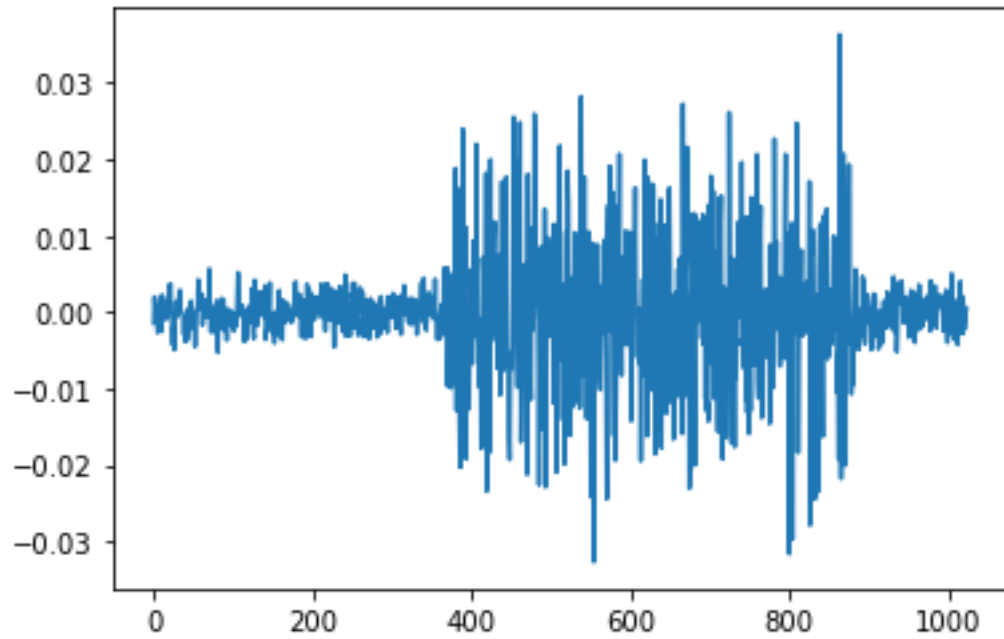
送信信号



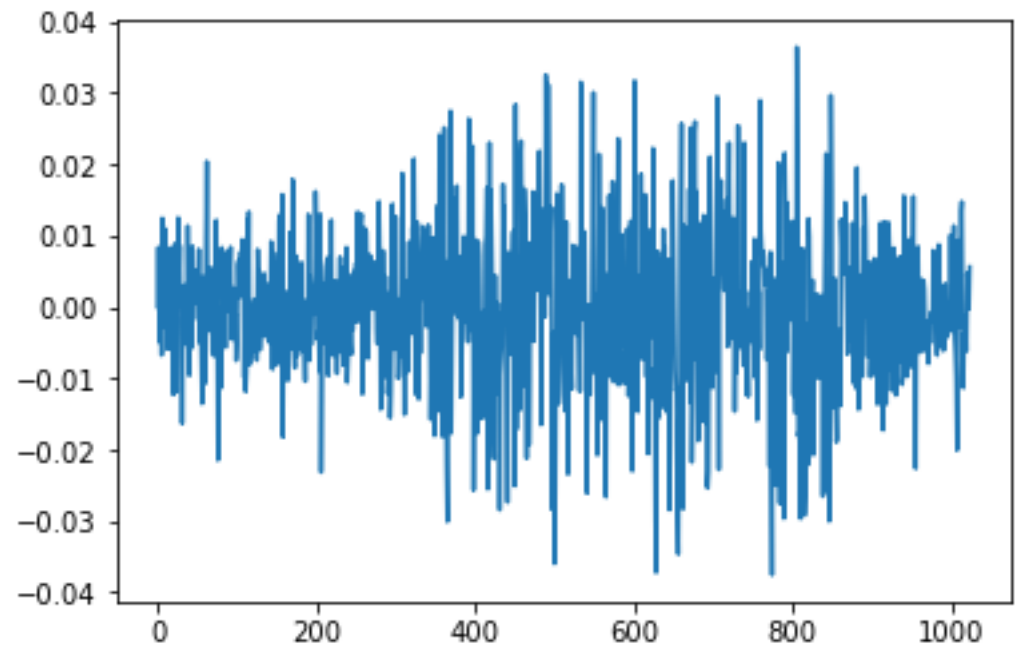
