電子情報通信学会総合大会
チュートリアルセッション
「情報スペクトル古今東西」

情報スペクトルとその裾確率について

齋藤 翔太

早稲田大学　基幹理工学研究科　数学応用数理専攻

2018年3月22日

発表の内容

1. 固定長情報源符号化

1-1. 情報スペクトル（エントロピースペクトル）の裾確率による理論限界の解析

1-2. 別の視点から見た理論限界の解析

2. 可変長情報源符号化

2-1. 情報スペクトル（エントロピースペクトル）の裾確率による理論限界の解析

2-2. 別の視点から見た理論限界の解析

発表の内容

1. 固定長情報源符号化

1-1. 情報スペクトル（エントロピースペクトル）の裾確率による理論限界の解析

1-2. 別の視点から見た理論限界の解析

2. 可変長情報源符号化

2-1. 情報スペクトル（エントロピースペクトル）の裾確率による理論限界の解析

2-2. 別の視点から見た理論限界の解析

固定長情報源符号化：符号器，復号器

情報源 $\mathbf{X} = \{X^n\}_{n=1}^{\infty}$ → 符号器 φ_n → 復号器 ψ_n →

$$X^n := X_1 X_2 \ldots X_n \sim P_{X^n}$$

X_i：有限または可算無限集合 $\mathcal{X}$ 上に値をとる離散確率変数

符号器 $\varphi_n : \mathcal{X}^n \to \{1, 2, \ldots, M_n\}$

M_n: 正整数

復号器 $\psi_n : \{1, 2, \ldots, M_n\} \to \mathcal{X}^n$

固定長情報源符号化：誤り確率

情報源 $\mathbf{X}=\{X^n\}_{n=1}^{\infty}$ → 符号器 φ_n → 復号器 ψ_n →

符号器 $\varphi_n : \mathcal{X}^n \to \{1, 2, \ldots, M_n\}$

復号器 $\psi_n : \{1, 2, \ldots, M_n\} \to \mathcal{X}^n$

評価基準①：**誤り確率**

$$\epsilon_n := \mathbb{P}[X^n \neq \psi_n(\varphi_n(X^n))]$$

小さければ小さいほどよいが，そのためには M_n が

ある程度大きくなければならない

固定長情報源符号化：符号化レート

情報源 $\mathbf{X} = \{X^n\}_{n=1}^{\infty}$ → 符号器 φ_n → 復号器 ψ_n →

符号器　$\varphi_n : \mathcal{X}^n \to \{1, 2, \ldots, M_n\}$

復号器　$\psi_n : \{1, 2, \ldots, M_n\} \to \mathcal{X}^n$

M_n の大きさを定量的に表す量

評価基準②：**符号化レート**

$$\frac{1}{n} \log_2 M_n$$

固定長情報源符号化：例

- $\mathcal{X} = \{a, b\},\ P_X(a) = 0.8,\ P_X(b) = 0.2$
- 系列長 $n = 2$
- 符号器 $\varphi_2 : \mathcal{X}^2 \to \{1, 2\}$
- 復号器 $\psi_2 : \{1, 2\} \to \mathcal{X}^2$

x^2	$\varphi_2(x^2)$	$\psi_2(\varphi_2(x^2))$
aa	1	aa
ab	2	ab
$\boxed{ba}$	1	$\boxed{aa}$
$\boxed{bb}$	1	$\boxed{aa}$

誤り確率 $\epsilon_2 = 0.2 \times 0.8 + 0.2 \times 0.2 = 0.2$

符号化レート $\dfrac{1}{2} \log_2 2 = 0.5$

誤り確率と符号化レートのトレードオフ

評価基準

- **誤り確率** $\epsilon_n := \mathbb{P}[X^n \neq \psi_n(\varphi_n(X^n))]$
- **符号化レート** $\frac{1}{n}\log_2 M_n$

トレードオフ

誤り確率 ϵ_n をある値以下にするような符号器 φ_n と復号器 ψ_n が存在するためには，符号化レートは最小限どの程度でなければならないか？

最適固定長符号化レート

定義

レートRが達成可能

$$\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} \quad \lim_{n\to\infty} \epsilon_n = 0 \quad \text{かつ} \quad \limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n}\log_2 M_n \le R$$

