

IDS 通信路における誤り訂正符号化と最近の研究動向

細谷剛

東京理科大学

2017年9月14日

@電子情報通信学会ソサイエティ大会

研究背景

- リアルタイムのビッグデータ解析やデータセンターなどの需要が高まっている
- 高密度と低遅延を兼ね備えた不揮発性磁気メモリである **レーストラックメモリ** が注目されている
- レーストラックメモリでは、シフト操作で生じるポジションエラーにより **挿入・削除誤り** が発生する

[1] Z. Sun, et al., “Design exploration of racetrack lower-level caches,” in *Proc. ACM/IEEE Int. Symp. Low Power Electron. Des.*, 2014.

[2] C. Zhang, et al., “Hi-fi playback: Tolerating position errors in shift operations of racetrack memory,” in *Proc. ACM/IEEE Int. Symp. Computer Architecture*, 2015.

[6] Y. M. Chee, et al., “Coding for racetrack memories,” in *Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory*, 2017.

レーストラックメモリ (RM)

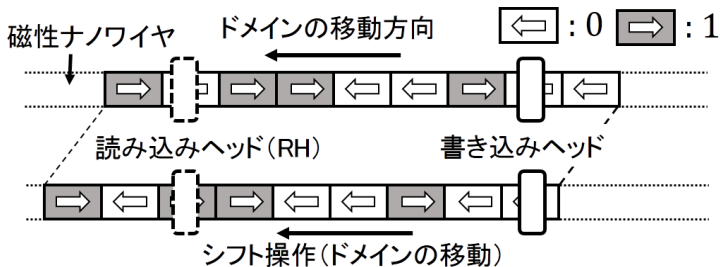


図 1: RM の仕組み

- 磁性ナノワイヤ中のドメインに磁化方向としてデータを記録
- 磁性ナノワイヤにパルス電流を与えドメインを移動させ、記録されたデータを読み込む
- 読み込みの低遅延化に向け、複数 RH による読み込みが検討されている [1].

[1] Z. Sun, et al, in *Proc. ACM/IEEE Int. Symp. Low Power Electron. Des.*, 2014.

シフト操作におけるポジションエラー

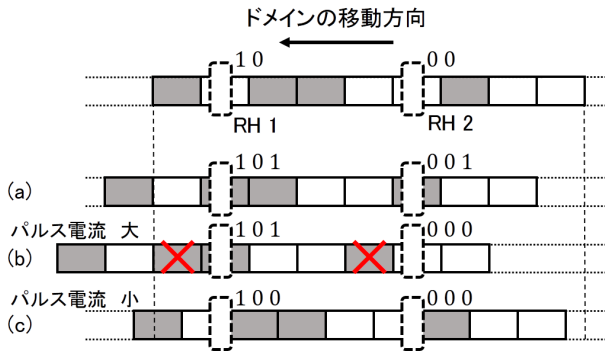


図 2: ポジションエラー

ポジションエラーによる挿入・削除誤り [2]

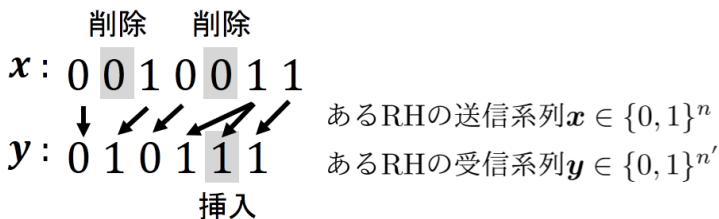
(a) : 1つ分のドメインの移動 → 通常の読み込み

(b) : 1つ分より大きいドメインの移動 → 飛ばして読み込む = **削除誤り**

(c) : 1つ分未満のドメインの移動 → 複数回読み込む = **挿入誤り**

[2] C. Zhang, et al, in *Proc. ACM/IEEE Int. Symp. Computer Architecture*, 2015.

挿入・削除 (ID: Insertion/Deletion) 通信路



ある RH で生じる ID 誤りは、従来の ID 通信路モデルで表現できる。

ID 通信路に対する確率伝搬法に基づく誤り訂正手法 [3, 4, 5]

- ID 通信路を隠れマルコフモデル (HMM) として定義
- 通信路状態の推定&LDPC(Low-Density Parity-Check) 符号の復号

[3] F. Wang, et al, 2011 : 同期マーカー + ブロック LDPC 符号

[4] M.C Davey, et al, 2001 : ウォーターマーク + ブロック LDPC 符号

[5] R. Goto, et al, 2016 : 空間結合 LDPC 符号

本講演の内容

- レーストラックメモリに対する符号化 [Chee, ISIT2017]
- レーストラックメモリに対する LDPC 符号を用いた復号法 [柴田ら 2017Sep.IT 研, SITA2017]

レーストラックメモリに対する符号化

内容

削除誤り訂正符号について取り扱っている.

- ヘッド数 2 かつ 1 削除訂正符号
- ヘッド数複数かつ複数削除訂正符号

仮定

- 全てのヘッドは受信系列の全てのビットを読み込む
- 左端と右端にあるヘッドは t ビット離れているとする ($t \leq n$, n は符号長)
- ヘッドごとに異なる位置に削除誤りが発生する. ヘッド数 2 の場合, 1 番目のヘッドで i 番目に発生したならば, 2 番目のヘッドでは $i+t$ 番目に発生する

ヘッド数2かつ1削除訂正符号

符号構成

$t \leq n$ とし, 符号 $C(n, 1, t)$ を符号長 n で0または1が連続するラン長が t 以下の符号語をもつ集合とする. ヘッド間隔を t とする.

符号語 $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_n) \in C(n, 1, t)$ のうち, ヘッド1では i ビット目が削除, ヘッド2では $i+t$ ビット目が削除されたとする.

- ヘッド1の受信系列 $\mathbf{c}(\delta_i): (c_1, \dots, c_{i-1}, c_{i+1}, \dots, c_n) \leftarrow c_i$ 削除
- ヘッド2の受信系列 $\mathbf{c}(\delta_{i+t}): (c_1, \dots, c_{i+t-1}, c_{i+t+1}, \dots, c_n) \leftarrow c_{i+t}$ 削除

受信系列の左端から $i+t-1$ ビットを取り出す.