送信信号
のDFT



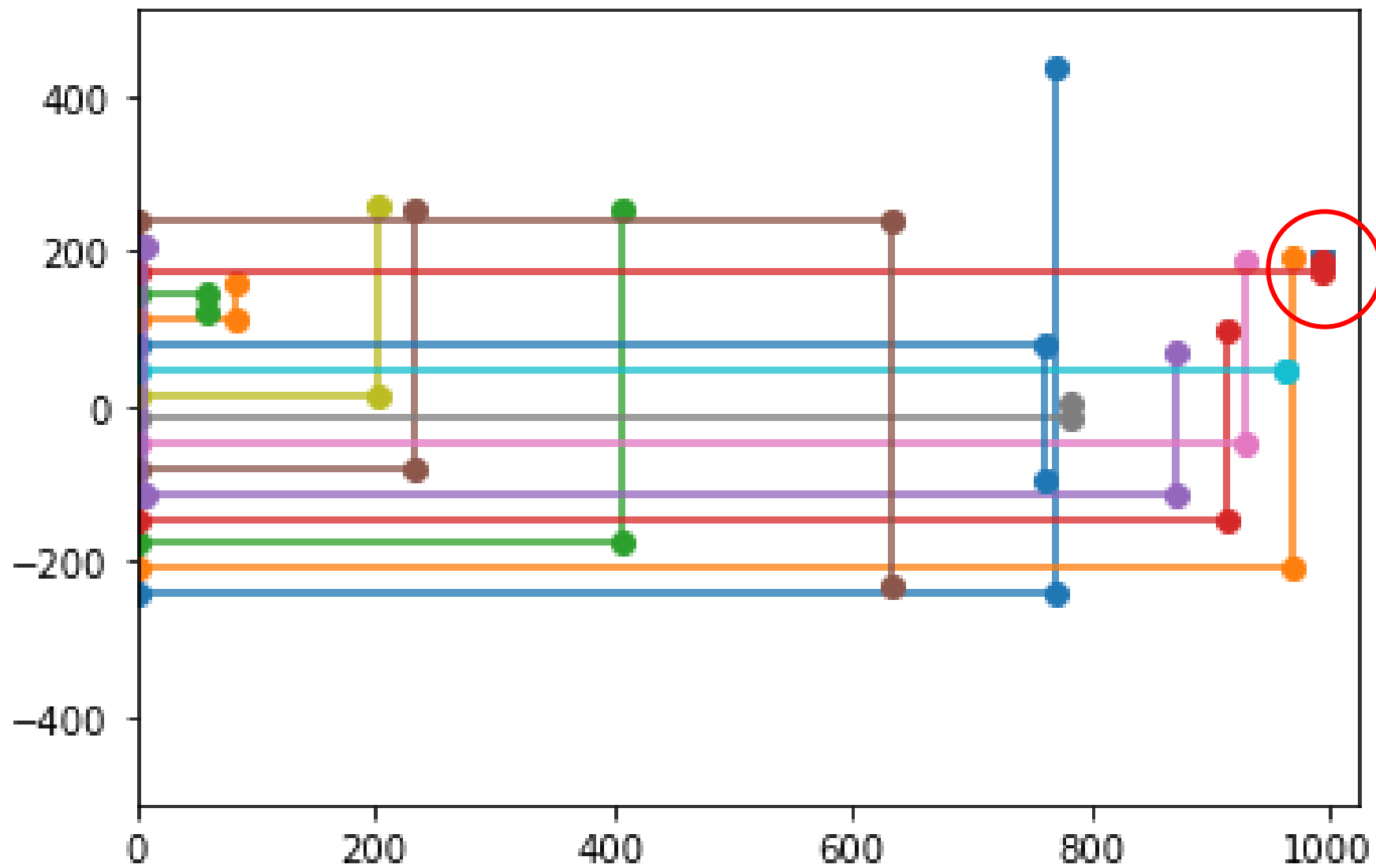
受信信号 (20dB)



