

AoI と待ち行列: 後着順スケジューリング

滝根 哲哉* 井上 文彰

大阪大学工学研究科

平成 30 年 9 月 13 日

はじめに

- 情報更新システム：(現時点での) 情報源の状態を表示するシステム
 - 本講演で議論する情報更新システム
 - センサが単一の情報源をサンプリング
 - サンプリングされた情報は情報取得時刻 (タイムスタンプ) とともに情報パケットに格納され、遅延なしに処理機構へ到着
 - 単一サーバで情報パケットを処理し、モニタに表示
 - 情報更新システムの性能指標
 - Aol (Age of Information) :
 - 表示されている情報のサンプリング時点からの経過時間
 - A_t : 時刻 t における Aol
 - η_t : 時刻 t に表示されている情報がサンプリングされた時刻
- $$A_t = t - \eta_t$$
- Aol は小さいほど良い
 - ただし、良さの程度は Aol の値に対して線形ではない

はじめに

- 情報更新システム：(現時点での) 情報源の状態を表示するシステム
- 本講演で議論する情報更新システム
 - センサが単一の情報源をサンプリング
 - サンプリングされた情報は情報取得時刻 (タイムスタンプ) とともに情報パケットに格納され、遅延なしに処理機構へ到着
 - 単一サーバで情報パケットを処理し、モニタに表示

● 情報更新システムの性能指標

- Aol (Age of Information) :

表示されている情報のサンプリング時点からの経過時間

A_t : 時刻 t における Aol

η_t : 時刻 t に表示されている情報がサンプリングされた時刻

$$A_t = t - \eta_t$$

- ・ Aol は小さいほど良い
- ・ ただし、良さの程度は Aol の値に対して線形ではない

- 情報更新システム：(現時点での) 情報源の状態を表示するシステム
 - 本講演で議論する情報更新システム
 - センサが単一の情報源をサンプリング
 - サンプリングされた情報は情報取得時刻 (タイムスタンプ) とともに情報パッケージに格納され、遅延なしに処理機構へ到着
 - 単一サーバで情報パッケージを処理し、モニタに表示
 - 情報更新システムの性能指標
 - Aol (Age of Information) :
表示されている情報のサンプリング時点からの経過時間
- A_t : 時刻 t における Aol
 η_t : 時刻 t に表示されている情報がサンプリングされた時刻

$$A_t = t - \eta_t$$

- ・ Aol は小さいほど良い
- ・ ただし、良さの程度は Aol の値に対して線形ではない

はじめに

- 情報更新システム：(現時点での) 情報源の状態を表示するシステム
- 本講演で議論する情報更新システム
 - センサが単一の情報源をサンプリング
 - サンプリングされた情報は情報取得時刻(タイムスタンプ)とともに情報パケットに格納され、遅延なしに処理機構へ到着
 - 単一サーバで情報パケットを処理し、モニタに表示
- 情報更新システムの性能指標

- Aol (Age of Information) :

表示されている情報のサンプリング時点からの経過時間

A_t : 時刻 t における Aol

η_t : 時刻 t に表示されている情報がサンプリングされた時刻

$$A_t = t - \eta_t$$

- ・ Aol は小さいほど良い
- ・ ただし、良さの程度は Aol の値に対して線形ではない

Aol の効用

- Aol の効用 : A_t の効用 (価値) を示す指標
 U_t : 時刻 t における Aol の効用
 u : 効用関数: Aol \rightarrow 効用値 (非増加)

$$U_t = u(A_t) = u(t - \eta_t)$$

- ・ 効用は大きいほど良い
- ・ 効用の枠組みでは、Aol は $u(x) = -x$ の場合に相当

- 効用の期待値 $E[U]$

$$E[U] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(A_t) dt = \int_0^{\infty} u(x) dA(x)$$

ただし、 $A(x)$ は Aol の分布関数

$$A(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mathbb{1}(A_t \leq x) dt$$

- 現時点では、正面から効用を議論している研究は少ない
Aol の研究は、まだ、初期段階にある証

Aol の効用

- Aol の効用 : A_t の効用 (価値) を示す指標
 U_t : 時刻 t における Aol の効用
 u : 効用関数: Aol \rightarrow 効用値 (非増加)

$$U_t = u(A_t) = u(t - \eta_t)$$

- ・ 効用は大きいほど良い
- ・ 効用の枠組みでは、Aol は $u(x) = -x$ の場合に相当
- 効用の期待値 $E[U]$

$$E[U] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(A_t) dt = \int_0^{\infty} u(x) dA(x)$$

ただし、 $A(x)$ は Aol の分布関数

$$A(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mathbb{1}(A_t \leq x) dt$$

- 現時点では、正面から効用を議論している研究は少ない
Aol の研究は、まだ、初期段階にある証

Aol の効用

- Aol の効用 : A_t の効用 (価値) を示す指標
 U_t : 時刻 t における Aol の効用
 u : 効用関数: Aol \rightarrow 効用値 (非増加)

$$U_t = u(A_t) = u(t - \eta_t)$$

- ・ 効用は大きいほど良い
- ・ 効用の枠組みでは、Aol は $u(x) = -x$ の場合に相当
- 効用の期待値 $E[U]$

$$E[U] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(A_t) dt = \int_0^{\infty} u(x) dA(x)$$

ただし、 $A(x)$ は Aol の分布関数

$$A(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mathbb{1}(A_t \leq x) dt$$

- 現時点では、正面から効用を議論している研究は少ない
Aol の研究は、まだ、初期段階にある証

Aol の効用

- Aol の効用 : A_t の効用 (価値) を示す指標
 U_t : 時刻 t における Aol の効用
 u : 効用関数: Aol \rightarrow 効用値 (非増加)

$$U_t = u(A_t) = u(t - \eta_t)$$

- ・ 効用は大きいほど良い
- ・ 効用の枠組みでは、Aol は $u(x) = -x$ の場合に相当
- 効用の期待値 $E[U]$

$$E[U] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(A_t) dt = \int_0^{\infty} u(x) dA(x)$$

ただし、 $A(x)$ は Aol の分布関数

$$A(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \mathbb{1}(A_t \leq x) dt$$

- 現時点では、正面から効用を議論している研究は少ない
Aol の研究は、まだ、初期段階にある証

- 情報更新システムの評価に際して真にふさわしい効用とは何か？
 - 一般には、Aol の値だけでは決まらない
 - 例えば「 $A_r = 5$ (分)」であるとき、これは良いのか悪いのか
 - どのような情報を表示しているかに依存
 - さらに、表示情報の内容（緊急度）にも依存
 - Aol のみならず、表示情報の種別や内容にも依存すべき
- 効用の最大化に向けてできること
 - センサが情報源をサンプリングする間隔・タイミングの制御
 - 情報処理機構における処理順序の制御（スケジューリング方策）
 - センサと情報処理機構間の通信路（ネットワーク）

個別の設計 ⇒ 全体設計

個別の設計に資する知見の蓄積が急務

効用と情報更新システムの設計

- 情報更新システムの評価に際して真にふさわしい効用とは何か？
 - 一般には、Aol の値だけでは決まらない
 - 例えば「 $A_r = 5$ (分)」であるとき、これは良いのか悪いのか
 - どのような情報を表示しているかに依存
 - さらに、表示情報の内容（緊急度）にも依存
 - Aol のみならず、表示情報の種別や内容にも依存すべき
 - 効用の最大化に向けてできること
 - センサが情報源をサンプリングする間隔・タイミングの制御
 - 情報処理機構における処理順序の制御（スケジューリング方策）
 - センサと情報処理機構間の通信路（ネットワーク）

個別の設計 ⇒ 全体設計

個別の設計に資する知見の蓄積が急務

効用と情報更新システムの設計

- 情報更新システムの評価に際して真にふさわしい効用とは何か？
 - 一般には、Aol の値だけでは決まらない
 - 例えば「 $A_t = 5$ (分)」であるとき、これは良いのか悪いのか
 - どのような情報を表示しているかに依存
 - さらに、表示情報の内容（緊急度）にも依存
 - Aol のみならず、表示情報の種別や内容にも依存すべき
 - 効用の最大化に向けてできること
 - センサが情報源をサンプリングする間隔・タイミングの制御
 - 情報処理機構における処理順序の制御（スケジューリング方策）
 - センサと情報処理機構間の通信路（ネットワーク）

個別の設計 ⇒ 全体設計

個別の設計に資する知見の蓄積が急務

効用と情報更新システムの設計

- 情報更新システムの評価に際して真にふさわしい効用とは何か？
 - 一般には、Aol の値だけでは決まらない
 - 例えば「 $A_t = 5$ (分)」であるとき、これは良いのか悪いのか
 - ・ どのような情報を表示しているかに依存
 - ・ さらに、表示情報の内容（緊急度）にも依存
 - Aol のみならず、表示情報の種別や内容にも依存すべき
- 効用の最大化に向けてできること
 - センサが情報源をサンプリングする間隔・タイミングの制御
 - 情報処理機構における処理順序の制御（スケジューリング方策）
 - センサと情報処理機構間の通信路（ネットワーク）

個別の設計 ⇒ 全体設計

個別の設計に資する知見の蓄積が急務

効用と情報更新システムの設計

- 情報更新システムの評価に際して真にふさわしい効用とは何か？
 - 一般には、Aol の値だけでは決まらない
 - 例えば「 $A_t = 5$ (分)」であるとき、これは良いのか悪いのか
 - ・ どのような情報を表示しているかに依存
 - ・ さらに、表示情報の内容（緊急度）にも依存
 - Aol のみならず、表示情報の種別や内容にも依存すべき
- 効用の最大化に向けてできること
 - センサが情報源をサンプリングする間隔・タイミングの制御
 - 情報処理機構における処理順序の制御（スケジューリング方策）
 - センサと情報処理機構間の通信路（ネットワーク）

個別の設計 ⇒ 全体設計

個別の設計に資する知見の蓄積が急務

効用と情報更新システムの設計

- 情報更新システムの評価に際して真にふさわしい効用とは何か？
 - 一般には、Aol の値だけでは決まらない
 - 例えば「 $A_t = 5$ (分)」であるとき、これは良いのか悪いのか
 - ・ どのような情報を表示しているかに依存
 - ・ さらに、表示情報の内容（緊急度）にも依存
 - Aol のみならず、表示情報の種別や内容にも依存すべき
- 効用の最大化に向けてできること
 - センサが情報源をサンプリングする間隔・タイミングの制御
 - 情報処理機構における処理順序の制御（スケジューリング方策）
 - センサと情報処理機構間の通信路（ネットワーク）

個別の設計 ⇒ 全体設計

個別の設計に資する知見の蓄積が急務

サンプリング間隔・タイミングの制御

- サンプリング・タイミングの制御方式
 - オープンループ制御：センサが主導
 - ・センサがタイミングを決定
 - ・得た情報を送信するか否かを決定（電力削減オプション）
有用でない情報は送信せずに捨てる、あるいは次にサンプリングした情報と共に送信
 - フィードバック制御：情報処理機構が主導
 - ・情報処理機構からのフィードバックによりタイミングを決定
 - ハイブリッド制御
 - ・タイミングは情報処理機構が主導
 - ・送信するか否かはセンサが主導
 - サンプリング間隔の長短
 - 間隔が長い ⇒ 情報更新頻度が低い
 - 間隔が短い ⇒ 処理機構や通信路で混雑、電力消費大
- 効用の視点からは、適当なサンプリング間隔があるはず

サンプリング間隔・タイミングの制御

- サンプリング・タイミングの制御方式
 - オープンループ制御：センサが主導
 - ・センサがタイミングを決定
 - ・得た情報を送信するか否かを決定（電力削減オプション）
有用でない情報は送信せずに捨てる、あるいは次にサンプリングした情報と共に送信
 - フィードバック制御：情報処理機構が主導
 - ・情報処理機構からのフィードバックによりタイミングを決定
 - ハイブリッド制御
 - ・タイミングは情報処理機構が主導
 - ・送信するか否かはセンサが主導
 - サンプリング間隔の長短
 - 間隔が長い ⇒ 情報更新頻度が低い
 - 間隔が短い ⇒ 処理機構や通信路で混雑、電力消費大
- 効用の視点からは、適当なサンプリング間隔があるはず