- $\mathbf{c}(\delta_i)[1, i+t-1] = (c_1, \dots, c_{i-1}, c_{i+1}, \dots, c_{i+t})$
- $\mathbf{c}(\delta_{i+t})[1, i+t-1] = (c_1, \dots, c_{i-1}, c_i, \dots, c_{i+t-1})$

このとき $\mathbf{c}(\delta_i)[1, i+t-1] \neq \mathbf{c}(\delta_{i+t})[1, i+t-1]$ が成立 (もし等号成立ならば $c_i = c_{i+1} = \dots = c_{i+t-1} = \dots = c_{i+t}$ となるためラン長の仮定と矛盾).

ヘッド数2かつ1削除訂正符号

受信系列の左端 j_1 , $j_1 \geq i$, $j_1 \leq i+t-1$, ビット目がはじめて異なるとする。復号には以下それぞれの部分系列を接続すればよい。

- ヘッド1の受信系列 $\mathbf{c}(\delta_i) = (c_1, \dots, c_{j_1-1}, c_{j_1}, \dots, c_{i+t})$
- ヘッド2の受信系列 $\mathbf{c}(\delta_{i+t}) = (c_1, \dots, c_{j_1}, c_{j_1+1}, \dots, c_{i+t-1})$

すなわち $\mathbf{c} = \mathbf{c}(\delta_{i+t})[1, j_1] \circ \mathbf{c}(\delta_i)[j_1, n-1]$ と得られる。

例

$n = 9, t = 3, \mathbf{c} = (0, 0, \underline{1}, 1, 0, \underline{1}, 0, 1, 1)$

- ヘッド1の受信系列 $\mathbf{c}(\delta_3) = (0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1)$
- ヘッド2の受信系列 $\mathbf{c}(\delta_6) = (0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1)$

このとき $j_1 = 4$ となり $\mathbf{c} = \mathbf{c}(\delta_6)[1, 4] \circ \mathbf{c}(\delta_3)[4, 8] = (0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1)$ が得られた。

系 [Chee, ISIT2017]

ヘッド間隔が少なくとも $t = \lceil \log(n) \rceil$, 冗長度 $\log(e)/4$ となるヘッド数2の単一削除誤り訂正符号が存在する。

ヘッド数3かつ2削除訂正符号

符号構成

$t \leq n$ とし、符号 $C_3(n, \leq 2, t_1)$ を符号長 n でラン長が t_1 以下の符号語をもつ集合とする。それぞれのヘッド間隔を $t = 2(t_1 - 1)$ とする。

符号語 $\mathbf{c} = (c_1, \dots, c_n) \in C_3(n, \leq 2, t)$ のうち、ヘッド1では i_1, i_2 ビット目が削除、ヘッド2では $i_1 + t, i_2 + t$ ビット目が削除、ヘッド3では $i_1 + 2t, i_2 + 2t$ ビット目が削除されたとする。

- $\mathbf{c}(\delta_{i_1}, \delta_{i_2}) = (c_1, \dots, c_{i_1-1}, c_{i_1+1}, \dots, c_{i_2-1}, c_{i_2+1}, \dots, c_n)$ c_{i_1}, c_{i_2} 削除
- $\mathbf{c}(\delta_{i_1+t}, \delta_{i_2+t}) = (c_1, \dots, c_{i_1+t-1}, c_{i_1+t+1}, \dots, c_{i_2+t-1}, c_{i_2+t+1}, \dots, c_n)$
 c_{i_1+t}, c_{i_2+t} 削除
- $\mathbf{c}(\delta_{i_1+2t}, \delta_{i_2+2t}) = (c_1, \dots, c_{i_1+2t-1}, c_{i_1+2t+1}, \dots, c_{i_2+2t-1}, c_{i_2+2t+1}, \dots, c_n)$
 c_{i_1+2t}, c_{i_2+2t} 削除

復号の方針はヘッド数2の場合と同様、以下のように行う。

1. ヘッド1とヘッド2の受信系列からヘッド1の i_1 番目の削除誤りを訂正
2. ヘッド2とヘッド3の受信系列からヘッド2の $i_1 + t$ 番目の削除誤りを訂正
3. 1,2より得られた2つの系列を用いて i_2 番目の削除誤りを訂正

ヘッド数3かつ2削除訂正符号

例

$$n = 11, t_1 = 3, t = 4, \mathbf{c} = (\underline{0}, 0, \underline{1}, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1)$$

- ヘッド1の受信系列 $\mathbf{c}(\delta_1, \delta_3) = (0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1)$
- ヘッド2の受信系列 $\mathbf{c}(\delta_5, \delta_7) = (0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1)$
- ヘッド3の受信系列 $\mathbf{c}(\delta_9, \delta_{11}) = (0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1)$

ヘッド1とヘッド2から最初の削除誤りを訂正 ($j_1 = 2$)

- $\mathbf{c}(\delta_3) = \mathbf{c}(\delta_5, \delta_7)[1, 2] \circ \mathbf{c}(\delta_1, \delta_3)[2, 9] = (0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1)$

ヘッド2ヘッド3から最初の削除誤りを訂正 ($j_2 = 5$)

- $\mathbf{c}(\delta_7) = \mathbf{c}(\delta_9, \delta_{11})[1, 5] \circ \mathbf{c}(\delta_5, \delta_7)[5, 9] = (0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1)$

上記で得られた2つの系列から2番目の削除誤りを訂正 ($j_3 = 4$)

- $\mathbf{c} = \mathbf{c}(\delta_7)[1, 4] \circ \mathbf{c}(\delta_3)[4, 10] = (0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1)$

系 [Chee, ISIT2017]

ヘッド間隔が少なくとも $t = 2(\lceil \log(n) \rceil + 2)$ となるヘッド数3の2個削除誤り訂正符号が存在する。

レーストラックメモリに対する LDPC 符号を用いた復号法

以下の内容に基づきます。

[8] 柴田, 細谷, 八嶋, “レーストラックメモリに対する LDPC 符号を用いた復号法,” IT 研究会, Sep. 2017.