受信信号 (10dB)



プログラム実行例 (10dB)



4. 提案法 まとめ

- PUL法を紹介した
 - 遅延(t_d)とドップラー(f_D)の推定値を交互に更新する.
 - N個のテンプレートペアをうまく使う

今後の課題：

- 性能評価
 - 信号の比較
 - 検出法の比較
 - 理論保証
- 通信とレーダーの同時利用
 - 複数の t_d, f_D の推定法

5. 提案法とOTFSの比較

OTFS: Orthogonal Time Frequency Space

5. OTFS

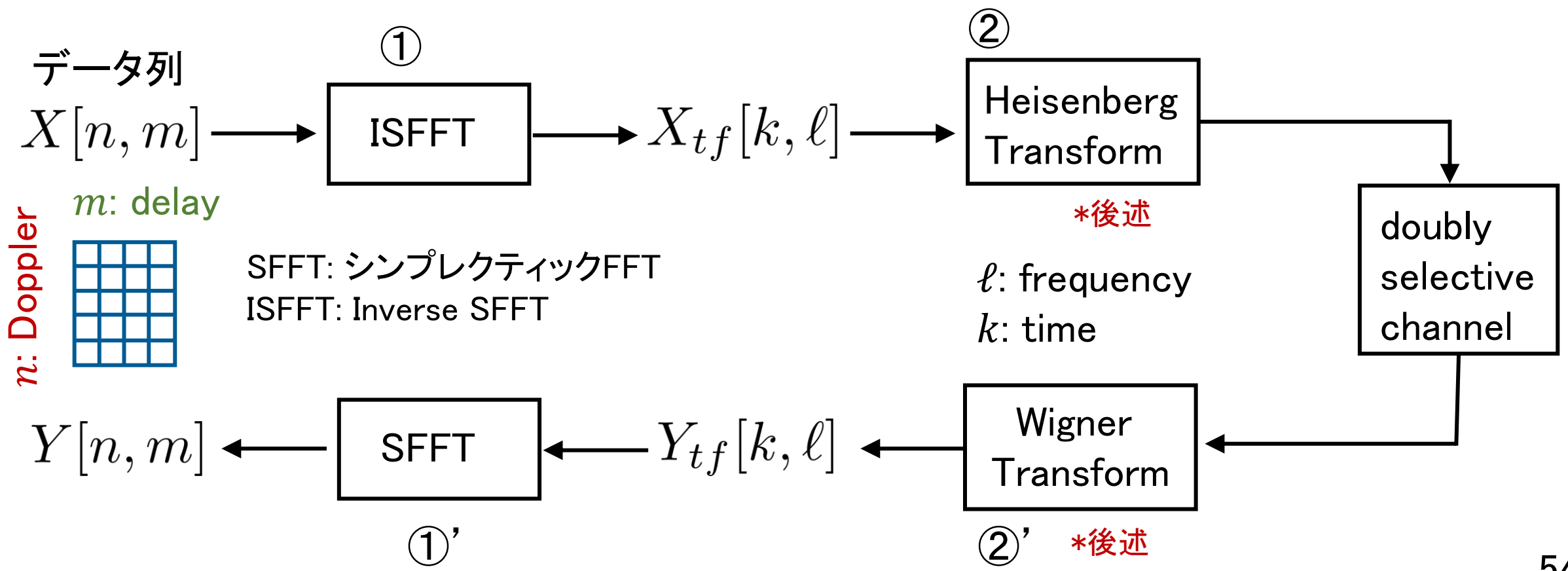
- OTFS(Orthogonal Time Frequency Space) 変調
 - TDMA, CDMA, OFDMの後継(6G)を狙っている。
 - 二重選択性フェージングに強いと言われている。
 - 2010年 Patent, Ronny Hadani and Shlomo Rakib
 - 2011年 ベンチャー企業 Cohere Technologies Inc
 - 論文としては、WCNC2017 “**Orthogonal Time Frequency Space Modulation**”が初出。Goldsmith, MolischらがCalderbank参画。
- 特徴: 遅延-Doppler領域等化