サンプリング間隔・タイミングの制御

- サンプリング・タイミングの制御方式
 - オープンループ制御：センサが主導
 - ・センサがタイミングを決定
 - ・得た情報を送信するか否かを決定（電力削減オプション）
有用でない情報は送信せずに捨てる、あるいは次にサンプリングした情報と共に送信
 - フィードバック制御：情報処理機構が主導
 - ・情報処理機構からのフィードバックによりタイミングを決定
 - ハイブリッド制御
 - ・タイミングは情報処理機構が主導
 - ・送信するか否かはセンサが主導
 - サンプリング間隔の長短
 - 間隔が長い ⇒ 情報更新頻度が低い
 - 間隔が短い ⇒ 処理機構や通信路で混雑、電力消費大
- 効用の視点からは、適当なサンプリング間隔があるはず

サンプリング間隔・タイミングの制御

- サンプリング・タイミングの制御方式
 - オープンループ制御：センサが主導
 - ・センサがタイミングを決定
 - ・得た情報を送信するか否かを決定（電力削減オプション）
有用でない情報は送信せずに捨てる、あるいは次にサンプリングした情報と共に送信
 - フィードバック制御：情報処理機構が主導
 - ・情報処理機構からのフィードバックによりタイミングを決定
 - ハイブリッド制御
 - ・タイミングは情報処理機構が主導
 - ・送信するか否かはセンサが主導
 - サンプリング間隔の長短
 - 間隔が長い ⇒ 情報更新頻度が低い
 - 間隔が短い ⇒ 処理機構や通信路で混雑、電力消費大
- 効用の視点からは、適当なサンプリング間隔があるはず

スケジューリング方策

本講演では、情報処理機構におけるスケジューリング方策を議論

- スケジューリング方策

- 利用可能な情報（の一部）を用いて、
処理待ちパケットの処理順序を決定する規則
- その目的は効用を良好な状態に保つこと

- 仮定

- オープンループ制御
 サンプリング間隔は情報処理機構の状態とは独立
- 予め与えられた点過程に従ってサンプリング
 情報源の状態とは独立
- 通信路の容量は十分に大きく、通信路での遅延は無視できる
 予め与えられた確率過程に従って情報パケットが到着
 到着時刻 = サンプリング時刻

(注) 遅延が一定の場合は、結果の読み替えが可能
 到着時刻 = サンプリング時刻 + 定数 (遅延)

スケジューリング方策

本講演では、情報処理機構におけるスケジューリング方策を議論

- スケジューリング方策

- 利用可能な情報（の一部）を用いて、
処理待ちパケットの処理順序を決定する規則
- その目的は効用を良好な状態に保つこと

- 仮定

- オープンループ制御

サンプリング間隔は情報処理機構の状態とは独立

- 予め与えられた点過程に従ってサンプリング
情報源の状態とは独立
- 通信路の容量は十分に大きく、通信路での遅延は無視できる
予め与えられた確率過程に従って情報パケットが到着
到着時刻 = サンプリング時刻

(注) 遅延が一定の場合は、結果の読み替えが可能

到着時刻 = サンプリング時刻 + 定数 (遅延)

スケジューリング方策

本講演では、情報処理機構におけるスケジューリング方策を議論

- スケジューリング方策

- 利用可能な情報（の一部）を用いて、
処理待ちパケットの処理順序を決定する規則
- その目的は効用を良好な状態に保つこと

- 仮定

- オープンループ制御
サンプリング間隔は情報処理機構の状態とは独立
- 予め与えられた点過程に従ってサンプリング
情報源の状態とは独立

- 通信路の容量は十分に大きく、通信路での遅延は無視できる
予め与えられた確率過程に従って情報パケットが到着
到着時刻 = サンプリング時刻

(注) 遅延が一定の場合は、結果の読み替えが可能
到着時刻 = サンプリング時刻 + 定数 (遅延)

スケジューリング方策

本講演では、情報処理機構におけるスケジューリング方策を議論

- スケジューリング方策
 - 利用可能な情報（の一部）を用いて、
処理待ちパケットの処理順序を決定する規則
 - その目的は効用を良好な状態に保つこと
- 仮定
 - オープンループ制御
サンプリング間隔は情報処理機構の状態とは独立
 - 予め与えられた点過程に従ってサンプリング
情報源の状態とは独立
 - 通信路の容量は十分に大きく、通信路での遅延は無視できる
予め与えられた確率過程に従って情報パケットが到着
到着時刻＝サンプリング時刻

(注) 遅延が一定の場合は、結果の読み替えが可能
到着時刻＝サンプリング時刻＋定数（遅延）

スケジューリング方策

本講演では、情報処理機構におけるスケジューリング方策を議論

- スケジューリング方策

- 利用可能な情報（の一部）を用いて、
処理待ちパケットの処理順序を決定する規則
- その目的は効用を良好な状態に保つこと

- 仮定

- オープンループ制御
サンプリング間隔は情報処理機構の状態とは独立
- 予め与えられた点過程に従ってサンプリング
情報源の状態とは独立
- 通信路の容量は十分に大きく、通信路での遅延は無視できる
予め与えられた確率過程に従って情報パケットが到着
到着時刻 = サンプリング時刻

(注) 遅延が一定の場合は、結果の読み替えが可能
到着時刻 = サンプリング時刻 + 定数 (遅延)

スケジューリング方策：利用可能な情報

利用可能な情報には、様々なものがある

a) 現時点以前の履歴によって明らかとなるもの

- 現時点以前に到着したパケットの到着時刻やタイムスタンプ
- 既に処理が完了したパケットの処理時間
- 現時点で処理中のパケットの経過処理時間

b) 先験的あるいは a) の情報に基づく統計的推定によって得られるもの

- パケットの到着間隔分布あるいはモーメント
- パケットの処理時間分布あるいはモーメント

c) 特別な場合において利用可能なもの

- 現時点以降に到着するパケットの到着時刻やタイムスタンプ
- 現時点で処理中のパケットの残り処理時間

スケジューリング方策：利用可能な情報

利用可能な情報には、様々なものがある

- a) 現時点以前の履歴によって明らかとなるもの
 - 現時点以前に到着したパケットの到着時刻やタイムスタンプ
 - 既に処理が完了したパケットの処理時間
 - 現時点で処理中のパケットの経過処理時間
- b) 先験的あるいは a) の情報に基づく統計的推定によって得られるもの
 - パケットの到着間隔分布あるいはモーメント
 - パケットの処理時間分布あるいはモーメント
- c) 特別な場合において利用可能なもの
 - 現時点以降に到着するパケットの到着時刻やタイムスタンプ
 - 現時点で処理中のパケットの残り処理時間

利用可能な情報には、様々なものがある

- a) 現時点以前の履歴によって明らかとなるもの
 - 現時点以前に到着したパケットの到着時刻やタイムスタンプ
 - 既に処理が完了したパケットの処理時間
 - 現時点で処理中のパケットの経過処理時間
- b) 先験的あるいは a) の情報に基づく統計的推定によって得られるもの
 - パケットの到着間隔分布あるいはモーメント
 - パケットの処理時間分布あるいはモーメント
- c) 特別な場合において利用可能なもの
 - 現時点以降に到着するパケットの到着時刻やタイムスタンプ
 - 現時点で処理中のパケットの残り処理時間

スケジューリング方策の分類

● 割込み型 (preemptive: P)

- サーバで処理中のジョブ (情報パケット) に割込みをかけ、別のジョブの処理開始が可能
- ジョブの処理中に、より新しい情報をもつ情報パケットが到着したときに、スケジューラーを起動

基本モデル (割込み型後着順: P-LCFS):

新しい情報をもつ情報パケットが到着したら、必ず割り込む

● 非割込み型 (non-preemptive: NP)

- 一旦、あるジョブの処理を開始すると、必ず処理終了まで処理を継続
- ジョブの処理終了時点でスケジューラーを起動

基本モデル (非割込み型後着順: NP-LCFS):

複数の情報パケットが処理待ち状態にある場合、最も新しい情報をもつ情報パケットの処理を開始

スケジューリング方策の分類

- 割込み型 (preemptive: P)

- サーバで処理中のジョブ (情報パッケージ) に割込みをかけ、別のジョブの処理開始が可能
- ジョブの処理中に、より新しい情報をもつ情報パッケージが到着したときに、スケジューラーを起動

基本モデル (割込み型後着順: P-LCFS):

新しい情報をもつ情報パッケージが到着したら、必ず割り込む

- 非割込み型 (non-preemptive: NP)

- 一旦、あるジョブの処理を開始すると、必ず処理終了まで処理を継続
- ジョブの処理終了時点でスケジューラーを起動

基本モデル (非割込み型後着順: NP-LCFS):

複数の情報パッケージが処理待ち状態にある場合、最も新しい情報をもつ情報パッケージの処理を開始

スケジューリング方策の分類

- 割込み型 (preemptive: P)

- サーバで処理中のジョブ (情報パッケージ) に割込みをかけ、別のジョブの処理開始が可能
- ジョブの処理中に、より新しい情報をもつ情報パッケージが到着したときに、スケジューラーを起動

基本モデル (割込み型後着順 : P-LCFS) :

新しい情報をもつ情報パッケージが到着したら、必ず割り込む

- 非割込み型 (non-preemptive: NP)

- 一旦、あるジョブの処理を開始すると、必ず処理終了まで処理を継続
- ジョブの処理終了時点でスケジューラーを起動

基本モデル (非割込み型後着順 : NP-LCFS) :

複数の情報パッケージが処理待ち状態にある場合、最も新しい情報をもつ情報パッケージの処理を開始

スケジューリング方策の分類

- 割込み型 (preemptive: P)

- サーバで処理中のジョブ (情報パッケージ) に割込みをかけ、別のジョブの処理開始が可能
- ジョブの処理中に、より新しい情報をもつ情報パッケージが到着したときに、スケジューラーを起動

基本モデル (割込み型後着順 : P-LCFS) :

新しい情報をもつ情報パッケージが到着したら、必ず割り込む

- 非割込み型 (non-preemptive: NP)

- 一旦、あるジョブの処理を開始すると、必ず処理終了まで処理を継続
- ジョブの処理終了時点でスケジューラーを起動

基本モデル (非割込み型後着順 : NP-LCFS) :

複数の情報パッケージが処理待ち状態にある場合、最も新しい情報をもつ情報パッケージの処理を開始

スケジューリング方策の分類

- 割込み型 (preemptive: P)

- サーバで処理中のジョブ (情報パケット) に割込みをかけ、別のジョブの処理開始が可能
- ジョブの処理中に、より新しい情報をもつ情報パケットが到着したときに、スケジューラーを起動

基本モデル (割込み型後着順 : P-LCFS) :

新しい情報をもつ情報パケットが到着したら、必ず割り込む

- 非割込み型 (non-preemptive: NP)

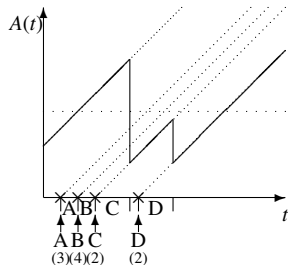
- 一旦、あるジョブの処理を開始すると、必ず処理終了まで処理を継続
- ジョブの処理終了時点でスケジューラーを起動

基本モデル (非割込み型後着順 : NP-LCFS) :

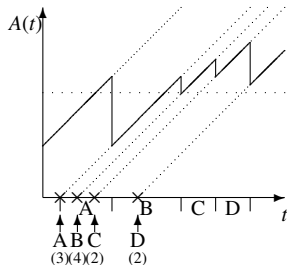
複数の情報パケットが処理待ち状態にある場合、最も新しい情報をもつ情報パケットの処理を開始

AoI の標本路 (1)

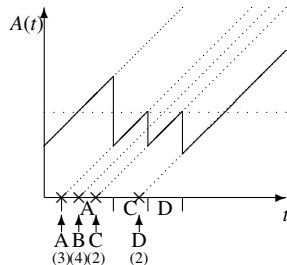
- サンプルされた情報は遅延なしに処理機構へ到着
- 到着 (= サンプル) 時刻のみを利用したスケジューリング方策
 - (非割込み型) 先着順 (FCFS)
 - 割込み型後着順 (P-LCFS)
 - 非割込み型後着順 (NP-LCFS)
- 全ての標本路において、4つのパケット A, B, C, D の到着時刻は同一