[9] 柴田, 細谷, 八嶋, “レーストラックメモリに対する LDPC 符号を用いた復号法の性能解析,” SITA2017. (予定)

ID 通信路

- ビット位置のずれを状態として持つマルコフモデル
- 通信路状態 s_t , $-S \leq s_t \leq +S$, S は正の整数
- 確率 P_{del} で x_t を削除 ($s_t = s_{t-1} - 1$)
- 確率 P_{ins} で x_t を 2 回読み込む = 挿入 ($s_t = s_{t-1} + 1$)
- 確率 P_{trans} で x_t を読み込む ($s_t = s_{t-1}$)
- 時点 t の出力は $[y]_{t+s_{t-1}}^{t+s_t}$
 $i \leq j$ ならば $[v]_i^j = (v_i, v_{i+1}, \dots, v_j)$, $j < i$ ならば $[v]_i^j = \epsilon$

時点 $t-1$ から時点 t の状態遷移と出力記号,

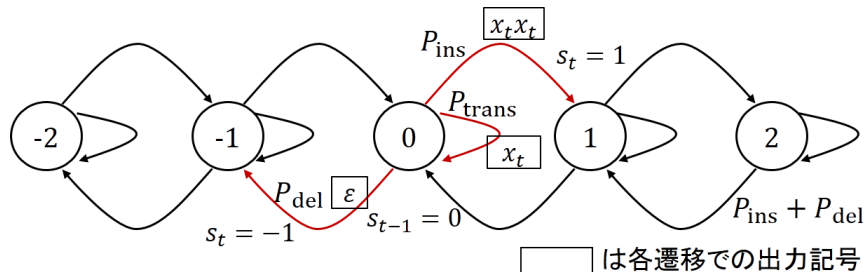


図 3: 状態遷移と出力記号 ($S = 2$)

LDPC(Low-Density Parity-Check) 符号

- LTE や衛星通信，一部磁気メモリ等に応用されている
- 無記憶通信路で通信路容量に近づく強力な誤り訂正符号
- 確率伝搬法に基づく復号アルゴリズムが用いられる

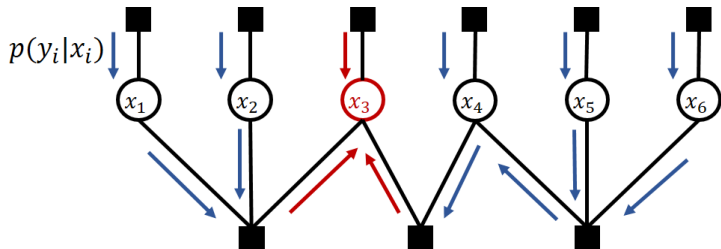


図 4: 確率変数間の依存関係 (ファクターグラフ)

ID 通信路に対する通信路状態の推定と LDPC 符号の復号

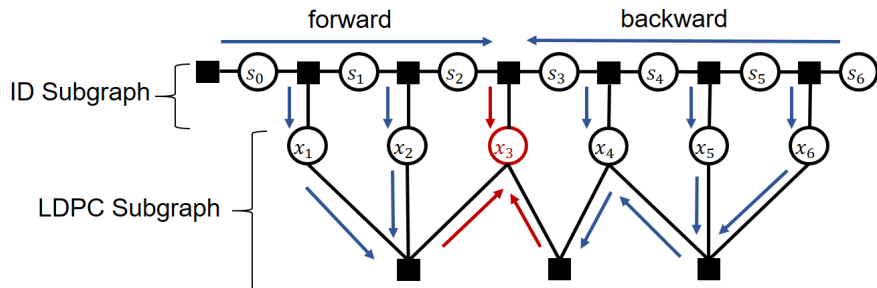
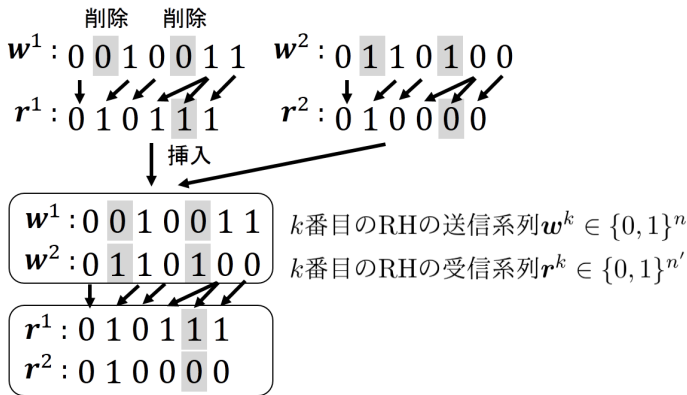


図 5: 結合型復号法 のファクターグラフ

- ID 通信路と LDPC 符号のファクターグラフを結合
- 結合したファクターグラフ上でメッセージを交換し, 周辺事後確率 $p(x_t|\mathbf{y})$ を計算

複数RHをもつRMの読み込みで生じる挿入・削除誤り

- シフト操作でデータは全て移動する
- ポジションエラーが発生した場合、
全てのRHで同タイミングで挿入・削除誤りが発生する



従来のID通信路とは異なる通信路モデルとして考えることができる。
以後、MHID(Multi Heads ID)通信路と呼ぶ

研究目的

- MHID 通信路に対する代数的な誤り訂正手法 [6]
[6] Y. M. Chee, H. M. Kiah, A. Vardy, V. K. Vu, and E. Yaakobi, "Coding for racetrack memories," in *Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory*, 2017.
 - ▶ 複数 RH をもつ RM の特徴を考慮した符号構成
 - ▶ 同グループが ITW2017 で追加研究を発表予定