時分割多重	OFDM	OTFS
時間領域等化	周波数領域等化	遅延・ドップラー領域等化

OTFS (Orthogonal Time Frequency Space)

- 2重選択性フェージング通信路（ドップラー効果の影響が無視できない通信路）の等化を **delay-Doppler領域**で行う。

OTFSシステムのブロック図



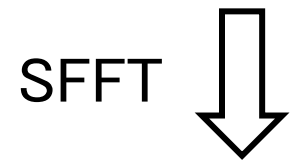
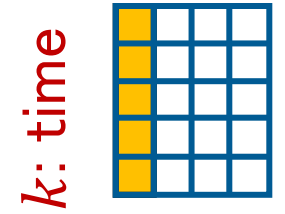
● シンプレクティックFFT

$$Y[n, m] = \text{SFFT}[X_{tf}][n, m] = \frac{1}{\sqrt{NM}} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{\ell=0}^{M-1} X_{tf}[k, \ell] e^{-j2\pi\left(\frac{nk}{N} - \frac{m\ell}{M}\right)}$$

$$X_{tf}[k, \ell] = \text{ISFFT}[X][k, \ell] = \frac{1}{\sqrt{NM}} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} X[n, m] e^{j2\pi\left(\frac{nk}{N} - \frac{m\ell}{M}\right)}$$

- 時間(k)に関してフーリエ変換
- 周波数(ℓ)に関して逆フーリエ変換

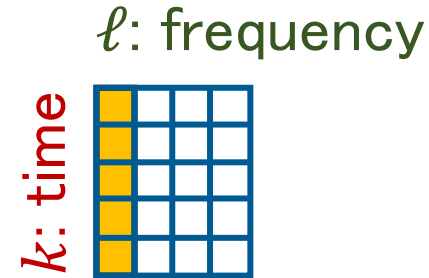
ℓ : frequency



OFDMは, $M = 1$ に相当する. $X_{tf}[k, 0] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X[n, 0] e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$

● Heisenberg Transform

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{\ell=0}^{M-1} X_{tf}[k, \ell] g(t - kT) e^{j2\pi\ell\Delta f(t - kT)}$$



● Wigner Transform

$$Y_{tf}[k, \ell] = \int r(t) g^*(t - kT) e^{-j2\pi\ell\Delta f(t - kT)} dt$$

$$\Delta f = \frac{1}{T}$$

$$\int |g(t)|^2 dt = 1$$

に正規化

OFDM の場合 ($M = 1$)

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_{tf}[k, 0] g(t - kT)$$

$$X_{tf}[k, 0] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X[n, 0] e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$$

- Heisenberg変換, Wigner変換は連続時間で定義.
- OFDM同様、サブキャリアをデジタルで生成する

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{\ell=0}^{M-1} X_{tf}[k, \ell] g(t - kT) e^{j2\pi\ell\Delta f(t-kT)}$$

$$X_{tf}[k, \ell] = \frac{1}{\sqrt{NM}} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} X[n, m] e^{j2\pi\left(\frac{nk}{N} - \frac{m\ell}{M}\right)}$$

2つの処理を1回にまとめる  $t = (m + kM) \frac{T}{M}$

$$s[m + kM] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X[n, m] e^{j2\pi \frac{nk}{N}} \quad (\text{逆離散Zak変換})$$