を満たす(φ_n, ψ_n)の列が存在する

定義：最適固定長符号化レート

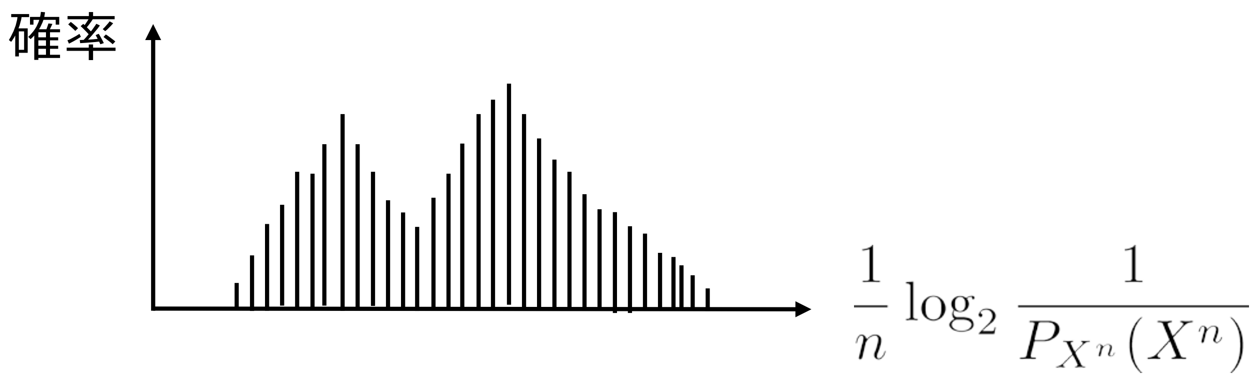
$$R(\mathbf{X}) := \inf\{R : R\text{ が達成可能}\}$$

一般情報源に対する $R(\mathbf{X})$ (1/2)

情報源の確率分布 P_{X^n} は任意のものでよい

とするとき $R(\mathbf{X})$ はどのような量で特徴付けられるか？

一般情報源と呼ぶ



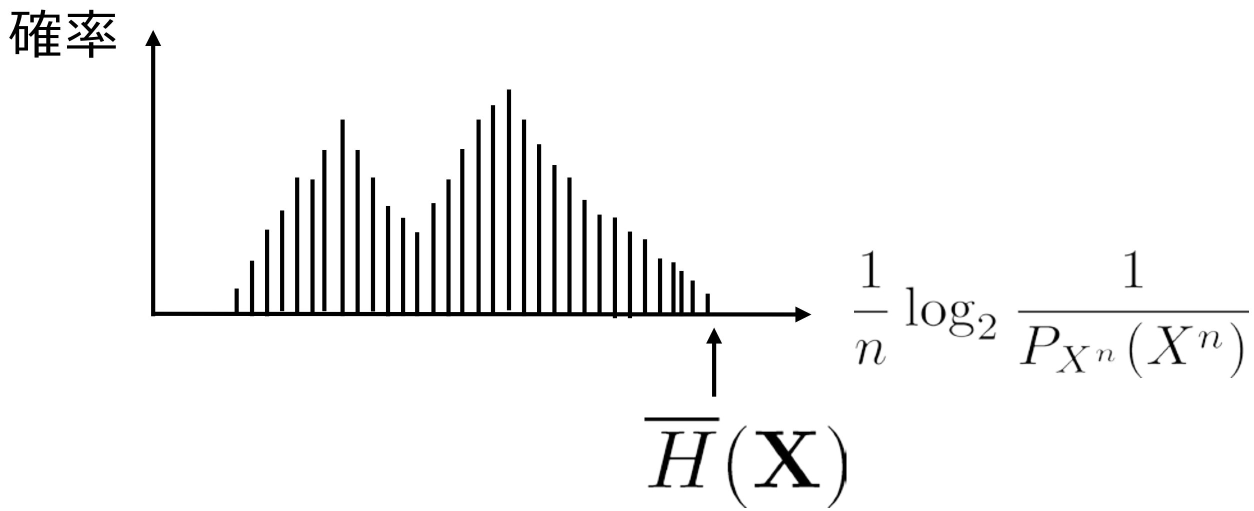
キーポイント　自己情報量 $\frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(X^n)}$ の確率分布