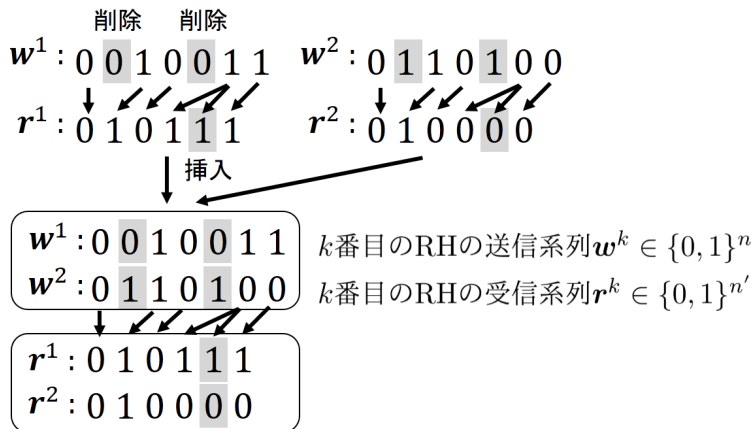
研究目的

MHID 通信路に対する確率伝搬法に基づく誤り訂正手法の提案

- MHID 通信路を HMM として定義
- MHID 通信路に対する LDPC 符号の結合型復号法の提案と性能評価

複数RHの読み込みで生じる挿入・削除誤り

- シフト操作でデータは全て移動する
- ポジションエラーが発生した場合、全てのRHで同タイミングで挿入・削除誤りが発生する



以上を考慮してMHID通信路をモデル化する

MHID 通信路

- RH の個数 : a
- 通信路状態 s_t , $-S \leq s_t \leq +S$, S は正の整数 (状態数の制限)
- 全ての $k \in [1, a] = \{1, \dots, a\}$ に対して,
 - ▶ 確率 P_{del} で w_t^k を削除 ($s_t = s_{t-1} - 1$)
 - ▶ 確率 P_{ins} で w_t^k を 2 回読み込む = 挿入 ($s_t = s_{t-1} + 1$)
 - ▶ 確率 P_{trans} で w_t^k を読み込む ($s_t = s_{t-1}$)
 - ▶ 時点 t の出力は $[r^k]_{t+s_{t-1}}^{t+s_t}$

時点 $t-1$ から時点 t の状態遷移と出力記号,

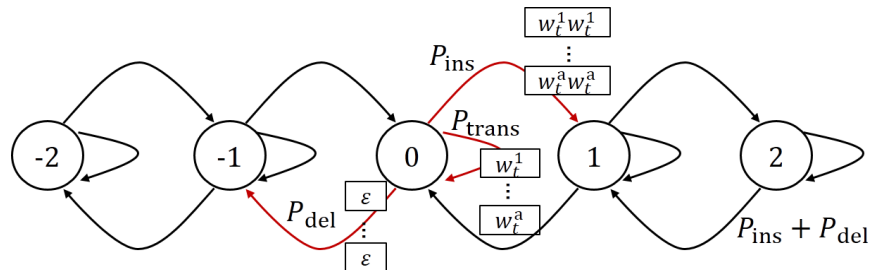


図 6: 状態遷移と出力記号 ($S = 2$)

MHID 通信路

状態遷移確率とシンボル出力確率は、 $t \in [1, n], k \in [1, a]$, に対して,

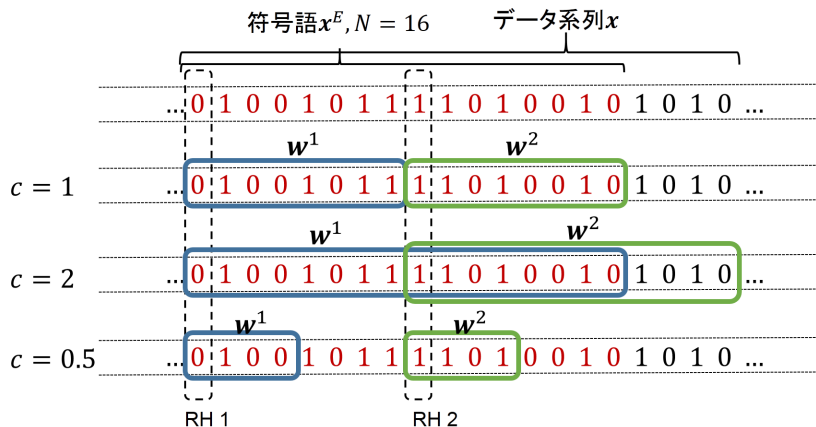
$$p(s_t | s_{t-1}) = \begin{cases} P_{\text{ins}} & (s_t = s_{t-1} + 1, -S < s_{t-1} < +S) \\ P_{\text{ins}} + P_{\text{del}} & (s_t = s_{t-1} + 1, s_{t-1} = -S) \\ P_{\text{del}} & (s_t = s_{t-1} - 1, -S < s_{t-1} < +S) \\ P_{\text{ins}} + P_{\text{del}} & (s_t = s_{t-1} - 1, s_{t-1} = +S) \\ P_{\text{trans}} & (s_t = s_{t-1}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

$$p([\mathbf{r}^k]_{t+s_{t-1}}^{t+s_t} | w_t^k, s_{t-1}, s_t) = \begin{cases} \prod_{i \in [0, 1]} p(r_{t+s_t-i}^k | w_t^k) & (s_t = s_{t-1} + 1) \\ 1 & (s_t = s_{t-1} - 1) \\ p(r_{t+s_t}^k | w_t^k) & (s_t = s_{t-1}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

$p(s_0)$, $p(s_n)$ は既知とする.

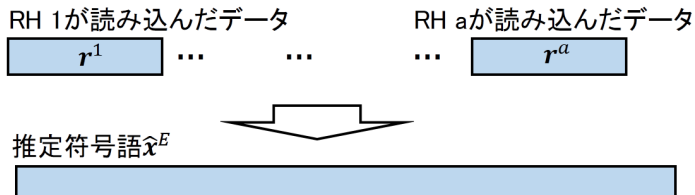
複数 RH をもつ RM のシステムモデル

- 符号長 N の 2 元 LDPC 符号 C_E の符号語 x^E
- a 個の RH は x^E 上に等間隔で配置
- ドメインを $\frac{cN}{a}$ ビット分移動 ($c \in \mathbb{R}, 0 < c \leq a, \frac{N}{a} \in \mathbb{N}, \frac{cN}{a} \in \mathbb{N}$)
- 送信系列長 $n = \frac{cN}{a}$ は c により決まる



MHID 通信路に対する結合型復号法

- 受信系列 r^k , for all $k \in [1, a]$, から符号語 x^E を推定



アプローチ

1. MHID 通信路と LDPC 符号を結合させたグラフィカル表現
2. グラフ上で実行する結合型復号法

結合確率の因数分解

$\mathbf{x}, \mathbf{w}^k, \mathbf{r}^k$, for all $k \in [1, a]$, $\mathbf{s} = (s_0, \dots, s_n)$, の結合確率は,
条件付き確率の定義, 確率変数間の条件付き独立性より,

$$p(\mathbf{x}, \mathbf{w}^1, \dots, \mathbf{w}^a, \mathbf{r}^1, \dots, \mathbf{r}^a, \mathbf{s}) = p(s_0) \prod_{t \in [1, n]} \prod_{k \in [1, a]} p([\mathbf{r}^k]_{t+s_{t-1}}^{t+s_t} | w_t^k, s_{t-1}, s_t) p(s_t | s_{t-1})$$

$$\times \prod_{i \in [1, L]} \prod_{q \in \delta_i} p(w_{\phi_q(i)}^q | x_i) \frac{1}{|C_E|} \prod_{j \in [1, M]} h_j(\mathbf{x}^E) \prod_{z \in [N+1, L]} p(x_z)$$