(a) P-LCFS (3,4,2,2)

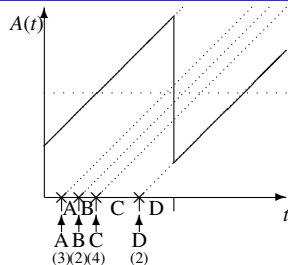


(b) FCFS (3,4,2,2)

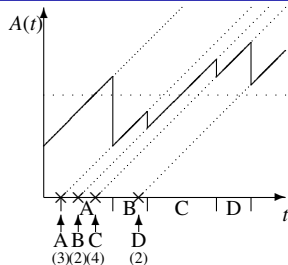


(c) NP-LCFS (3,4,2,2)

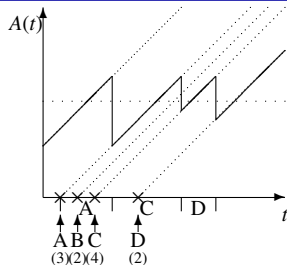
AoI の標本路 (2)



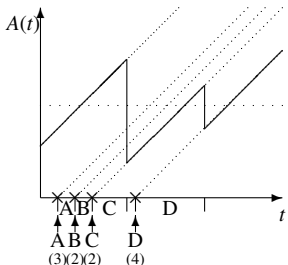
(d) P-LCFS (3,2,4,2)



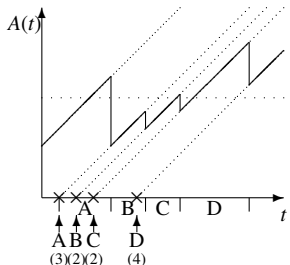
(e) FCFS (3,2,4,2)



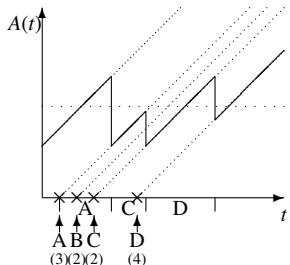
(f) NP-LCFS (3,2,4,2)



(g) P-LCFS (3,2,2,4)



(h) FCFS (3,2,2,4)



(i) NP-LCFS (3,2,2,4)

解析結果の紹介

後着順サービス単一サーバ待ち行列モデルの解析結果

Y. Inoue, H. Masuyama, T. Takine, and T. Tanaka (2018) A general formula for the stationary distribution of the age of information and its application to single-server queues. arXiv:1804.06139.

- 割込み型 LCFS GI/GI/1 (特別な場合 M/GI/1, GI/M/1)
- 非割込み型 LCFS M/GI/1, GI/M/1 (二つのバリエーション)
 - (1) 処理が追い越されたパケットは破棄
 - (2) 処理が追い越されたパケットは後ほど処理

主な確率変数

G : パケットの到着間隔 (i.i.d.)

H : サービス時間 (i.i.d.)

A : Aol A_{peak} : peak Aol

D : 情報更新を行うパケットの遅延

任意の確率変数 X に対して

分布関数: $X(x) = \Pr(X \leq x)$

LST: $x^*(s) = E[\exp(-sX)]$

$x^{(n)}(s)$: $x^*(s)$ の n 階導関数

解析結果の紹介

後着順サービス単一サーバ待ち行列モデルの解析結果

Y. Inoue, H. Masuyama, T. Takine, and T. Tanaka (2018) A general formula for the stationary distribution of the age of information and its application to single-server queues. arXiv:1804.06139.

- 割込み型 LCFS GI/GI/1 (特別な場合 M/GI/1, GI/M/1)
- 非割込み型 LCFS M/GI/1, GI/M/1 (二つのバリエーション)
 - (1) 処理が追い越されたパケットは破棄
 - (2) 処理が追い越されたパケットは後ほど処理

主な確率変数

G : パケットの到着間隔 (i.i.d.)

H : サービス時間 (i.i.d.)

A : Aol A_{peak} : peak Aol

D : 情報更新を行うパケットの遅延

任意の確率変数 X に対して

分布関数: $X(x) = \Pr(X \leq x)$

LST: $x^*(s) = E[\exp(-sX)]$

$x^{(n)}(s)$: $x^*(s)$ の n 階導関数

解析結果の紹介

後着順サービス単一サーバ待ち行列モデルの解析結果

Y. Inoue, H. Masuyama, T. Takine, and T. Tanaka (2018) A general formula for the stationary distribution of the age of information and its application to single-server queues. arXiv:1804.06139.

- 割込み型 LCFS GI/GI/1 (特別な場合 M/GI/1, GI/M/1)
- 非割込み型 LCFS M/GI/1, GI/M/1 (二つのバリエーション)
 - (1) 処理が追い越されたパケットは破棄
 - (2) 処理が追い越されたパケットは後ほど処理

主な確率変数

G : パケットの到着間隔 (i.i.d.)

H : サービス時間 (i.i.d.)

A : Aol A_{peak} : peak Aol

D : 情報更新を行うパケットの遅延

任意の確率変数 X に対して

分布関数: $X(x) = \Pr(X \leq x)$

LST: $x^*(s) = E[\exp(-sX)]$

$x^{(n)}(s)$: $x^*(s)$ の n 階導関数

解析結果の紹介

後着順サービス単一サーバ待ち行列モデルの解析結果

Y. Inoue, H. Masuyama, T. Takine, and T. Tanaka (2018) A general formula for the stationary distribution of the age of information and its application to single-server queues. arXiv:1804.06139.

- 割込み型 LCFS GI/GI/1 (特別な場合 M/GI/1, GI/M/1)
- 非割込み型 LCFS M/GI/1, GI/M/1 (二つのバリエーション)
 - (1) 処理が追い越されたパケットは破棄
 - (2) 処理が追い越されたパケットは後ほど処理

主な確率変数

G : パケットの到着間隔 (i.i.d.)

H : サービス時間 (i.i.d.)

A : Aol A_{peak} : peak Aol

D : 情報更新を行うパケットの遅延

任意の確率変数 X に対して

分布関数: $X(x) = \Pr(X \leq x)$

LST: $x^*(s) = E[\exp(-sX)]$

$x^{(n)}(s)$: $x^*(s)$ の n 階導関数

割込み型 LCFS GI/GI/1: 基本動作

$$\text{General Formula: } a^*(s) = \frac{1}{E[A_{\text{peak}}] - E[D]} \cdot \frac{d^*(s) - a_{\text{peak}}^*(s)}{s}$$

割込み型 LCFS (G : 到着間隔、 H : サービス時間、仮定: $\Pr(G = H) = 0$)

- 到着したパケットは直ちにサービスを開始
 - サービス中に次の到着がなければ情報更新
 - サービス中に次の到着があれば、最初からやり直し



割込み型 LCFS GI/GI/1: 基本動作

$$\text{General Formula: } a^*(s) = \frac{1}{E[A_{\text{peak}}] - E[D]} \cdot \frac{d^*(s) - a_{\text{peak}}^*(s)}{s}$$

割込み型 LCFS (G : 到着間隔、 H : サービス時間、仮定: $\Pr(G = H) = 0$)

- 到着したパケットは直ちにサービスを開始
 - サービス中に次の到着がなければ情報更新
 - サービス中に次の到着があれば、最初からやり直し

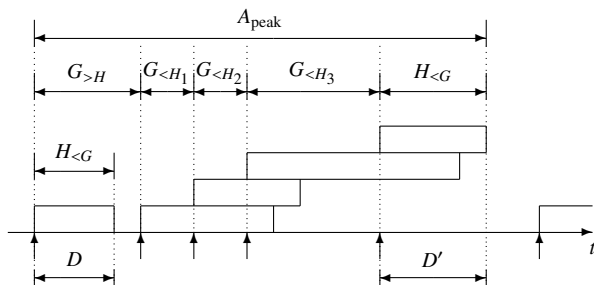


割込み型 LCFS GI/GI/1: 基本動作

$$\text{General Formula: } a^*(s) = \frac{1}{E[A_{\text{peak}}] - E[D]} \cdot \frac{d^*(s) - a_{\text{peak}}^*(s)}{s}$$

割込み型 LCFS (G : 到着間隔、 H : サービス時間、仮定: $\Pr(G = H) = 0$)

- 到着したパケットは直ちにサービスを開始
 - サービス中に次の到着がなければ情報更新
 - サービス中に次の到着があれば、最初からやり直し



割込み型 LCFS GI/GI/1: 仮定と遅延分布の LST

G : 到着間隔、 H : サービス時間

$$\zeta := \Pr(\text{サービス中に次の到着あり}) = \int_0^\infty G(x)dH(x)$$

- もし $\zeta = 1$ ならば、全てのサービスは後続の packets に割り込まれる
⇒ 情報は更新されない
- もし $\zeta = 0$ ならば、全ての packets のサービスは確率 1 で完了
⇒ $d^*(s) = h^*(s)$, $a_{\text{peak}}^*(s) = g^*(s)h^*(s)$

仮定: $\Pr(G = H) = 0$ かつ $0 < \zeta < 1$

$$\begin{aligned} d^*(s) &= h_{<G}^*(s) := E[e^{-sH} \mid H < G] \\ &= \frac{1}{1-\zeta} \int_0^\infty e^{-sx}(1-G(x))dH(x) \end{aligned}$$

割込み型 LCFS GI/GI/1: 仮定と遅延分布の LST

G : 到着間隔、 H : サービス時間

$$\zeta := \Pr(\text{サービス中に次の到着あり}) = \int_0^\infty G(x)dH(x)$$

- もし $\zeta = 1$ ならば、全てのサービスは後続の packets に割り込まれる
⇒ 情報は更新されない
- もし $\zeta = 0$ ならば、全ての packets のサービスは確率 1 で完了
⇒ $d^*(s) = h^*(s)$, $a_{\text{peak}}^*(s) = g^*(s)h^*(s)$

仮定: $\Pr(G = H) = 0$ かつ $0 < \zeta < 1$

$$\begin{aligned} d^*(s) &= h_{<G}^*(s) := E[e^{-sH} \mid H < G] \\ &= \frac{1}{1-\zeta} \int_0^\infty e^{-sx}(1-G(x))dH(x) \end{aligned}$$

割込み型 LCFS GI/GI/1: 仮定と遅延分布の LST

G : 到着間隔、 H : サービス時間

$$\zeta := \Pr(\text{サービス中に次の到着あり}) = \int_0^\infty G(x)dH(x)$$

- もし $\zeta = 1$ ならば、全てのサービスは後続の packets に割り込まれる
⇒ 情報は更新されない
- もし $\zeta = 0$ ならば、全ての packets のサービスは確率 1 で完了
⇒ $d^*(s) = h^*(s)$, $a_{\text{peak}}^*(s) = g^*(s)h^*(s)$

仮定: $\Pr(G = H) = 0$ かつ $0 < \zeta < 1$

$$\begin{aligned} d^*(s) &= h_{<G}^*(s) := E[e^{-sH} \mid H < G] \\ &= \frac{1}{1-\zeta} \int_0^\infty e^{-sx}(1-G(x))dH(x) \end{aligned}$$

割込み型 LCFS GI/GI/1: 仮定と遅延分布の LST

G : 到着間隔、 H : サービス時間

$$\zeta := \Pr(\text{サービス中に次の到着あり}) = \int_0^\infty G(x)dH(x)$$

- もし $\zeta = 1$ ならば、全てのサービスは後続の packets に割り込まれる
⇒ 情報は更新されない
- もし $\zeta = 0$ ならば、全ての packets のサービスは確率 1 で完了
⇒ $d^*(s) = h^*(s)$, $a_{\text{peak}}^*(s) = g^*(s)h^*(s)$

仮定: $\Pr(G = H) = 0$ かつ $0 < \zeta < 1$

$$\begin{aligned} d^*(s) &= h_{<G}^*(s) := E[e^{-sH} \mid H < G] \\ &= \frac{1}{1-\zeta} \int_0^\infty e^{-sx}(1-G(x))dH(x) \end{aligned}$$