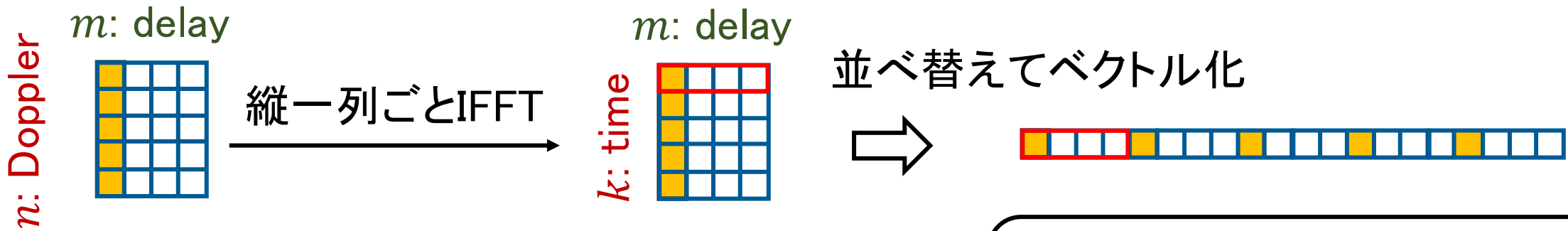
OTFS変調 離散Zak変換

Cyclic Prefix(CP)は、このスライドでは省略しています。

● 逆離散Zak変換

2次元→1次元

$$s[m + kM] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X[n, m] e^{j2\pi \frac{nk}{N}} \quad \begin{matrix} 0 \leq m \leq M-1, \\ 0 \leq n \leq N-1 \end{matrix}$$



● 離散Zak変換

$$Y[n, m] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} r[m + kM] e^{-j2\pi \frac{nk}{N}}$$