N	C_E の符号長	δ_i	x_i が読み込まれるRH番号番号の集合
M	検査行列 H の行数	$\phi_k(i)$	x_i に対応する $\mathbf{w}^k, k \in \delta$ 内のビット位置
n	\mathbf{w}^k の長さ	$ C_E $	C_E の符号語総数
L	\mathbf{x} の長さ	$h_j(\mathbf{x}^E)$	Indicator関数

なお,

$i \leq j$ ならば $[i, j] = \{i, i+1, \dots, j\}$, $j < i$ ならば $[i, j] = \text{空集合}$

$L = \max(N, (a-1+c)N/a)$

グラフィカル表現

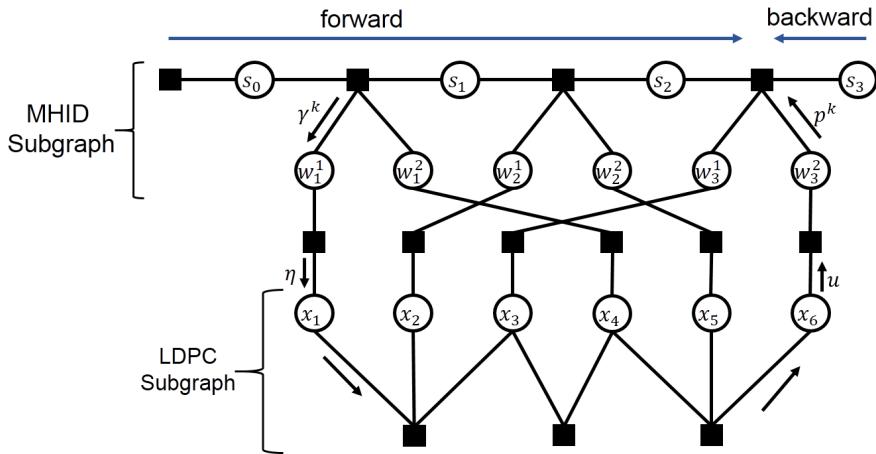


図 7: ファクターグラフ $a=2, c=1, N=6$ の例

結合したファクターグラフ上でメッセージを交換し、
 周辺事後確率 $p(x_t^E | \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_a)$ を求める

グラフィカル表現

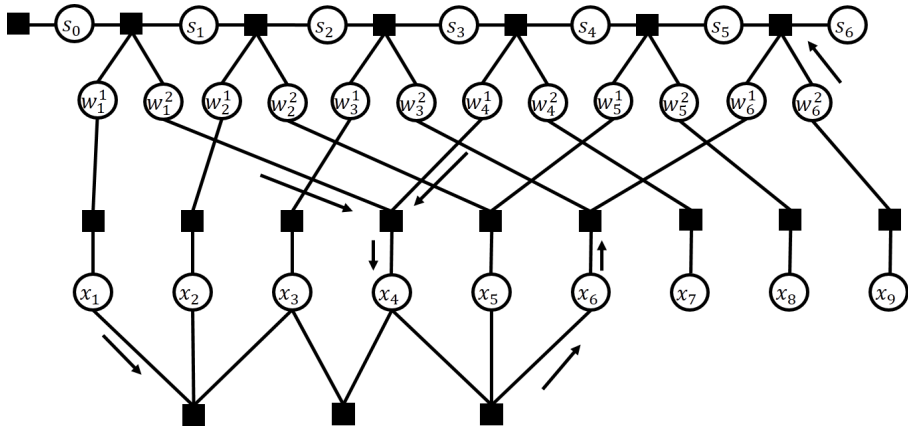


図 8: ファクターグラフ $a = 2, c = 2, N = 6$ の例

グラフィカル表現

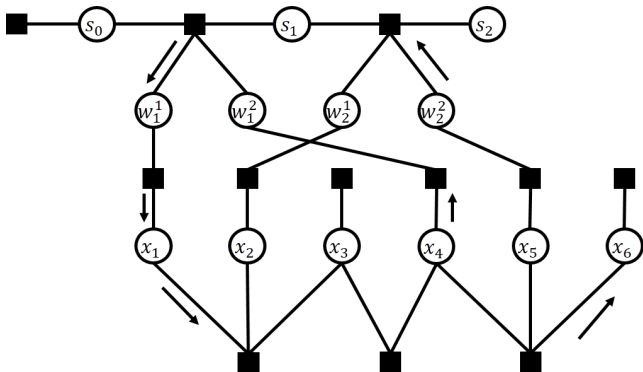
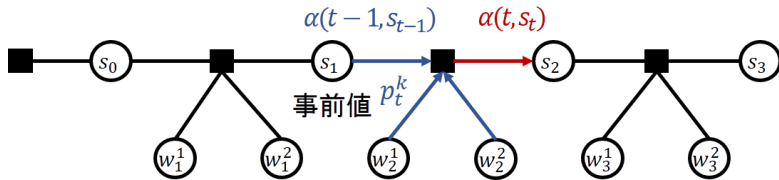


図 9: ファクターグラフ $a=2, c=2/3, N=6$ の例

読み込まれないビットは消失ビットとして扱う

結合型復号法：前向き後ろ向きアルゴリズム



前向き確率 $\alpha(t, s_t)$, 後ろ向き確率 $\beta(t, s_t)$, w_t^k へのメッセージ γ_t^k

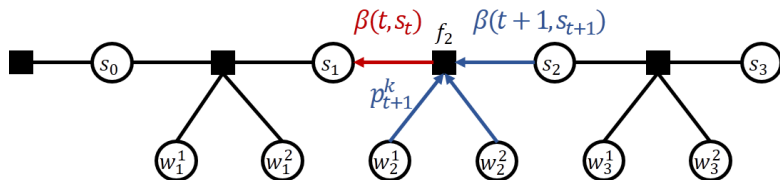
$$\alpha(t, s_t) = \sum_{s_{t-1}} \prod_{k \in [1, a]} \sum_{w_t^k} p_t^k(w_t^k) p([\mathbf{r}^k]_{t+s_{t-1}}^{t+s_t} | w_t^k, s_{t-1}, s_t) p(s_t | s_{t-1}) \alpha(t-1, s_{t-1})$$