（**エントロピースペクトル**）

一般情報源に対する $R(\mathbf{X})$（2/2）

定義

$$\overline{H}(\mathbf{X}) := \inf\left\{\alpha : \lim_{n\to\infty} \mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(X^n)} > \alpha\right] = 0\right\}$$



定理 [Han and Verdu, 1993]

一般情報源 $\mathbf{X}$ に対して $R(\mathbf{X}) = \overline{H}(\mathbf{X})$ が成立

スペクトルの分布の形 (1/2)

最適固定長符号化レートは**エントロピースペクトルの上端**で特徴付けられる

[韓, 1998]のまえがきより引用

情報理論はいつでも「スペクトル」の上端や下端だけで用が済んでしまうというのであろうか．それならば，折角「広がりをもったスペクトル」という概念に至っても，「スペクトルの分布の形」そのものは無用の長物ということになるのであろうか．
それでは振り上げた拳のやり場に困るではないか．
この疑問はかなり長い間筆者を苦しませた．

スペクトルの分布の形 (2/2)

[韓, 1998]のまえがきより引用

ところが，実は**「スペクトルの分布の形」そのものは情報理論的に重要な意味を持っていた**のである．（中略）**固定長情報源符号化の ϵ-符号化レート**や通信路符号化の ϵ-通信路容量を求める問題でも，**「情報スペクトルの分布」という立場から眺めて初めて「一般公式」を得ることが可能**になった

最適固定長 ϵ -符号化レート

定義

レート R が ϵ -達成可能

$\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ $\limsup_{n\to\infty} \epsilon_n \leq \epsilon$ かつ $\limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n} \log_2 M_n \leq R$

を満たす (φ_n, ψ_n) の列が存在する

先ほどの問題設定では

$$\lim_{n\to\infty} \epsilon_n = 0$$

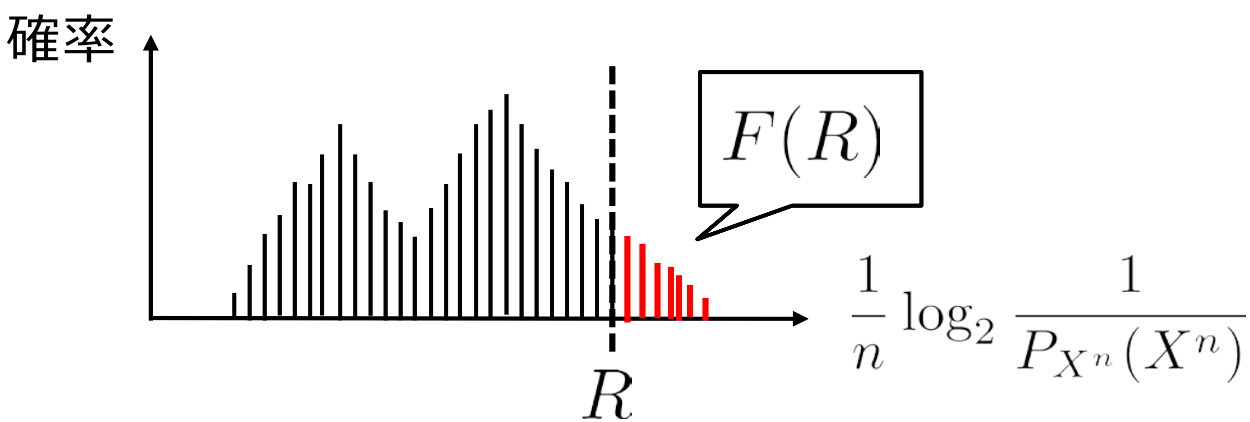
定義：最適固定長 ϵ –符号化レート

$$R(\epsilon|\mathbf{X}) := \inf\{R : R \text{ が } \epsilon \text{ -達成可能 }\}$$

エントロピースペクトルによる $R(\epsilon|\mathbf{X})$ の特徴付け

定義

$$F(R) := \limsup_{n\to\infty} \mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\log_2 \frac{1}{P_{X^n}(X^n)} \geq R\right]$$



定理 [韓, 1998]

任意の $\epsilon \in [0,1)$ と一般情報源 $\mathbf{X}$ に対して，次式が成立.