割込み型 LCFS GI/GI/1: 仮定と遅延分布の LST

G : 到着間隔、 H : サービス時間

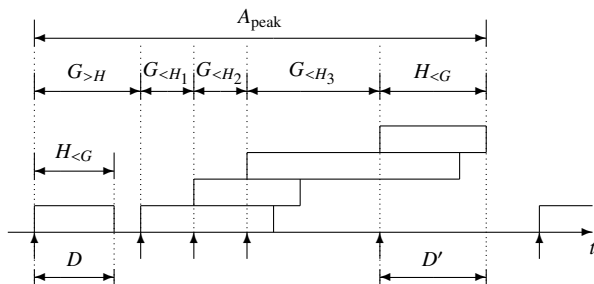
$$\zeta := \Pr(\text{サービス中に次の到着あり}) = \int_0^\infty G(x)dH(x)$$

- もし $\zeta = 1$ ならば、全てのサービスは後続の packets に割り込まれる
⇒ 情報は更新されない
- もし $\zeta = 0$ ならば、全ての packets のサービスは確率 1 で完了
⇒ $d^*(s) = h^*(s)$, $a_{\text{peak}}^*(s) = g^*(s)h^*(s)$

仮定: $\Pr(G = H) = 0$ かつ $0 < \zeta < 1$

$$\begin{aligned} d^*(s) &= h_{<G}^*(s) := \mathbb{E}[e^{-sH} \mid H < G] \\ &= \frac{1}{1-\zeta} \int_0^\infty e^{-sx}(1-G(x))dH(x) \end{aligned}$$

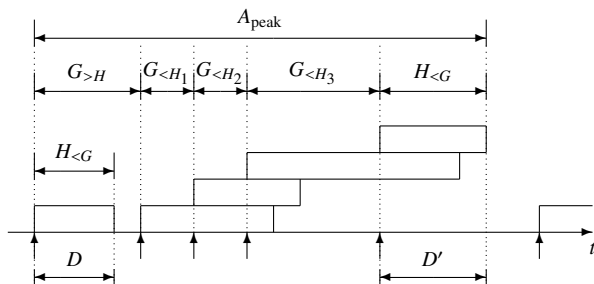
割込み型 LCFS GI/GI/1: peak AoI



$$A_{\text{peak}} = G_{>H} + \sum_{n=1}^N G_{<H_n} + H_{<G}, \quad \Pr(N = m) = \zeta^m (1 - \zeta)$$

$$\begin{aligned} a_{\text{peak}}^*(s) &= g_{>H}^*(s) \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \zeta^m (1 - \zeta) (g_{<H}^*(s))^m \cdot h_{<G}^*(s) \\ &= g_{>H}^*(s) \cdot \frac{1 - \zeta}{1 - \zeta g_{<H}^*(s)} \cdot h_{<G}^*(s) \end{aligned}$$

割込み型 LCFS GI/GI/1: peak AoI



$$A_{\text{peak}} = G_{>H} + \sum_{n=1}^N G_{<H_n} + H_{<G}, \quad \Pr(N = m) = \zeta^m (1 - \zeta)$$

$$\begin{aligned} a_{\text{peak}}^*(s) &= g_{>H}^*(s) \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \zeta^m (1 - \zeta) (g_{<H}^*(s))^m \cdot h_{<G}^*(s) \\ &= g_{>H}^*(s) \cdot \frac{1 - \zeta}{1 - \zeta g_{<H}^*(s)} \cdot h_{<G}^*(s) \end{aligned}$$

割込み型 LCFS GI/GI/1: AoI の LST

● Delay: $d^*(s) = h_{<G}^*(s)$ G : 到着間隔、 H : サービス時間

● Peak AoI: $a_{\text{peak}}^*(s) = h_{<G}^*(s) \cdot \frac{1-\zeta}{1-\zeta g_{<H}^*(s)} \cdot g_{>H}^*(s)$

$$\zeta = \int_0^{\infty} G(x) dH(x), \quad h_{<G}^*(s) = \frac{1}{1-\zeta} \int_0^{\infty} e^{-sx} (1-G(x)) dH(x)$$

$$g_{<H}^*(s) = \frac{1}{\zeta} \int_0^{\infty} e^{-sx} (1-H(x)) dG(x), \quad g_{>H}^*(s) = \frac{1}{1-\zeta} \int_0^{\infty} e^{-sx} H(x) dG(x)$$

Theorem (割込み型 LCFS GI/GI/1 における AoI の LST)

$\Pr(G=H)=0$ かつ $0 < \zeta < 1$ ならば、割込み型 LCFS GI/GI/1 における AoI の LST は次式で与えられる。

$$a^*(s) = \frac{d^*(s) - a_{\text{peak}}^*(s)}{(E[A_{\text{peak}}] - E[D])s} = h_{<G}^*(s) \cdot \frac{1-\zeta}{1-\zeta g_{<H}^*(s)} \cdot \frac{1-g^*(s)}{E[G]s}$$

割込み型 LCFS GI/GI/1: AoI の LST

● Delay: $d^*(s) = h_{<G}^*(s)$ G : 到着間隔、 H : サービス時間

● Peak AoI: $a_{\text{peak}}^*(s) = h_{<G}^*(s) \cdot \frac{1 - \zeta}{1 - \zeta g_{<H}^*(s)} \cdot g_{>H}^*(s)$

$$\zeta = \int_0^{\infty} G(x) dH(x), \quad h_{<G}^*(s) = \frac{1}{1 - \zeta} \int_0^{\infty} e^{-sx} (1 - G(x)) dH(x)$$

$$g_{<H}^*(s) = \frac{1}{\zeta} \int_0^{\infty} e^{-sx} (1 - H(x)) dG(x), \quad g_{>H}^*(s) = \frac{1}{1 - \zeta} \int_0^{\infty} e^{-sx} H(x) dG(x)$$

Theorem (割込み型 LCFS GI/GI/1 における AoI の LST)

$\Pr(G = H) = 0$ かつ $0 < \zeta < 1$ ならば、割込み型 LCFS GI/GI/1 における AoI の LST は次式で与えられる。

$$a^*(s) = \frac{d^*(s) - a_{\text{peak}}^*(s)}{(E[A_{\text{peak}}] - E[D])s} = h_{<G}^*(s) \cdot \frac{1 - \zeta}{1 - \zeta g_{<H}^*(s)} \cdot \frac{1 - g^*(s)}{E[G]s}$$

割込み型 LCFS GI/GI/1 における AoI の性質

G : 到着間隔、 H : サービス時間

Theorem (割込み型 LCFS GI/GI/1 における AoI の LST)

$\Pr(G = H) = 0$ かつ $0 < \zeta < 1$ ならば、割込み型 LCFS GI/GI/1 における AoI の LST は次式で与えられる。

$$a^*(s) = h_{<G}^*(s) \cdot \frac{1 - \zeta}{1 - \zeta g_{<H}^*(s)} \cdot \frac{1 - g^*(s)}{E[G]s}$$

Corollary (AoI の確率的分解 (Stochastic Decomposition))

AoI は 3 つの独立な確率変数の和と同じ分布に従う

$$A = H_{<G} + Z + \tilde{G}$$

$H_{<G}$: $H < G$ という条件付きサービス時間 (= 遅延時間)

Z : 任意のパケットの到着から、それ以降、

最初に情報更新するパケットの到着までの時間間隔

\tilde{G} : 到着間隔 G の平衡確率変数 (equilibrium r.v.)

割込み型 LCFS M/GI/1, GI/M/1 における AoI

$$\text{GI/GI/1: } a^*(s) = h_{<G}^*(s) \cdot \frac{1 - \zeta}{1 - \zeta g_{<H}^*(s)} \cdot \frac{1 - g^*(s)}{E[G]s}$$

- M/GI/1: 到着間隔 $G(x) = 1 - \exp(-\lambda x)$
- GI/M/1: サービス時間 $H(x) = 1 - \exp(-\mu x)$

a) P-LCFS M/GI/1 の場合 :

$$a^*(s) = \frac{\lambda h^*(s + \lambda)}{s + \lambda h^*(s + \lambda)}, \quad E[A] = \frac{1}{\lambda h^*(\lambda)}$$

b) P-LCFS GI/M/1 の場合 :

$$a^*(s) = \frac{\mu}{s + \mu} \cdot \frac{1 - g^*(s)}{E[G]s}, \quad E[A] = E[H] + \frac{E[G^2]}{2E[G]}$$

両者とも、 A は独立な二つの確率変数の和と同じ分布に従う (詳細略)

割込み型 LCFS M/GI/1, GI/M/1 における AoI

$$\text{GI/GI/1: } a^*(s) = h_{<G}^*(s) \cdot \frac{1 - \zeta}{1 - \zeta g_{<H}^*(s)} \cdot \frac{1 - g^*(s)}{E[G]s}$$

- M/GI/1: 到着間隔 $G(x) = 1 - \exp(-\lambda x)$
- GI/M/1: サービス時間 $H(x) = 1 - \exp(-\mu x)$

a) P-LCFS M/GI/1 の場合 :

$$a^*(s) = \frac{\lambda h^*(s + \lambda)}{s + \lambda h^*(s + \lambda)}, \quad E[A] = \frac{1}{\lambda h^*(\lambda)}$$

b) P-LCFS GI/M/1 の場合 :

$$a^*(s) = \frac{\mu}{s + \mu} \cdot \frac{1 - g^*(s)}{E[G]s}, \quad E[A] = E[H] + \frac{E[G^2]}{2E[G]}$$

両者とも、 A は独立な二つの確率変数の和と同じ分布に従う (詳細略)

割込み型 LCFS M/GI/1, GI/M/1 における AoI

$$\text{GI/GI/1: } a^*(s) = h_{<G}^*(s) \cdot \frac{1 - \zeta}{1 - \zeta g_{<H}^*(s)} \cdot \frac{1 - g^*(s)}{E[G]s}$$

- M/GI/1: 到着間隔 $G(x) = 1 - \exp(-\lambda x)$
- GI/M/1: サービス時間 $H(x) = 1 - \exp(-\mu x)$

a) P-LCFS M/GI/1 の場合 :

$$a^*(s) = \frac{\lambda h^*(s + \lambda)}{s + \lambda h^*(s + \lambda)}, \quad E[A] = \frac{1}{\lambda h^*(\lambda)}$$

b) P-LCFS GI/M/1 の場合 :

$$a^*(s) = \frac{\mu}{s + \mu} \cdot \frac{1 - g^*(s)}{E[G]s}, \quad E[A] = E[H] + \frac{E[G^2]}{2E[G]}$$

両者とも、 A は独立な二つの確率変数の和と同じ分布に従う (詳細略)

P-LCFS M/GI/1 における平均 AoI の比較

確率変数間の凸順序 \leq_{cx}

$$X \leq_{cx} Y \Leftrightarrow \text{全ての凸関数 } \phi \text{ に対して } E[\phi(X)] \leq E[\phi(Y)]$$

凸順序の性質

- $X \leq_{cx} Y \Rightarrow E[X] = E[Y]$ ($\phi(x) = x$, $\phi(x) = -x$)
- 凸順序の意味で大 \Rightarrow ばらつきが大きい、特に $E[X] \leq_{cx} X$

同じ到着率と同じ平均サービス時間をもつ二つの P-LCFS M/GI/1
 k 番目 ($k = 1, 2$) のシステム：サービス時間 $H^{(k)}$, AoI $A^{(k)}$

$$H^{(1)} \leq_{cx} H^{(2)} \Rightarrow E[A^{(2)}] \leq E[A^{(1)}]$$

略証： $E[A] = 1/\{\lambda h^*(\lambda)\}$, $h^*(\lambda) = E[\exp(-\lambda H)]$, $\exp(-\lambda x)$ は凸
特に、 $\exp(-\lambda E[H]) \leq E[\exp(-\lambda H)]$ (Jensen の不等式) より

サービス時間が一定の M/D/1 における平均 AoI が最大

確率変数間の凸順序 \leq_{cx}

$$X \leq_{cx} Y \Leftrightarrow \text{全ての凸関数 } \phi \text{ に対して } E[\phi(X)] \leq E[\phi(Y)]$$

凸順序の性質

- $X \leq_{cx} Y \Rightarrow E[X] = E[Y]$ ($\phi(x) = x$, $\phi(x) = -x$)
- 凸順序の意味で大 \Rightarrow ばらつきが大きい、特に $E[X] \leq_{cx} X$