$$\beta(t, s_t) = \sum_{s_{t+1}} \prod_{k \in [1, a]} \sum_{w_{t+1}^k} p_{t+1}^k(w_{t+1}^k) p([\mathbf{r}^k]_{t+1+s_t}^{t+1+s_{t+1}} | w_{t+1}^k, s_t, s_{t+1}) p(s_{t+1} | s_t) \beta(t+1, s_{t+1})$$

$$\gamma_t^k(x) = \sum_{s_t} \sum_{s_{t-1}} \alpha(t-1, s_{t-1}) \beta(t, s_t) p(s_t | s_{t-1}) p([\mathbf{r}^k]_{t+s_{t-1}}^{t+s_t} | w_t^k = x, s_{t-1}, s_t)$$

$$\prod_{i \in [1, a] \setminus k} \sum_{w_t^i} p_t^i(w_t^i) p([\mathbf{r}^i]_{t+s_{t-1}}^{t+s_t} | w_t^i, s_{t-1}, s_t)$$

結合型復号法：前向き後ろ向きアルゴリズム



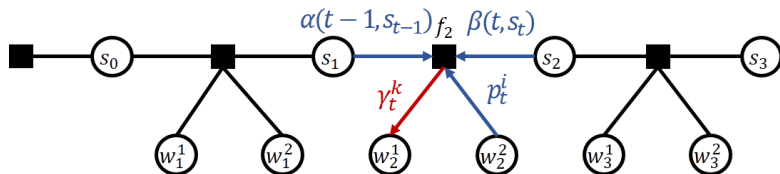
前向き確率 $\alpha(t, s_t)$, 後ろ向き確率 $\beta(t, s_t), w_t^k$ へのメッセージ γ_t^k

$$\alpha(t, s_t) = \sum_{s_{t-1}} \prod_{k \in [1, a]} \sum_{w_t^k} p_t^k(w_t^k) p([\mathbf{r}^k]_{t+s_{t-1}}^{t+s_t} | w_t^k, s_{t-1}, s_t) p(s_t | s_{t-1}) \alpha(t-1, s_{t-1})$$

$$\beta(t, s_t) = \sum_{s_{t+1}} \prod_{k \in [1, a]} \sum_{w_{t+1}^k} p_{t+1}^k(w_{t+1}^k) p([\mathbf{r}^k]_{t+1+s_t}^{t+1+s_{t+1}} | w_{t+1}^k, s_t, s_{t+1}) p(s_{t+1} | s_t) \beta(t+1, s_{t+1})$$

$$\gamma_t^k(x) = \sum_{s_t} \sum_{s_{t-1}} \alpha(t-1, s_{t-1}) \beta(t, s_t) p(s_t | s_{t-1}) p([\mathbf{r}^k]_{t+s_{t-1}}^{t+s_t} | w_t^k = x, s_{t-1}, s_t) \prod_{i \in [1, a] \setminus k} \sum_{w_t^i} p_t^i(w_t^i) p([\mathbf{r}^i]_{t+s_{t-1}}^{t+s_t} | w_t^i, s_{t-1}, s_t)$$

結合型復号法：前向き後ろ向きアルゴリズム



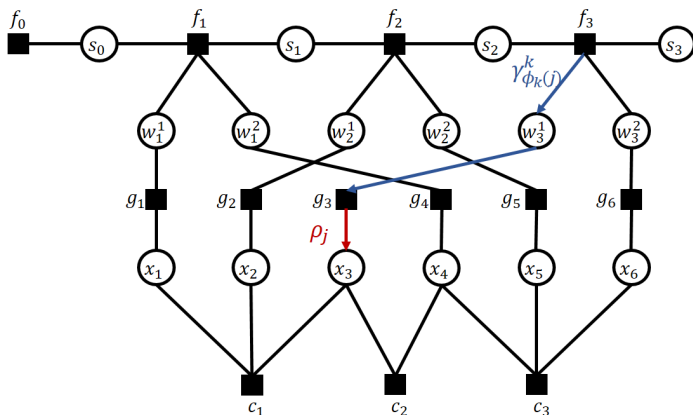
前向き確率 $\alpha(t, s_t)$, 後ろ向き確率 $\beta(t, s_t)$, w_t^k へのメッセージ γ_t^k

$$\alpha(t, s_t) = \sum_{s_{t-1}} \prod_{k \in [1, a]} \sum_{w_t^k} p_t^k(w_t^k) p([\mathbf{r}^k]_{t+s_{t-1}}^{t+s_t} | w_t^k, s_{t-1}, s_t) p(s_t | s_{t-1}) \alpha(t-1, s_{t-1})$$

$$\beta(t, s_t) = \sum_{s_{t+1}} \prod_{k \in [1, a]} \sum_{w_{t+1}^k} p_{t+1}^k(w_{t+1}^k) p([\mathbf{r}^k]_{t+1+s_t}^{t+1+s_{t+1}} | w_{t+1}^k, s_t, s_{t+1}) p(s_{t+1} | s_t) \beta(t+1, s_{t+1})$$

$$\gamma_t^k(x) = \sum_{s_t} \sum_{s_{t-1}} \alpha(t-1, s_{t-1}) \beta(t, s_t) p(s_t | s_{t-1}) p([\mathbf{r}^k]_{t+s_{t-1}}^{t+s_t} | w_t^k = x, s_{t-1}, s_t) \prod_{i \in [1, a] \setminus k} \sum_{w_t^i} p_t^i(w_t^i) p([\mathbf{r}^i]_{t+s_{t-1}}^{t+s_t} | w_t^i, s_{t-1}, s_t)$$