$$R(\epsilon|\mathbf{X}) = \inf\{R : F(R) \leq \epsilon\}$$

定理の証明の方針

逆定理　$R(\epsilon|\mathbf{X}) \geq \inf\{R : F(R) \leq \epsilon\}$

順定理　$R(\epsilon|\mathbf{X}) \leq \inf\{R : F(R) \leq \epsilon\}$

順定理の証明では，次の補題が重要な役割を果たす

補題

M_nを任意に与えられた正整数とすると，すべての$n \in \mathbb{N}$に対して

$$\epsilon_n \leq \mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\log_2 \frac{1}{P_{X^n}(X^n)} \geq \frac{1}{n}\log_2 M_n\right]$$

を満たす符号器，復号器の組(φ_n, ψ_n)が存在する

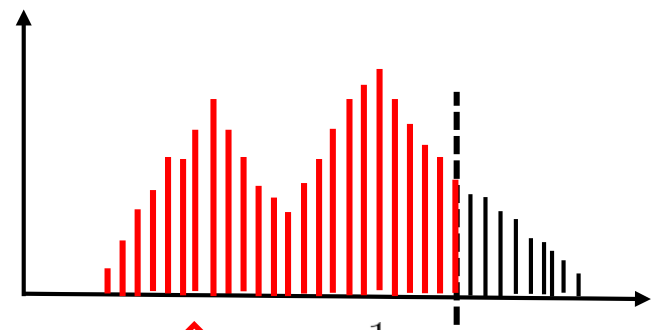
補題の証明の概要（1/2）

証明したいこと

$\epsilon_n \le$

$$\mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(X^n)} \ge \frac{1}{n}\log_2 M_n\right]$$

を満たす (φ_n, ψ_n) が存在



$$T_n = \left\{x^n \in \mathcal{X}^n : \frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(x^n)} < \frac{1}{n}\log_2 M_n\right\}$$

とおくと，$x^n \in T_n$ に対して $\boxed{P_{X^n}(x^n) \ge \frac{1}{M_n}}$ が成立.

よって $1 \ge \sum_{x^n \in T_n} P_{X^n}(x^n) \ge |T_n|\frac{1}{M_n}$

より $|T_n| \le M_n$ が成り立つ.

$|\cdot|$: 集合の要素数

補題の証明の概要 (2/2)

証明したいこと

$\epsilon_n \leq$

$$\mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(X^n)} \geq \frac{1}{n}\log_2 M_n\right]$$

を満たす (φ_n, ψ_n) が存在

$|T_n| \leq M_n$ より，T_n の要素をすべて誤りなく復号するような

$$\varphi_n : \mathcal{X}^n \to \{1, 2, \ldots, M_n\}$$
$$\psi_n : \{1, 2, \ldots, M_n\} \to \mathcal{X}^n$$

の組が存在

この (φ_n, ψ_n) の誤り確率は次のように評価できる

$$\epsilon_n := \mathbb{P}[X^n \neq \psi_n(\varphi_n(X^n))]$$
$$\leq \mathbb{P}[X^n \in T_n^c] = \mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(X^n)} \geq \frac{1}{n}\log_2 M_n\right]$$

$$T_n = \left\{x^n \in \mathcal{X}^n : \frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(x^n)} < \frac{1}{n}\log_2 M_n\right\}$$

$\blacksquare$

順定理の証明の概要 (1/2)

順定理　$R(\epsilon|\mathbf{X}) \leq \inf\{R : F(R) \leq \epsilon\}$

$R(\epsilon|\mathbf{X})$

$:= \inf\{R : R$ が ϵ-達成可能$\}$

$$F(R) := \limsup_{n\to\infty} \mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\log_2 \frac{1}{P_{X^n}(X^n)} \geq R\right]$$

$R_0 = \inf\{R : F(R) \leq \epsilon\}$ とおいて $R = R_0 + \gamma$ が ϵ−達成可能であることを示す

任意に小さい定数

$\limsup_{n\to\infty} \epsilon_n \leq \epsilon$ かつ $\limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n}\log_2 M_n \leq R$

を満たす (φ_n, ψ_n) の列が存在する

$$M_n = \lceil 2^{nR} \rceil \text{ とすれば } \limsup_{n\to\infty} \frac{1}{n}\log_2 M_n \leq R$$

順定理の証明の概要 (2/2)