同じ到着率と同じ平均サービス時間をもつ二つの P-LCFS M/GI/1
 k 番目 ($k = 1, 2$) のシステム：サービス時間 $H^{(k)}$, AoI $A^{(k)}$

$$H^{(1)} \leq_{cx} H^{(2)} \Rightarrow E[A^{(2)}] \leq E[A^{(1)}]$$

略証： $E[A] = 1/\{\lambda h^*(\lambda)\}$, $h^*(\lambda) = E[\exp(-\lambda H)]$, $\exp(-\lambda x)$ は凸
特に、 $\exp(-\lambda E[H]) \leq E[\exp(-\lambda H)]$ (Jensen の不等式) より

サービス時間が一定の M/D/1 における平均 AoI が最大

確率変数間の凸順序 \leq_{cx}

$$X \leq_{cx} Y \Leftrightarrow \text{全ての凸関数 } \phi \text{ に対して } E[\phi(X)] \leq E[\phi(Y)]$$

凸順序の性質

- $X \leq_{cx} Y \Rightarrow E[X] = E[Y]$ ($\phi(x) = x$, $\phi(x) = -x$)
- 凸順序の意味で大 \Rightarrow ばらつきが大きい、特に $E[X] \leq_{cx} X$

同じ到着率と同じ平均サービス時間をもつ二つの P-LCFS M/GI/1
 k 番目 ($k = 1, 2$) のシステム : サービス時間 $H^{(k)}$, AoI $A^{(k)}$

$$H^{(1)} \leq_{cx} H^{(2)} \Rightarrow E[A^{(2)}] \leq E[A^{(1)}]$$

略証 : $E[A] = 1/(\lambda h^*(\lambda))$, $h^*(\lambda) = E[\exp(-\lambda H)]$, $\exp(-\lambda x)$ は凸
特に、 $\exp(-\lambda E[H]) \leq E[\exp(-\lambda H)]$ (Jensen の不等式) より
サービス時間が一定の M/D/1 における平均 AoI が最大

確率変数間の凸順序 \leq_{cx}

$$X \leq_{cx} Y \Leftrightarrow \text{全ての凸関数 } \phi \text{ に対して } E[\phi(X)] \leq E[\phi(Y)]$$

凸順序の性質

- $X \leq_{cx} Y \Rightarrow E[X] = E[Y]$ ($\phi(x) = x$, $\phi(x) = -x$)
- 凸順序の意味で大 \Rightarrow ばらつきが大きい、特に $E[X] \leq_{cx} X$

同じ到着率と同じ平均サービス時間をもつ二つの P-LCFS M/GI/1
 k 番目 ($k = 1, 2$) のシステム : サービス時間 $H^{(k)}$, AoI $A^{(k)}$

$$H^{(1)} \leq_{cx} H^{(2)} \Rightarrow E[A^{(2)}] \leq E[A^{(1)}]$$

略証 : $E[A] = 1/\{\lambda h^*(\lambda)\}$, $h^*(\lambda) = E[\exp(-\lambda H)]$, $\exp(-\lambda x)$ は凸

特に、 $\exp(-\lambda E[H]) \leq E[\exp(-\lambda H)]$ (Jensen の不等式) より

サービス時間が一定の M/D/1 における平均 AoI が最大

P-LCFS M/GI/1 における平均 AoI の比較

確率変数間の凸順序 \leq_{cx}

$$X \leq_{cx} Y \Leftrightarrow \text{全ての凸関数 } \phi \text{ に対して } E[\phi(X)] \leq E[\phi(Y)]$$

凸順序の性質

- $X \leq_{cx} Y \Rightarrow E[X] = E[Y]$ ($\phi(x) = x$, $\phi(x) = -x$)
- 凸順序の意味で大 \Rightarrow ばらつきが大きい、特に $E[X] \leq_{cx} X$

同じ到着率と同じ平均サービス時間をもつ二つの P-LCFS M/GI/1
 k 番目 ($k = 1, 2$) のシステム：サービス時間 $H^{(k)}$, AoI $A^{(k)}$

$$H^{(1)} \leq_{cx} H^{(2)} \Rightarrow E[A^{(2)}] \leq E[A^{(1)}]$$

略証： $E[A] = 1/\{\lambda h^*(\lambda)\}$, $h^*(\lambda) = E[\exp(-\lambda H)]$, $\exp(-\lambda x)$ は凸
特に、 $\exp(-\lambda E[H]) \leq E[\exp(-\lambda H)]$ (Jensen の不等式) より

サービス時間が一定の M/D/1 における平均 AoI が最大

P-LCFS GI/M/1 の性能比較

確率変数間の通常確率順序 \leq_{st}

$$\begin{aligned} X \leq_{st} Y &\Leftrightarrow \text{全ての非減少関数 } \phi \text{ に対して } E[\phi(X)] \leq E[\phi(Y)] \\ &\Leftrightarrow \Pr(X > x) \leq \Pr(Y > x) \quad (\forall x) \end{aligned}$$

性質: $X \leq_{st} Y \Rightarrow E[X^n] \leq E[Y^n]$ ($\phi(x) = x^n$), 特に $E[X] \leq E[Y]$
同じ到着率と同じ平均サービス時間をもつ二つの P-LCFS GI/M/1
 k 番目 ($k = 1, 2$) のシステム: パケットの到着間隔 $G^{(k)}$, AoI $A^{(k)}$

$$G^{(1)} \leq_{cx} G^{(2)} \Rightarrow A^{(1)} \leq_{st} A^{(2)}$$

略証: $A = \tilde{G} + H$ (\tilde{G} : G の平衡確率変数)

$$G^{(1)} \leq_{cx} G^{(2)} \Rightarrow \tilde{G}^{(1)} \leq_{st} \tilde{G}^{(2)} \Rightarrow \tilde{G}^{(1)} + H \leq_{st} \tilde{G}^{(2)} + H$$

特に、 $E[G] \leq_{cx} G$ より

到着時間間隔が一定の D/M/1 における平均 AoI が最小

P-LCFS GI/M/1 の性能比較

確率変数間の通常確率順序 \leq_{st}

$$\begin{aligned} X \leq_{st} Y &\Leftrightarrow \text{全ての非減少関数 } \phi \text{ に対して } E[\phi(X)] \leq E[\phi(Y)] \\ &\Leftrightarrow \Pr(X > x) \leq \Pr(Y > x) \quad (\forall x) \end{aligned}$$

性質: $X \leq_{st} Y \Rightarrow E[X^n] \leq E[Y^n]$ ($\phi(x) = x^n$), 特に $E[X] \leq E[Y]$

同じ到着率と同じ平均サービス時間をもつ二つの P-LCFS GI/M/1
 k 番目 ($k = 1, 2$) のシステム: パケットの到着間隔 $G^{(k)}$, AoI $A^{(k)}$

$$G^{(1)} \leq_{cx} G^{(2)} \Rightarrow A^{(1)} \leq_{st} A^{(2)}$$

略証: $A = \tilde{G} + H$ (\tilde{G} : G の平衡確率変数)

$$G^{(1)} \leq_{cx} G^{(2)} \Rightarrow \tilde{G}^{(1)} \leq_{st} \tilde{G}^{(2)} \Rightarrow \tilde{G}^{(1)} + H \leq_{st} \tilde{G}^{(2)} + H$$

特に、 $E[G] \leq_{cx} G$ より

到着時間間隔が一定の D/M/1 における平均 AoI が最小

P-LCFS GI/M/1 の性能比較

確率変数間の通常確率順序 \leq_{st}

$$\begin{aligned} X \leq_{st} Y &\Leftrightarrow \text{全ての非減少関数 } \phi \text{ に対して } E[\phi(X)] \leq E[\phi(Y)] \\ &\Leftrightarrow \Pr(X > x) \leq \Pr(Y > x) \quad (\forall x) \end{aligned}$$

性質: $X \leq_{st} Y \Rightarrow E[X^n] \leq E[Y^n]$ ($\phi(x) = x^n$), 特に $E[X] \leq E[Y]$

同じ到着率と同じ平均サービス時間をもつ二つの P-LCFS GI/M/1

k 番目 ($k = 1, 2$) のシステム: パケットの到着間隔 $G^{(k)}$, AoI $A^{(k)}$

$$G^{(1)} \leq_{cx} G^{(2)} \Rightarrow A^{(1)} \leq_{st} A^{(2)}$$

略証: $A = \bar{G} + H$ (\bar{G} : G の平衡確率変数)

$$G^{(1)} \leq_{cx} G^{(2)} \Rightarrow \bar{G}^{(1)} \leq_{st} \bar{G}^{(2)} \Rightarrow \bar{G}^{(1)} + H \leq_{st} \bar{G}^{(2)} + H$$

特に、 $E[G] \leq_{cx} G$ より

到着時間間隔が一定の D/M/1 における平均 AoI が最小

P-LCFS GI/M/1 の性能比較

確率変数間の通常確率順序 \leq_{st}

$$\begin{aligned} X \leq_{st} Y &\Leftrightarrow \text{全ての非減少関数 } \phi \text{ に対して } E[\phi(X)] \leq E[\phi(Y)] \\ &\Leftrightarrow \Pr(X > x) \leq \Pr(Y > x) \quad (\forall x) \end{aligned}$$

性質: $X \leq_{st} Y \Rightarrow E[X^n] \leq E[Y^n]$ ($\phi(x) = x^n$), 特に $E[X] \leq E[Y]$

同じ到着率と同じ平均サービス時間をもつ二つの P-LCFS GI/M/1

k 番目 ($k = 1, 2$) のシステム: パケットの到着間隔 $G^{(k)}$, AoI $A^{(k)}$

$$G^{(1)} \leq_{cx} G^{(2)} \Rightarrow A^{(1)} \leq_{st} A^{(2)}$$

略証: $A = \tilde{G} + H$ (\tilde{G} : G の平衡確率変数)

$$G^{(1)} \leq_{cx} G^{(2)} \Rightarrow \tilde{G}^{(1)} \leq_{st} \tilde{G}^{(2)} \Rightarrow \tilde{G}^{(1)} + H \leq_{st} \tilde{G}^{(2)} + H$$

特に、 $E[G] \leq_{cx} G$ より

到着時間間隔が一定の D/M/1 における平均 AoI が最小

P-LCFS GI/M/1 の性能比較

確率変数間の通常確率順序 \leq_{st}

$$\begin{aligned} X \leq_{st} Y &\Leftrightarrow \text{全ての非減少関数 } \phi \text{ に対して } E[\phi(X)] \leq E[\phi(Y)] \\ &\Leftrightarrow \Pr(X > x) \leq \Pr(Y > x) \quad (\forall x) \end{aligned}$$

性質: $X \leq_{st} Y \Rightarrow E[X^n] \leq E[Y^n]$ ($\phi(x) = x^n$), 特に $E[X] \leq E[Y]$

同じ到着率と同じ平均サービス時間をもつ二つの P-LCFS GI/M/1

k 番目 ($k = 1, 2$) のシステム: パケットの到着間隔 $G^{(k)}$, AoI $A^{(k)}$

$$G^{(1)} \leq_{cx} G^{(2)} \Rightarrow A^{(1)} \leq_{st} A^{(2)}$$

略証: $A = \tilde{G} + H$ (\tilde{G} : G の平衡確率変数)

$$G^{(1)} \leq_{cx} G^{(2)} \Rightarrow \tilde{G}^{(1)} \leq_{st} \tilde{G}^{(2)} \Rightarrow \tilde{G}^{(1)} + H \leq_{st} \tilde{G}^{(2)} + H$$

特に、 $E[G] \leq_{cx} G$ より

到着時間間隔が一定の D/M/1 における平均 AoI が最小

非割込み型後着順サービスモデル (NP-LCFS)

非割込み型：パケットの処理が開始されると、完了まで中断しない

二つのバリエーション

- (1) 処理が追い越されたパケットは破棄
- (2) 処理が追い越されたパケットも後ほど処理

情報を時系列として蓄えておきたい場合は
古い情報パケットも処理する必要あり

(1) の別解釈（割込み型と非割込み型の混合戦略（優先権付き））

- 実際には破棄せず、処理すべき情報パケットがないときに
バックグラウンドジョブとして処理を開始
- 処理すべき新しい情報パケットが到着した際には割込みをかける

非割込み型後着順サービスモデル (NP-LCFS)