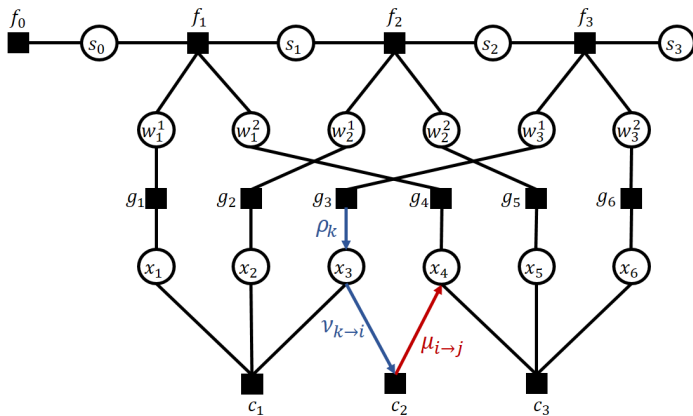
通信路状態の推定& LDPC 符号の復号アルゴリズム



$j \in [1, N]$ に対して,

$$\rho_j = \sum_{k \in \Lambda_j} \ln \frac{\gamma_{\phi_k(j)}^k(0)}{\gamma_{\phi_k(j)}^k(1)}$$

通信路状態の推定& LDPC 符号の復号アルゴリズム

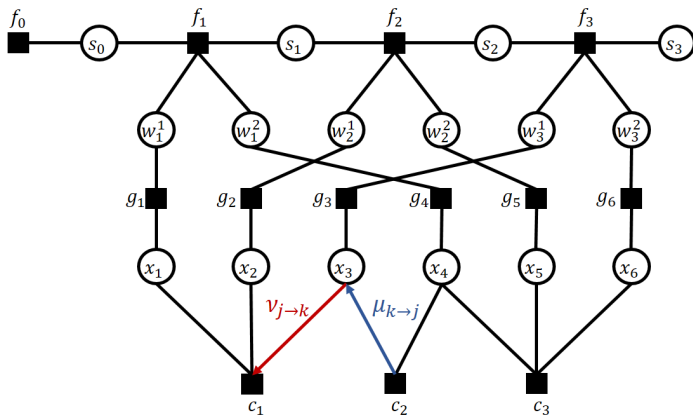


$i \in [1, M], j \in A_i$, に対して,

$$\mu_{i \rightarrow j} = 2 \tanh^{-1} \left(\prod_{k \in A_i \setminus j} \tanh \left(\frac{\rho_k + \nu_{k \rightarrow i}}{2} \right) \right)$$

$$A_i = \{j | H_{i,j} = 1\}, i \in [1, M]$$

通信路状態の推定& LDPC 符号の復号アルゴリズム

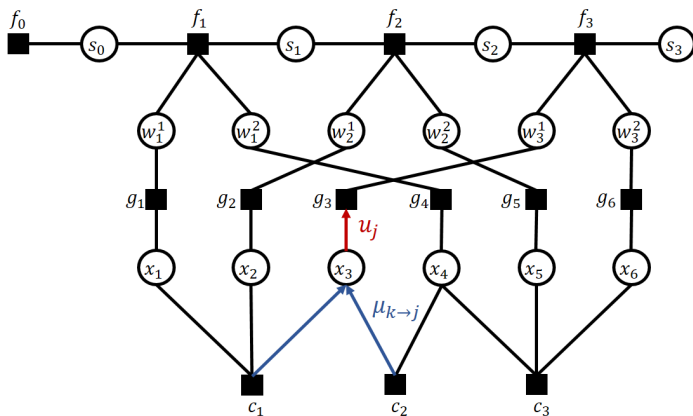


$j \in [1, N], i \in B_j$, に対して,

$$v_{j \rightarrow i} = \sum_{k \in B_j \setminus i} \mu_{k \rightarrow j}$$

$$B_j = \{i | H_{i,j} = 1\}, j \in [1, N]$$

通信路状態の推定& LDPC 符号の復号アルゴリズム



$j \in [1, N]$ に対して,

$$u_j = \sum_{k \in B_j} \mu_{k \rightarrow j}$$

通信路状態の推定& LDPC 符号の復号アルゴリズム

一時推定語の計算

$j \in [1, N]$ に対して,

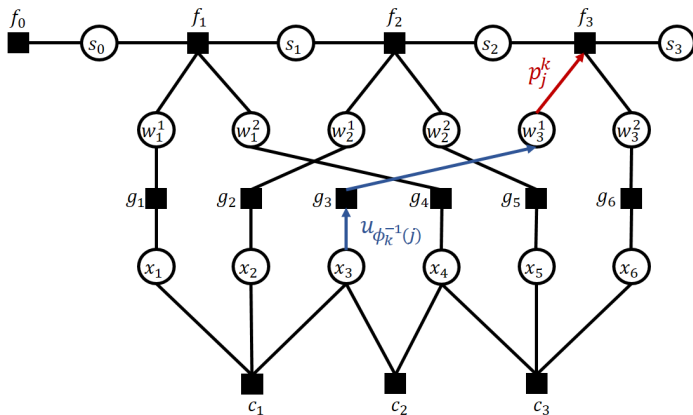
$$\hat{x}_j^E = \begin{cases} 0 & (\rho_j + u_j \geq 0) \\ 1 & (\rho_j + u_j < 0). \end{cases}$$

パリティ検査

$(\hat{x}_1^E, \dots, \hat{x}_N^E)H^T = \mathbf{0}$ ならば, 復号結果として $(\hat{x}_1^E, \dots, \hat{x}_N^E)$ を出力してアルゴリズムを終了する.

そうでなければ, 次に進む.

通信路状態の推定& LDPC 符号の復号アルゴリズム



$j \in [1, n], k \in [1, a]$, に対して, 次式を計算しアルゴリズムの最初に戻る.

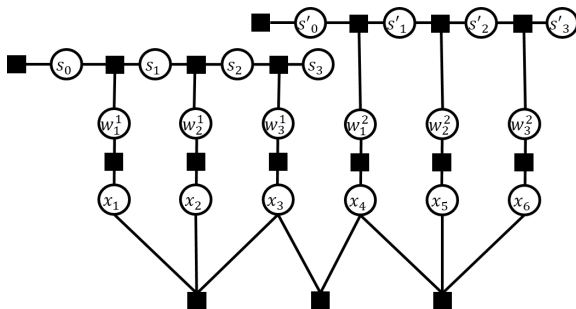
$$p_j^k(w_j^k = 0) = \frac{\exp\left(u_{\phi_k^{-1}(j)} + \rho_{\phi_k^{-1}(j)} - \ln \frac{\gamma_j^k(0)}{\gamma_j^k(1)}\right)}{1 + \exp\left(u_{\phi_k^{-1}(j)} + \rho_{\phi_k^{-1}(j)} - \ln \frac{\gamma_j^k(0)}{\gamma_j^k(1)}\right)}, \quad p_j^k(w_j^k = 1)$$