delayは、小さいタイムスケール
Dopplerは大きいタイムスケール
に変換される。

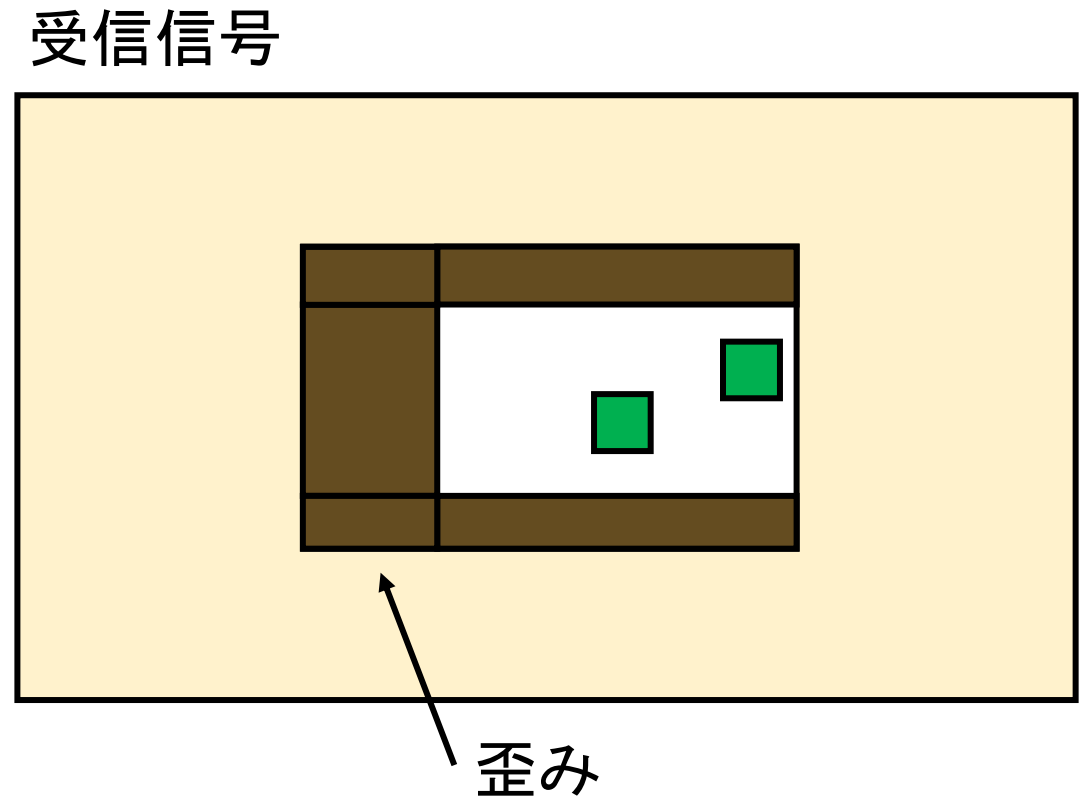
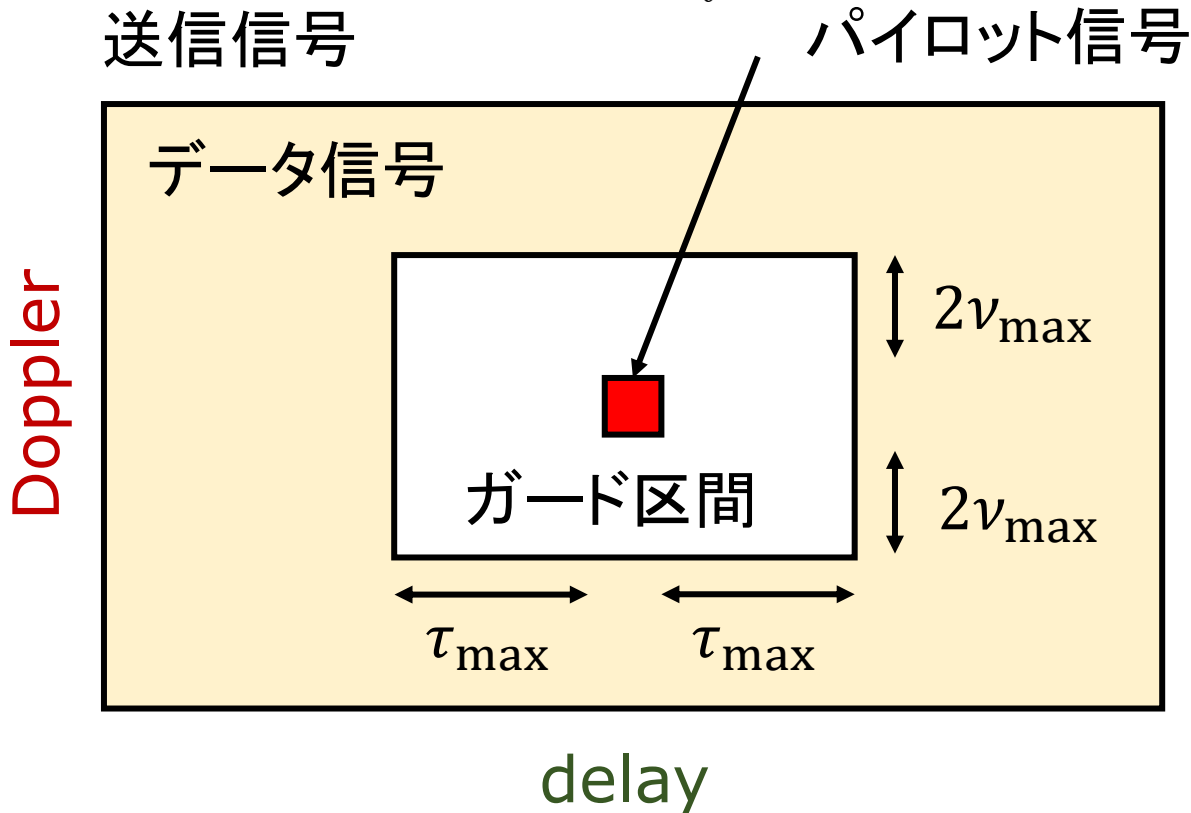
パルスレーダの処理と全く同じ