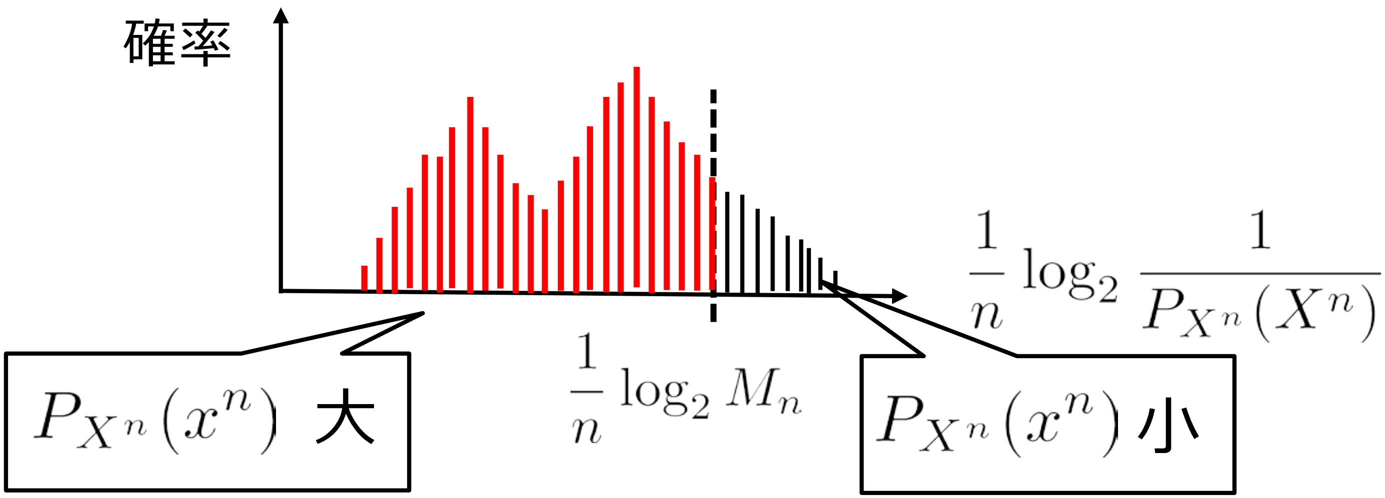
補題により $\epsilon_n \le \mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(X^n)} \ge R\right]$ なる (φ_n, ψ_n) が存在する．よって，

$$
\begin{aligned}
\limsup_{n\to\infty} \epsilon_n &\le \limsup_{n\to\infty} \mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(X^n)} \ge R\right] \\
&= F(R) \\
&= F(R_0 + \gamma) \\
&\le \epsilon
\end{aligned}
$$

$$\boxed{R_0 = \inf\{R : F(R) \le \epsilon\}}$$

ゆえに $\limsup_{n\to\infty} \epsilon_n \le \epsilon$ $\blacksquare$

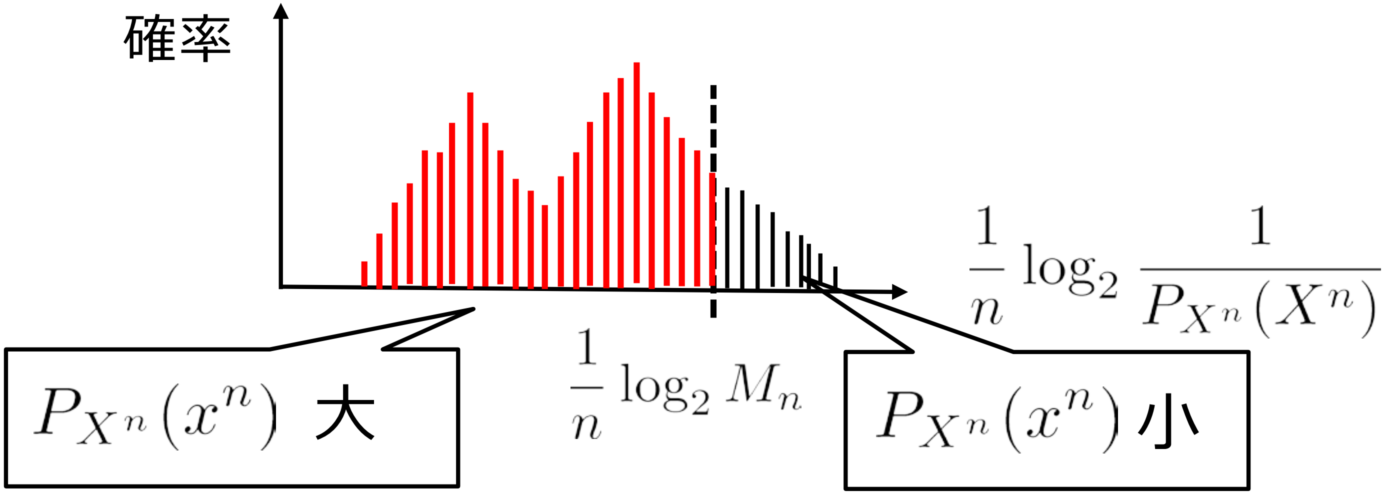
順定理の証明の考察 (1/2)