非割込み型：パケットの処理が開始されると、完了まで中断しない
二つのバリエーション

- (1) 処理が追い越されたパケットは破棄
- (2) 処理が追い越されたパケットも後ほど処理

情報を時系列として蓄えておきたい場合は
古い情報パケットも処理する必要あり

(1) の別解釈（割込み型と非割込み型の混合戦略（優先権付き））

- 実際には破棄せず、処理すべき情報パケットがないときにバックグラウンドジョブとして処理を開始
- 処理すべき新しい情報パケットが到着した際には割込みをかける

非割込み型後着順サービスモデル (NP-LCFS)

非割込み型：パケットの処理が開始されると、完了まで中断しない
二つのバリエーション

- (1) 処理が追い越されたパケットは破棄
- (2) 処理が追い越されたパケットも後ほど処理

情報を時系列として蓄えておきたい場合は
古い情報パケットも処理する必要あり

(1) の別解釈（割込み型と非割込み型の混合戦略（優先権付き））

- 実際には破棄せず、処理すべき情報パケットがないときに
バックグラウンドジョブとして処理を開始
- 処理すべき新しい情報パケットが到着した際には割込みをかける

NP-LCFS M/GI/1 (1) : 破棄される場合

- ・ 情報更新パケット : (処理後に) 情報更新を行うパケット
- ・ W_n : n 番目の情報更新パケットの待ち時間
- ・ H_n : n 番目の情報更新パケットのサービス時間
- ・ $D_n = W_n + H_n$: n 番目の情報更新パケットの遅延時間

H_n の間に到着なし

⇒ 次の到着パケットが $n+1$ 番目の情報更新パケット ($W_{n+1} = 0$)

H_n の間に到着あり

⇒ 最後に到着したパケットが $n+1$ 番目の情報更新パケット
($W_{n+1} =$ 到着してから H_n が終了するまで)

$$D_{n+1} = \begin{cases} H_{n+1}, & H_n \text{ の間に到着なし} \\ W_{n+1} + H_{n+1}, & H_n \text{ の間に到着あり} \end{cases}$$

λ : パケットの到着率 ($\Pr(G \leq x) = 1 - \exp(-\lambda x)$)

$$d^*(s) = (h^*(\lambda) + \lambda E[H]) \cdot \frac{1 - h^*(s + \lambda)}{(s + \lambda)E[H]} h^*(s)$$

NP-LCFS M/GI/1 (1) : 破棄される場合

- ・ 情報更新パケット : (処理後に) 情報更新を行うパケット
- ・ W_n : n 番目の情報更新パケットの待ち時間時間
- ・ H_n : n 番目の情報更新パケットのサービス時間
- ・ $D_n = W_n + H_n$: n 番目の情報更新パケットの遅延時間

H_n の間に到着なし

⇒ 次の到着パケットが $n+1$ 番目の情報更新パケット ($W_{n+1} = 0$)

H_n の間に到着あり

⇒ 最後に到着したパケットが $n+1$ 番目の情報更新パケット
($W_{n+1} =$ 到着してから H_n が終了するまで)

$$D_{n+1} = \begin{cases} H_{n+1}, & H_n \text{ の間に到着なし} \\ W_{n+1} + H_{n+1}, & H_n \text{ の間に到着あり} \end{cases}$$

λ : パケットの到着率 ($\Pr(G \leq x) = 1 - \exp(-\lambda x)$)

$$d^*(s) = (h^*(\lambda) + \lambda E[H]) \cdot \frac{1 - h^*(s + \lambda)}{(s + \lambda)E[H]} h^*(s)$$

NP-LCFS M/GI/1 (1) : 破棄される場合

- ・ 情報更新パケット : (処理後に) 情報更新を行うパケット
- ・ W_n : n 番目の情報更新パケットの待ち時間時間
- ・ H_n : n 番目の情報更新パケットのサービス時間
- ・ $D_n = W_n + H_n$: n 番目の情報更新パケットの遅延時間

H_n の間に到着なし

⇒ 次の到着パケットが $n+1$ 番目の情報更新パケット ($W_{n+1} = 0$)

H_n の間に到着あり

⇒ 最後に到着したパケットが $n+1$ 番目の情報更新パケット
($W_{n+1} =$ 到着してから H_n が終了するまで)

$$D_{n+1} = \begin{cases} H_{n+1}, & H_n \text{ の間に到着なし} \\ W_{n+1} + H_{n+1}, & H_n \text{ の間に到着あり} \end{cases}$$

λ : パケットの到着率 ($\Pr(G \leq x) = 1 - \exp(-\lambda x)$)

$$d^*(s) = (h^*(\lambda) + \lambda E[H]) \cdot \frac{1 - h^*(s + \lambda)}{(s + \lambda)E[H]} h^*(s)$$

NP-LCFS M/GI/1 (1) : 破棄される場合

- ・ 情報更新パケット : (処理後に) 情報更新を行うパケット
- ・ W_n : n 番目の情報更新パケットの待ち時間
- ・ H_n : n 番目の情報更新パケットのサービス時間
- ・ $D_n = W_n + H_n$: n 番目の情報更新パケットの遅延時間

H_n の間に到着なし

⇒ 次の到着パケットが $n+1$ 番目の情報更新パケット ($W_{n+1} = 0$)

H_n の間に到着あり

⇒ 最後に到着したパケットが $n+1$ 番目の情報更新パケット
($W_{n+1} =$ 到着してから H_n が終了するまで)

$$D_{n+1} = \begin{cases} H_{n+1}, & H_n \text{ の間に到着なし} \\ W_{n+1} + H_{n+1}, & H_n \text{ の間に到着あり} \end{cases}$$

λ : パケットの到着率 ($\Pr(G \leq x) = 1 - \exp(-\lambda x)$)

$$d^*(s) = \left(h^*(\lambda) + \lambda E[H] \cdot \frac{1 - h^*(s + \lambda)}{(s + \lambda)E[H]} \right) h^*(s)$$

A_{peak} : peak AoI (情報更新直前の AoI)

$$A_{\text{peak},n+1} = \begin{cases} W_n + H_{<G} + \tilde{G} + H_{n+1}, & H_n \text{ の間に到着なし} \\ W_n + H_{>G} + H_{n+1}, & H_n \text{ の間に到着あり} \end{cases}$$
$$= W_n + \max(G, H) + H_{n+1} \quad (\text{指数分布の無記憶性より})$$

($W_n + H_{n+1}$ は D と同じ分布に従う)

$$a_{\text{peak}}^*(s) = d^*(s) \left[h^*(s + \lambda) \cdot \frac{\lambda}{s + \lambda} + h^*(s) - h^*(s + \lambda) \right]$$

A_{peak} : peak AoI (情報更新直前の AoI)

$$A_{\text{peak},n+1} = \begin{cases} W_n + H_{<G} + \tilde{G} + H_{n+1}, & H_n \text{ の間に到着なし} \\ W_n + H_{>G} + H_{n+1}, & H_n \text{ の間に到着あり} \end{cases}$$
$$= W_n + \max(G, H) + H_{n+1} \quad (\text{指数分布の無記憶性より})$$

($W_n + H_{n+1}$ は D と同じ分布に従う)

$$a_{\text{peak}}^*(s) = d^*(s) \left[h^*(s + \lambda) \cdot \frac{\lambda}{s + \lambda} + h^*(s) - h^*(s + \lambda) \right]$$

General Formula:
$$a^*(s) = \frac{1}{E[A_{\text{peak}}] - E[D]} \cdot \frac{d^*(s) - a_{\text{peak}}^*(s)}{s}$$

NP-LCFS M/GI/1 (1) : 破棄される場合における AoI の LST

$$a^*(s) = \left(h^*(\lambda) + \rho \tilde{h}^*(s + \lambda) \right) h^*(s) \cdot \frac{\rho \tilde{h}^*(s) + h^*(s + \lambda) \frac{\lambda}{s + \lambda}}{\rho + h^*(\lambda)}$$

ただし $\rho = \lambda E[H]$,

$\tilde{h}^*(s) = \{1 - h^*(s)\}/(sE[H])$ は H の平衡確率変数 \tilde{H} の LST

特に
$$E[A] = \frac{1}{\rho + h^*(\lambda)} \left(\frac{\lambda E[H^2]}{2} + \frac{h^*(\lambda)}{\lambda} + (-h^{(1)}(\lambda)) \right) + \frac{1 - h^*(\lambda)}{\lambda} - (-h^{(1)}(\lambda)) + E[H].$$

General Formula:
$$a^*(s) = \frac{1}{E[A_{\text{peak}}] - E[D]} \cdot \frac{d^*(s) - a_{\text{peak}}^*(s)}{s}$$

NP-LCFS M/GI/1 (1) : 破棄される場合における AoI の LST

$$a^*(s) = \left(h^*(\lambda) + \rho \tilde{h}^*(s + \lambda) \right) h^*(s) \cdot \frac{\rho \tilde{h}^*(s) + h^*(s + \lambda) \frac{\lambda}{s + \lambda}}{\rho + h^*(\lambda)}$$

ただし $\rho = \lambda E[H]$,

$\tilde{h}^*(s) = \{1 - h^*(s)\}/(sE[H])$ は H の平衡確率変数 \tilde{H} の LST

特に
$$E[A] = \frac{1}{\rho + h^*(\lambda)} \left(\frac{\lambda E[H^2]}{2} + \frac{h^*(\lambda)}{\lambda} + (-h^{(1)}(\lambda)) \right) + \frac{1 - h^*(\lambda)}{\lambda} - (-h^{(1)}(\lambda)) + E[H].$$

NP-LCFS GI/M/1 (1) : 破棄される場合

GI/M/1: $H(x) = 1 - \exp(-\mu x)$, $E[H] = 1/\mu$, $\rho = 1/(E[G]\mu)$

W_n : n 番目の情報更新パケットの待ち時間

NP-LCFS (1) でサービスされるパケットは情報更新パケットのみ
(破棄されるパケットはカウントしない)

$W_n = 0 \Leftrightarrow$ 到着時にパケット無し

このとき、サービス時間 H_n 内に次の到着があれば $W_{n+1} > 0$

$$\Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n = 0) = \int_0^{\infty} e^{-\mu x} dG(x) = g^*(\mu)$$

$W_n > 0 \Leftrightarrow H_{n-1}$ 内に n 番目が到着, かつ, その次の到着までに H_{n-1} 終了

このとき、次の到着までに H_n が終了しなければ $W_{n+1} > 0$

$$\begin{aligned} \Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n > 0) &= \frac{1}{1 - g^*(\mu)} \int_{x=0}^{\infty} dG(x) \int_{y=0}^x \mu e^{-\mu y} \cdot e^{-\mu(x-y)} dy \\ &= \frac{\mu g^{(1)}(\mu)}{1 - g^*(\mu)} \end{aligned}$$

NP-LCFS GI/M/1 (1) : 破棄される場合

GI/M/1: $H(x) = 1 - \exp(-\mu x)$, $E[H] = 1/\mu$, $\rho = 1/(E[G]\mu)$

W_n : n 番目の情報更新パケットの待ち時間

NP-LCFS (1) でサービスされるパケットは情報更新パケットのみ
(破棄されるパケットはカウントしない)

$W_n = 0 \Leftrightarrow$ 到着時にパケット無し

このとき、サービス時間 H_n 内に次の到着があれば $W_{n+1} > 0$

$$\Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n = 0) = \int_0^{\infty} e^{-\mu x} dG(x) = g^*(\mu)$$

$W_n > 0 \Leftrightarrow H_{n-1}$ 内に n 番目が到着, かつ, その次の到着までに H_{n-1} 終了
このとき、次の到着までに H_n が終了しなければ $W_{n+1} > 0$

$$\begin{aligned} \Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n > 0) &= \frac{1}{1 - g^*(\mu)} \int_{x=0}^{\infty} dG(x) \int_{y=0}^x \mu e^{-\mu y} \cdot e^{-\mu(x-y)} dy \\ &= \frac{\mu g^{(1)}(\mu)}{1 - g^*(\mu)} \end{aligned}$$