OTFS チャネル推定

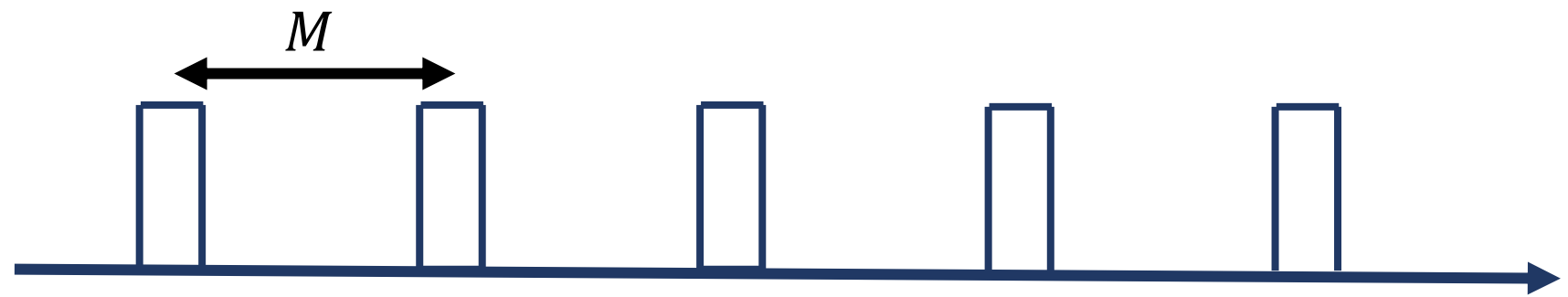
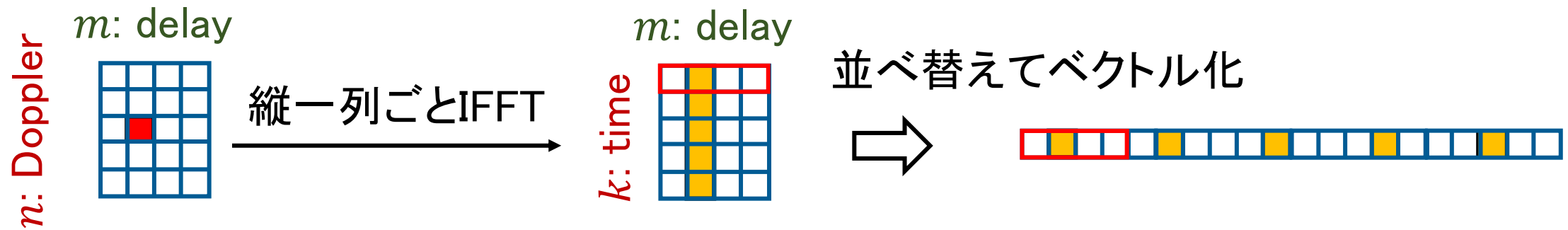
遅延とドップラーを整数値と仮定. 無雑音のとき

$[n]_N$ は $n \bmod N$ を意味する.

$$Y[n, m] = \sum_i h_i e^{j2\pi \frac{n_i}{N} \frac{m-m_i}{M}} X[[n - n_i]_N, [m - m_i]_M]$$



パイロット信号 詳細



- データ信号は時間と周波数を大きくずらして送信されている。
- OTFSの遅延・ドップラー周波数推定は、無圧縮のパルスレーダと同等

提案法とOTFSの遅延・ドップラー推定比較

	OTFS	提案法
パイロット信号 & ガード区間	使う	使わない
推定方法	遅延ドップラー領域	テンプレートマッチングによるPUL
デジタル化	離散Zak変換	トランスマルチプレキサ*

[*] 香田徹, 大橋正良, 櫻井幸一, 篠原克寿, 長谷川晃朗, 森慎太郎, “2次元位相変調ガウス波によるレーダ信号のDFT-IDFT-変調トランスマルチプレキサ,” 第42回情報理論とその応用シンポジウム (令和元年11月28日) .

まとめ

- 二重選択性フェージング環境での通信と通信路推定
- レーダと通信の融合
- 遅延・ドップラー推定問題を議論した。
- 提案法（Phase Updating Loop）を紹介した
- 既存レーダ及びOTFSを紹介した



Tokyo Tech

ご清聴ありがとうございました