$T_n = \left\{ x^n \in \mathcal{X}^n : \frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(x^n)} < \frac{1}{n}\log_2 M_n \right\}$ の要素をすべて誤りなく復号するような符号器 $\varphi_n : \mathcal{X}^n \to \{1, 2, \ldots, M_n\}$ と復号器 $\psi_n : \{1, 2, \ldots, M_n\} \to \mathcal{X}^n$ の組が存在する補題を利用

生起確率の大きな情報源系列は誤りなく符号化
(生起確率の小さな情報源系列は誤りを許容)

順定理の証明の考察 (2/2)



順定理の証明の一つのポイント

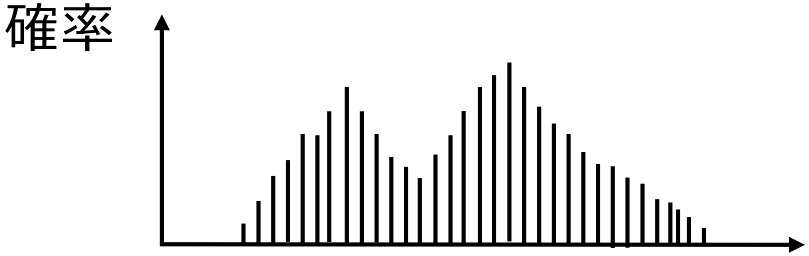
生起確率の大きな（小さな）情報源系列を

エントロピースペクトルの裾で捉えている

分布の裾の捉え方

生起確率の大きな（小さな）情報源系列を

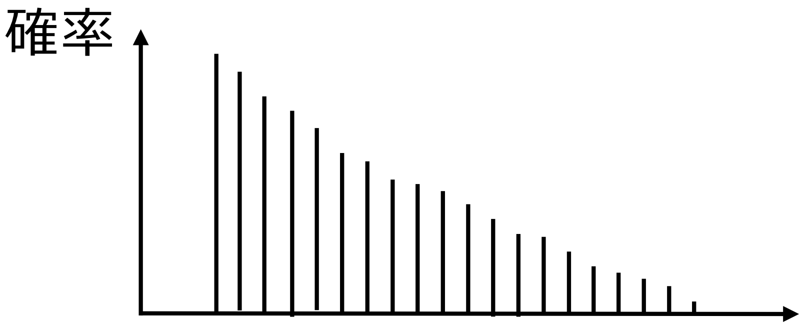
エントロピースペクトルの裾で捉える



$$\frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(X^n)}$$

生起確率の大きな（小さな）情報源系列を

情報源系列 X^n の確率分布の裾で捉えると？



X^n

発表の内容

1. 固定長情報源符号化

1-1. 情報スペクトル（エントロピースペクトル）の裾確率による理論限界の解析

1-2. 別の視点から見た理論限界の解析

2. 可変長情報源符号化

2-1. 情報スペクトル（エントロピースペクトル）の裾確率による理論限界の解析

2-2. 別の視点から見た理論限界の解析

スムース最大エントロピー (1/2)

シャノンエントロピー

$$H(X) := -\sum_{x\in\mathcal{X}} P_X(x)\log_2 P_X(x)$$

一般化 ▼

$\alpha \in (0,1)\cup(1,\infty)$

レニーエントロピー

$$H_\alpha(X) := \frac{1}{1-\alpha}\log_2\left(\sum_{x\in\mathcal{X}}(P_X(x))^\alpha\right)$$