NP-LCFS GI/M/1 (1) : 破棄される場合

GI/M/1: $H(x) = 1 - \exp(-\mu x)$, $E[H] = 1/\mu$, $\rho = 1/(E[G]\mu)$

W_n : n 番目の情報更新パケットの待ち時間

NP-LCFS (1) でサービスされるパケットは情報更新パケットのみ
(破棄されるパケットはカウントしない)

$W_n = 0 \Leftrightarrow$ 到着時にパケット無し

このとき、サービス時間 H_n 内に次の到着があれば $W_{n+1} > 0$

$$\Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n = 0) = \int_0^{\infty} e^{-\mu x} dG(x) = g^*(\mu)$$

$W_n > 0 \Leftrightarrow H_{n-1}$ 内に n 番目が到着, かつ, その次の到着までに H_{n-1} 終了

このとき、次の到着までに H_n が終了しなければ $W_{n+1} > 0$

$$\begin{aligned} \Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n > 0) &= \frac{1}{1 - g^*(\mu)} \int_{x=0}^{\infty} dG(x) \int_{y=0}^x \mu e^{-\mu y} \cdot e^{-\mu(x-y)} dy \\ &= \frac{\mu g^{(1)}(\mu)}{1 - g^*(\mu)} \end{aligned}$$

NP-LCFS GI/M/1 (1) : 破棄される場合

GI/M/1: $H(x) = 1 - \exp(-\mu x)$, $E[H] = 1/\mu$, $\rho = 1/(E[G]\mu)$

W_n : n 番目の情報更新パケットの待ち時間

$$\Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n = 0) = g^*(\mu), \quad \Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n > 0) = -\frac{\mu g^{(1)}(\mu)}{1 - g^*(\mu)}$$

$X_n = \begin{cases} 0, & W_n = 0 \\ 1, & W_n > 0 \end{cases} \Rightarrow \{X_n\}_{n=0,1,\dots}$ は離散時間マルコフ連鎖

$$\Pr(W = 0) = \frac{q}{q + g^*(\mu)}, \quad \Pr(W > 0) = \frac{g^*(\mu)}{q + g^*(\mu)}$$

ただし $q = 1 - \mu(-g^{(1)}(\mu))/(1 - g^*(\mu))$

$D_n = W_n + H_n$, さらに、 $W_n > 0$ ならば $W_n = H_{<G}$ (H の無記憶性を利用)

$$d^*(s) = \left[\Pr(W = 0) + \Pr(W > 0) \cdot \frac{\mu}{s + \mu} \cdot \frac{1 - g^*(s + \mu)}{1 - g^*(\mu)} \right] \frac{\mu}{s + \mu}$$

NP-LCFS GI/M/1 (1) : 破棄される場合

GI/M/1: $H(x) = 1 - \exp(-\mu x)$, $E[H] = 1/\mu$, $\rho = 1/(E[G]\mu)$

W_n : n 番目の情報更新パケットの待ち時間

$$\Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n = 0) = g^*(\mu), \quad \Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n > 0) = -\frac{\mu g^{(1)}(\mu)}{1 - g^*(\mu)}$$

$$X_n = \begin{cases} 0, & W_n = 0 \\ 1, & W_n > 0 \end{cases} \Rightarrow \{X_n\}_{n=0,1,\dots} \text{ は離散時間マルコフ連鎖}$$

$$\Pr(W = 0) = \frac{q}{q + g^*(\mu)}, \quad \Pr(W > 0) = \frac{g^*(\mu)}{q + g^*(\mu)}$$

$$\text{ただし } q = 1 - \mu(-g^{(1)}(\mu))/(1 - g^*(\mu))$$

$D_n = W_n + H_n$, さらに、 $W_n > 0$ ならば $W_n = H_{<G}$ (H の無記憶性を利用)

$$d^*(s) = \left[\Pr(W = 0) + \Pr(W > 0) \cdot \frac{\mu}{s + \mu} \cdot \frac{1 - g^*(s + \mu)}{1 - g^*(\mu)} \right] \frac{\mu}{s + \mu}$$

NP-LCFS GI/M/1 (1) : 破棄される場合

GI/M/1: $H(x) = 1 - \exp(-\mu x)$, $E[H] = 1/\mu$, $\rho = 1/(E[G]\mu)$

W_n : n 番目の情報更新パケットの待ち時間

$$\Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n = 0) = g^*(\mu), \quad \Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n > 0) = -\frac{\mu g^{(1)}(\mu)}{1 - g^*(\mu)}$$

$$X_n = \begin{cases} 0, & W_n = 0 \\ 1, & W_n > 0 \end{cases} \Rightarrow \{X_n\}_{n=0,1,\dots} \text{ は離散時間マルコフ連鎖}$$

$$\Pr(W = 0) = \frac{q}{q + g^*(\mu)}, \quad \Pr(W > 0) = \frac{g^*(\mu)}{q + g^*(\mu)}$$

$$\text{ただし } q = 1 - \mu(-g^{(1)}(\mu))/(1 - g^*(\mu))$$

$D_n = W_n + H_n$, さらに、 $W_n > 0$ ならば $W_n = H_{<G}$ (H の無記憶性を利用)

$$d^*(s) = \left[\Pr(W = 0) + \Pr(W > 0) \cdot \frac{\mu}{s + \mu} \cdot \frac{1 - g^*(s + \mu)}{1 - g^*(\mu)} \right] \frac{\mu}{s + \mu}$$

NP-LCFS GI/M/1 (1) : 破棄される場合

GI/M/1: $H(x) = 1 - \exp(-\mu x)$, $E[H] = 1/\mu$, $\rho = 1/(E[G]\mu)$

W_n : n 番目の情報更新パケットの待ち時間

$$\Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n = 0) = g^*(\mu), \quad \Pr(W_{n+1} > 0 \mid W_n > 0) = -\frac{\mu g^{(1)}(\mu)}{1 - g^*(\mu)}$$

$$X_n = \begin{cases} 0, & W_n = 0 \\ 1, & W_n > 0 \end{cases} \Rightarrow \{X_n\}_{n=0,1,\dots} \text{ は離散時間マルコフ連鎖}$$

$$\Pr(W = 0) = \frac{q}{q + g^*(\mu)}, \quad \Pr(W > 0) = \frac{g^*(\mu)}{q + g^*(\mu)}$$

$$\text{ただし } q = 1 - \mu(-g^{(1)}(\mu))/(1 - g^*(\mu))$$

$D_n = W_n + H_n$ 、さらに、 $W_n > 0$ ならば $W_n = H_{<G}$ (H の無記憶性を利用)

$$d^*(s) = \left[\Pr(W = 0) + \Pr(W > 0) \cdot \frac{\mu}{s + \mu} \cdot \frac{1 - g^*(s + \mu)}{1 - g^*(\mu)} \right] \frac{\mu}{s + \mu}$$

NP-LCFS GI/M/1 (1) : 破棄される場合

peak AoI

$$A_{\text{peak},n+1} = \begin{cases} \max(H_n, G) + H_{n+1}, & W_n = 0 \quad (D_n = H_n) \\ \max(H_{<G} + H_n, G_{>H}) + H_{n+1}, & W_n > 0 \quad (D_n = H_{<G} + H_n) \end{cases}$$

$$a_{\text{peak}}^*(s) = \Pr(W = 0)a_{\text{peak},0}^*(s) + \Pr(W > 0)a_{\text{peak},+}^*(s)$$

ただし

$$a_{\text{peak},0}^*(s) = g^*(s + \mu) \left(\frac{\mu}{s + \mu} \right)^2 + (g^*(s) - g^*(s + \mu)) \frac{\mu}{s + \mu},$$

$$a_{\text{peak},+}^*(s) = \frac{\mu}{s + \mu} \left[\frac{\mu(-g^{(1)}(s + \mu))}{1 - g^*(\mu)} \left(\frac{\mu}{s + \mu} - 1 \right) + \frac{g^*(s) - g^*(s + \mu)}{1 - g^*(\mu)} \right]$$

NP-LCFS GI/M/1 (1) : 破棄される場合における AoI の LST

$$a^*(s) = \left[\tilde{g}^*(s) + \rho \cdot \frac{\mu}{s + \mu} \left(g^*(s + \mu) - g^*(\mu) \cdot \frac{1 - \mu(-g^{(1)}(s + \mu))}{1 - \mu(-g^{(1)}(\mu))} \right) \right] \frac{\mu}{s + \mu}$$

$$E[A] = E[H] + \frac{E[G^2]}{2E[G]} + \rho \left((-g^{(1)}(\mu)) + \frac{g^*(\mu)g^{(2)}(\mu)}{E[H] - (-g^{(1)}(\mu))} \right)$$

NP-LCFS GI/M/1 (1) : 破棄される場合

peak AoI

$$A_{\text{peak},n+1} = \begin{cases} \max(H_n, G) + H_{n+1}, & W_n = 0 \quad (D_n = H_n) \\ \max(H_{<G} + H_n, G_{>H}) + H_{n+1}, & W_n > 0 \quad (D_n = H_{<G} + H_n) \end{cases}$$

$$a_{\text{peak}}^*(s) = \Pr(W = 0)a_{\text{peak},0}^*(s) + \Pr(W > 0)a_{\text{peak},+}^*(s)$$

ただし

$$a_{\text{peak},0}^*(s) = g^*(s + \mu) \left(\frac{\mu}{s + \mu} \right)^2 + (g^*(s) - g^*(s + \mu)) \frac{\mu}{s + \mu},$$

$$a_{\text{peak},+}^*(s) = \frac{\mu}{s + \mu} \left[\frac{\mu(-g^{(1)}(s + \mu))}{1 - g^*(\mu)} \left(\frac{\mu}{s + \mu} - 1 \right) + \frac{g^*(s) - g^*(s + \mu)}{1 - g^*(\mu)} \right]$$

NP-LCFS GI/M/1 (1) : 破棄される場合における AoI の LST

$$a^*(s) = \left[\tilde{g}^*(s) + \rho \cdot \frac{\mu}{s + \mu} \left(g^*(s + \mu) - g^*(\mu) \cdot \frac{1 - \mu(-g^{(1)}(s + \mu))}{1 - \mu(-g^{(1)}(\mu))} \right) \right] \frac{\mu}{s + \mu}$$

$$E[A] = E[H] + \frac{E[G^2]}{2E[G]} + \rho \left((-g^{(1)}(\mu)) + \frac{g^*(\mu)g^{(2)}(\mu)}{E[H] - (-g^{(1)}(\mu))} \right)$$

NP-LCFS GI/M/1 (1) : 破棄される場合

peak AoI

$$A_{\text{peak},n+1} = \begin{cases} \max(H_n, G) + H_{n+1}, & W_n = 0 \quad (D_n = H_n) \\ \max(H_{<G} + H_n, G_{>H}) + H_{n+1}, & W_n > 0 \quad (D_n = H_{<G} + H_n) \end{cases}$$

$$a_{\text{peak}}^*(s) = \Pr(W = 0)a_{\text{peak},0}^*(s) + \Pr(W > 0)a_{\text{peak},+}^*(s)$$

ただし

$$a_{\text{peak},0}^*(s) = g^*(s + \mu) \left(\frac{\mu}{s + \mu} \right)^2 + (g^*(s) - g^*(s + \mu)) \frac{\mu}{s + \mu},$$

$$a_{\text{peak},+}^*(s) = \frac{\mu}{s + \mu} \left[\frac{\mu(-g^{(1)}(s + \mu))}{1 - g^*(\mu)} \left(\frac{\mu}{s + \mu} - 1 \right) + \frac{g^*(s) - g^*(s + \mu)}{1 - g^*(\mu)} \right]$$

NP-LCFS GI/M/1 (1) : 破棄される場合における AoI の LST

$$a^*(s) = \left[\tilde{g}^*(s) + \rho \cdot \frac{\mu}{s + \mu} \left(g^*(s + \mu) - g^*(\mu) \cdot \frac{1 - \mu(-g^{(1)}(s + \mu))}{1 - \mu(-g^{(1)}(\mu))} \right) \right] \frac{\mu}{s + \mu}$$

$$\mathbb{E}[A] = \mathbb{E}[H] + \frac{\mathbb{E}[G^2]}{2\mathbb{E}[G]} + \rho \left((-g^{(1)}(\mu)) + \frac{g^*(\mu)g^{(2)}(\mu)}{\mathbb{E}[H] - (-g^{(1)}(\mu))} \right)$$