計算機シミュレーションによる性能評価

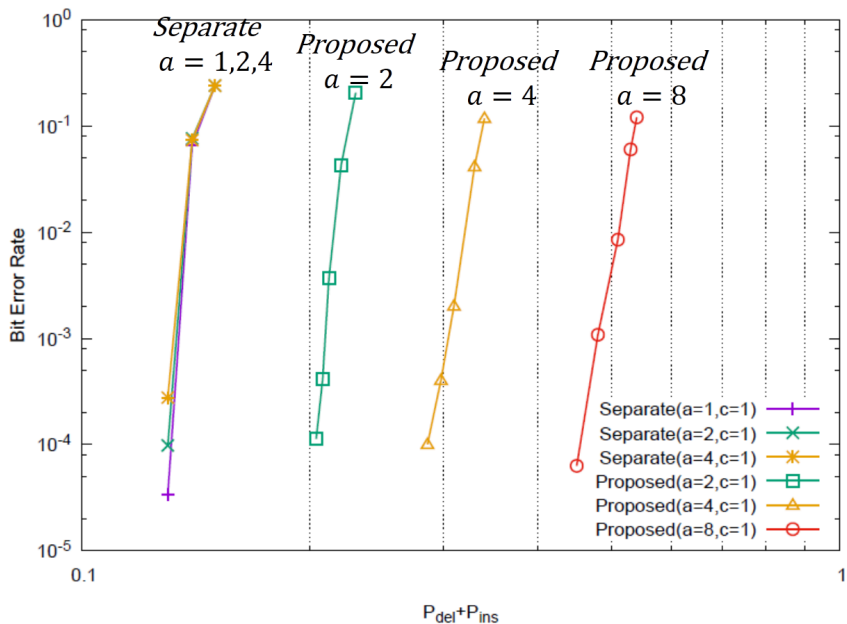
条件

- RH の個数 $a = 1, 2, 4, 8$, $c = 0.7, 1, 2$
- $P_{\text{ins}} = P_{\text{del}}, S = 4$
- 空間結合 LDPC 符号 (Kudekar らの構成法)
 - ▶ $N = 65536, R = 0.4375$, 結合数 16
 - ▶ チェックノード次数 6, 変数ノード次数 3

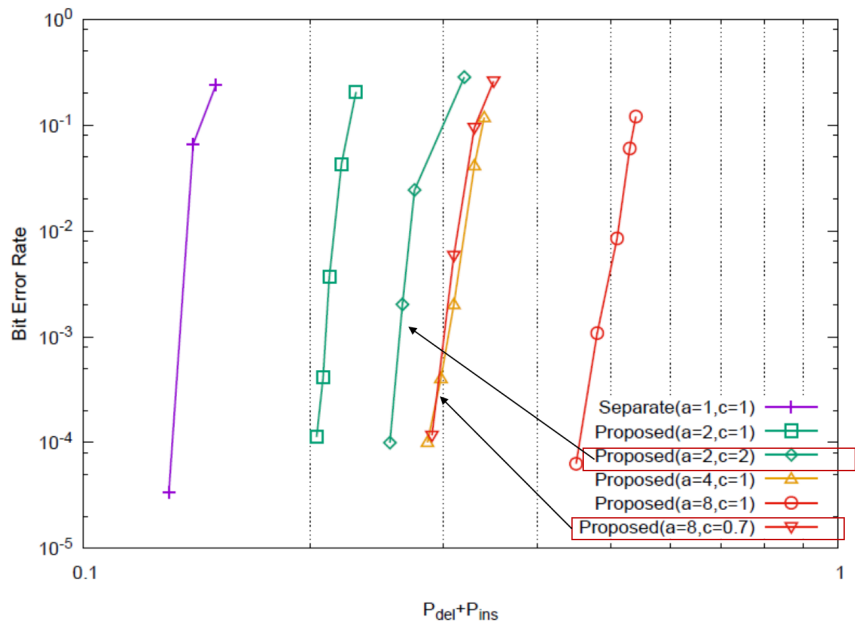
比較対象"Separate"は、各読み込みヘッドが独立に通信路状態推定を行うアルゴリズムとする。



空間結合 LDPC 符号 : $c = 1$



空間結合 LDPC 符号 : $c = 0.7, 1, 2$



まとめと今後の課題

まとめ

- MHID 通信路を HMM として定義した
- MHID 通信路に対する結合型復号法の提案
- 計算機シミュレーションによる性能評価
 - ▶ 読み込みヘッド数を増すに伴い性能向上

今後の課題

- MHID 通信路の対称情報レート
- 密度発展法による MHID 通信路に対する結合型復号法の性能解析

References I

- [1] Z. Sun, X. Bi, A. Jones, and H. Li, "Design exploration of racetrack lower-level caches," *in Proc. ACM/IEEE Int. Symp. Low Power Electron. Des.*, pp. 263–266, Aug. 2014.
- [2] C. Zhang, G. Sun, X. Zhang, W. Zhang, W. Zhao, T. Wang, Y. Liang, Y. Liu, Y. Wang, and J. Shu, "Hi-fi playback: Tolerating position errors in shift operations of racetrack memory," *in Proc. ACM/IEEE Int. Symp. Computer Architecture*, pp. 694–706, Jun. 2015.
- [3] M. C. Davey and D. C. MacKay, "Reliable communication over channel with insertions, deletions and substitutions," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol.47, no.2, pp.687–698, Feb. 2001.
- [4] F. Wang, D. Fertonani, and T. M. Duman, "Symbol-level synchronization and LDPC code design for insertion/deletion channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol.59, no.5, pp.1287–1297, May 2011.
- [5] R. Goto, K. Kasai, and H. Kaneko, "Coding of insertion-deletion-substitution channels without markers," *in Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory*, pp.635–639, Jul. 2016.
- [6] Y. M. Chee, H. M. Kiah, A. Vardy, V. K. Vu, and E. Yaakobi, "Coding for racetrack memories," *in Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory*, pp.619–623, Jul. 2017.
- [7] S. Kudekar, T. Richardson, and R. Urbanke, "Threshold saturation via spatial coupling: Why convolutional LDPC ensembles perform so well over the BEC," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol.57, no.2, pp.803–834, Jan. 2011.