非割込み型後着順サービスモデル (2)

(2) 処理が追い越されたパケットも後ほど処理 ($\rho < 1$)

追い越されたパケット数の情報が必要 \Rightarrow 解析は容易でない

- 定常な NP-LCFS M/G/1 (2) : 追い越されたパケットは後ほど処理

$$a^*(s) = \left[\rho \cdot \frac{\lambda}{s + \lambda} \cdot \tilde{h}^*(s) + (1 - \rho) \cdot \frac{\lambda(1 - h^*(s) + h^*(s + \lambda))}{s + \lambda h^*(s + \lambda)} \right] h^*(s)$$

$$E[A] = \frac{\lambda E[H^2]}{2} + \left(\frac{(1 - \rho)^2}{\rho h^*(\lambda)} + 2 \right) E[H]$$

- b) 定常な NP-LCFS GI/M/1 (2) : 追い越されたパケットは後ほど処理

$$a^*(s) = \left[\tilde{g}^*(s) + \rho(g^*(s + \mu - \mu\gamma) - \gamma) \frac{\mu}{s + \mu} \right] \frac{\mu}{s + \mu}$$

$$E[A] = E[H] + \frac{E[G^2]}{2E[G]} + \rho(-g^{(1)}(\mu - \mu\gamma))$$

ただし γ ($0 < \gamma < 1$) は $x = g^*(\mu - \mu x)$ ($x \in (0, 1)$) の唯一解

非割込み型後着順サービスモデル (2)

(2) 処理が追い越されたパケットも後ほど処理 ($\rho < 1$)

追い越されたパケット数の情報が必要 \Rightarrow 解析は容易でない

- 定常な NP-LCFS M/GI/1 (2) : 追い越されたパケットは後ほど処理

$$a^*(s) = \left[\rho \cdot \frac{\lambda}{s + \lambda} \cdot \tilde{h}^*(s) + (1 - \rho) \cdot \frac{\lambda(1 - h^*(s) + h^*(s + \lambda))}{s + \lambda h^*(s + \lambda)} \right] h^*(s)$$

$$E[A] = \frac{\lambda E[H^2]}{2} + \left(\frac{(1 - \rho)^2}{\rho h^*(\lambda)} + 2 \right) E[H]$$

- b) 定常な NP-LCFS GI/M/1 (2) : 追い越されたパケットは後ほど処理

$$a^*(s) = \left[\tilde{g}^*(s) + \rho(g^*(s + \mu - \mu\gamma) - \gamma) \frac{\mu}{s + \mu} \right] \frac{\mu}{s + \mu}$$

$$E[A] = E[H] + \frac{E[G^2]}{2E[G]} + \rho(-g^{(1)}(\mu - \mu\gamma))$$

ただし γ ($0 < \gamma < 1$) は $x = g^*(\mu - \mu x)$ ($x \in (0, 1)$) の唯一解

各種方策の平均 AoI 比較

M/GI/1 ならびに GI/M/1 における平均 AoI

$E[A_{LCFS}^P]$: 割込み型後着順

$E[A_{LCFS}^{NP-W}]$: 非割込み型後着順 (1) 破棄する場合 (with discarding)

$E[A_{LCFS}^{NP-W/O}]$: 非割込み型後着順 (2) 後ほど処理 (without discarding)

$E[A_{FCFS}]$: 先着順

定常な M/GI/1 の平均 AoI 比較結果

$$E[A_{LCFS}^{NP-W}] \leq E[A_{LCFS}^{NP-W/O}] \leq E[A_{FCFS}]$$

M/GI/1 の $E[A_{LCFS}^P]$ は負荷 ρ とサービス時間のばらつきに依存

定常な GI/M/1 の平均 AoI 比較結果

$$E[A_{LCFS}^P] \leq E[A_{LCFS}^{NP-W}] \leq E[A_{LCFS}^{NP-W/O}] \leq E[A_{FCFS}]$$

各種方策の平均 AoI 比較

M/GI/1 ならびに GI/M/1 における平均 AoI

$E[A_{LCFS}^P]$: 割込み型後着順

$E[A_{LCFS}^{NP-W}]$: 非割込み型後着順 (1) 破棄する場合 (with discarding)

$E[A_{LCFS}^{NP-W/O}]$: 非割込み型後着順 (2) 後ほど処理 (without discarding)

$E[A_{FCFS}]$: 先着順

定常な M/GI/1 の平均 AoI 比較結果

$$E[A_{LCFS}^{NP-W}] \leq E[A_{LCFS}^{NP-W/O}] \leq E[A_{FCFS}]$$

M/GI/1 の $E[A_{LCFS}^P]$ は負荷 ρ とサービス時間のばらつきに依存

定常な GI/M/1 の平均 AoI 比較結果

$$E[A_{LCFS}^P] \leq E[A_{LCFS}^{NP-W}] \leq E[A_{LCFS}^{NP-W/O}] \leq E[A_{FCFS}]$$

各種方策の平均 AoI 比較

M/GI/1 ならびに GI/M/1 における平均 AoI

$E[A_{LCFS}^P]$: 割込み型後着順

$E[A_{LCFS}^{NP-W}]$: 非割込み型後着順 (1) 破棄する場合 (with discarding)

$E[A_{LCFS}^{NP-W/O}]$: 非割込み型後着順 (2) 後ほど処理 (without discarding)

$E[A_{FCFS}]$: 先着順

定常な M/GI/1 の平均 AoI 比較結果

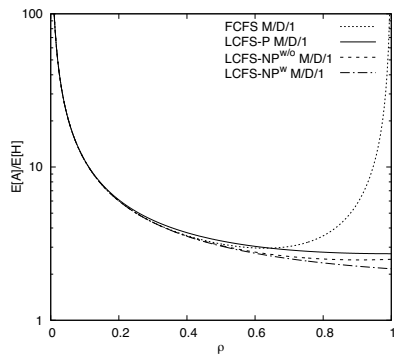
$$E[A_{LCFS}^{NP-W}] \leq E[A_{LCFS}^{NP-W/O}] \leq E[A_{FCFS}]$$

M/GI/1 の $E[A_{LCFS}^P]$ は負荷 ρ とサービス時間のばらつきに依存

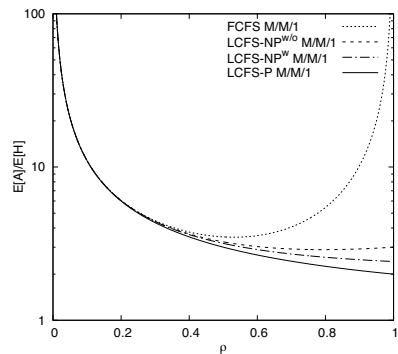
定常な GI/M/1 の平均 AoI 比較結果

$$E[A_{LCFS}^P] \leq E[A_{LCFS}^{NP-W}] \leq E[A_{LCFS}^{NP-W/O}] \leq E[A_{FCFS}]$$

M/GI/1 における各種方策の平均 AoI 比較



平均 AoI (M/D/1)



平均 AoI (M/M/1)

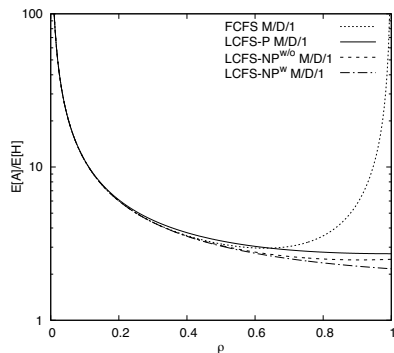
P-LCFS M/D/1:

$$E[A_{LCFS}^P] \geq E[A_{LCFS}^{NP-w/o}], \quad \rho \in (0, 1)$$

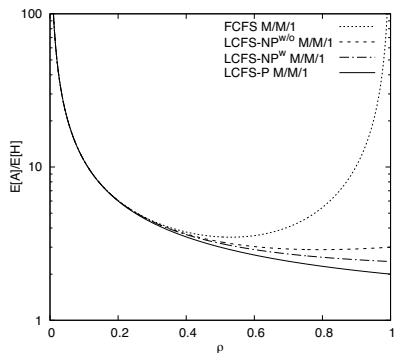
$$E[A_{LCFS}^P] \geq E[A_{FCFS}], \quad \rho \in (0, \rho^*]$$

ただし $\rho^* \approx 0.643798$ は $2(1-\rho)\exp(\rho) + \rho - 2 = 0$ の唯一根

M/GI/1 における各種方策の平均 AoI 比較



平均 AoI (M/D/1)



平均 AoI (M/M/1)

P-LCFS M/D/1:

$$E[A_{\text{LCFS}}^{\text{P}}] \geq E[A_{\text{LCFS}}^{\text{NP-W/O}}], \quad \rho \in (0, 1)$$

$$E[A_{\text{LCFS}}^{\text{P}}] \geq E[A_{\text{FCFS}}], \quad \rho \in (0, \rho^*]$$

ただし $\rho^* \approx 0.643798$ は $2(1 - \rho) \exp(\rho) + \rho - 2 = 0$ の唯一根

M/GI/1 の平均 AoI 比較 : P-LCFS vs. FCFS

$Cv[H]$: サービス時間の変動係数 (標準偏差/平均)

$$\rho \in (0, 2 - \sqrt{2}) \text{ and } (Cv[H])^2 \leq v(\rho) \Rightarrow E[A_{LCFS}^P] \geq E[A_{FCFS}]$$

ただし $v(\rho)$ は以下で与えられる ρ の減少関数

$$v(\rho) = \frac{1}{\rho^2} \left(\sqrt{1 + \rho^2 \{(2 - \rho)^2 - 2\}} - 1 \right) < v(0+) = 1$$

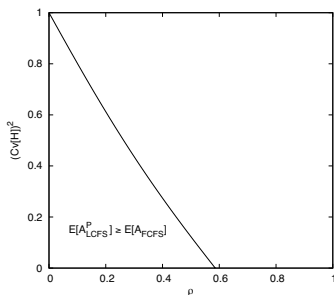
M/GI/1 の平均 AoI 比較 : P-LCFS vs. FCFS

$Cv[H]$: サービス時間の変動係数 (標準偏差/平均)

$$\rho \in (0, 2 - \sqrt{2}) \text{ and } (Cv[H])^2 \leq v(\rho) \Rightarrow E[A_{LCFS}^P] \geq E[A_{FCFS}]$$

ただし $v(\rho)$ は以下で与えられる ρ の減少関数

$$v(\rho) = \frac{1}{\rho^2} \left(\sqrt{1 + \rho^2 \{(2 - \rho)^2 - 2\}} - 1 \right) < v(0+) = 1$$



$E[A_{LCFS}^P] \geq E[A_{FCFS}]$ の十分条件

- まとめ
 - 情報パケットのスケジューリング方式を議論
 - 後着順サービス単一サーバ待ち行列モデルの結果を紹介
- 今後の研究に向けて
 - 処理中ジョブの残り処理時間が長い ⇒ 割込みが効果的

残り処理時間の推定と
それを利用したスケジューリング

- Aol は間接的な指標
情報更新システムの本来の目的は情報源の状態の表示

情報源の動特性と情報転送・処理機構を
組み合わせたモデル

- まとめ
 - 情報パケットのスケジューリング方式を議論
 - 後着順サービス単一サーバ待ち行列モデルの結果を紹介
- 今後の研究に向けて
 - 処理中ジョブの残り処理時間が長い ⇒ 割込みが効果的

残り処理時間の推定と それを利用したスケジューリング

- Aol は間接的な指標
情報更新システムの本来の目的は情報源の状態の表示

情報源の動特性と情報転送・処理機構を
組み合わせたモデル

- まとめ
 - 情報パケットのスケジューリング方式を議論
 - 後着順サービス単一サーバ待ち行列モデルの結果を紹介
- 今後の研究に向けて
 - 処理中ジョブの残り処理時間が長い ⇒ 割込みが効果的

残り処理時間の推定と
それを利用したスケジューリング

- AoI は間接的な指標
情報更新システムの本来の目的は情報源の状態の表示

情報源の動特性と情報転送・処理機構を
組み合わせたモデル