一般化 ▼

スムースレニーエントロピー

$\epsilon \geq 0, \quad \alpha \in (0,1)\cup(1,\infty)$

$$H_\alpha^\epsilon(X) := \frac{1}{1-\alpha}\log_2\left(\inf_{Q\in\mathcal{B}^\epsilon(P_X)}\sum_{x\in\mathcal{X}}(Q(x))^\alpha\right)$$

$Q(x) \leq P_X(x) \quad (\forall x \in \mathcal{X})$ かつ $\sum_{x\in\mathcal{X}} Q(x) \geq 1-\epsilon$

を満たす関数 $Q : \mathcal{X} \to [0,1]$ の集合

スムース最大エントロピー (2/2)

スムースレニーエントロピー $H_\alpha^\epsilon(X)$ は $\alpha \in (0,1) \cup (1,\infty)$ に関して単調非増加関数

スムースレニーエントロピーをα に関して最大化

$$\lim_{\alpha \downarrow 0} H_\alpha^\epsilon(X) = \min_{Q \in \mathcal{B}^\epsilon(P_X)} \log_2 |\{x \in \mathcal{X} : Q(x) > 0\}|$$

は**スムース最大エントロピー**と呼ばれる

定理 [Uyematsu, 2010]

$$\min_{Q \in \mathcal{B}^\epsilon(P_X)} \log_2 |\{x \in \mathcal{X} : Q(x) > 0\}| = \min_{\substack{\mathcal{A} \subset \mathcal{X}: \\ \mathbb{P}[X \in \mathcal{A}] \geq 1-\epsilon}} \log_2 |\mathcal{A}|$$

スムースマックスエントロピーの計算例

結局，スムースマックスエントロピー $H^\epsilon(X)$ は次の式で表される

$$H^\epsilon(X) = \min_{\substack{\mathcal{A}\subset\mathcal{X}: \\ \mathbb{P}[X\in\mathcal{A}]\geq 1-\epsilon}} \log_2 |\mathcal{A}|$$

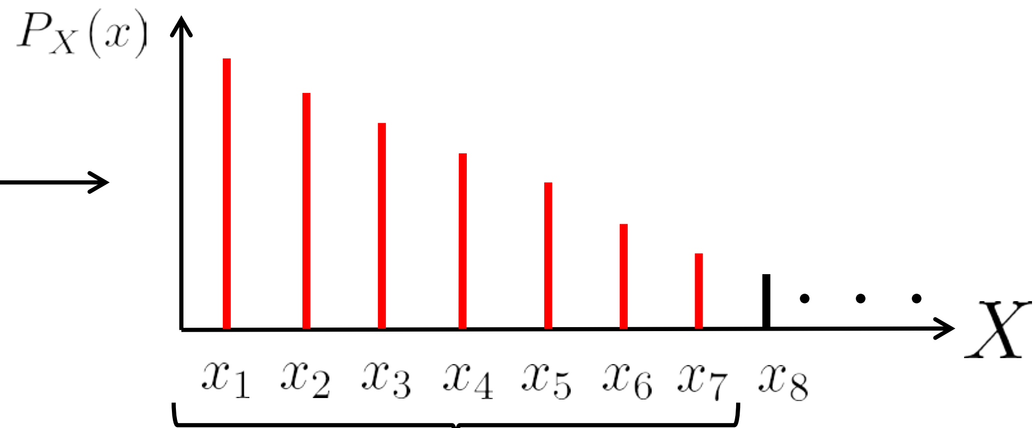
計算例

$\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \ldots\}$ は $P_X(x_1) \geq P_X(x_2) \geq \ldots$ を満たすと仮定

$$\sum_{i=1}^{6} P_X(x_i) < 1-\epsilon,$$

$$\sum_{i=1}^{7} P_X(x_i) \geq 1-\epsilon$$

とする



$H^\epsilon(X) = \log_2 7$

スムース最大エントロピーによる $R(\epsilon|\mathbf{X})$ の特徴付け

最適固定長 ϵ-符号化レートは，スムース最大エントロピーを用いても特徴付けることができる

定理 [Uyematsu, 2010]

任意の $\epsilon \in [0,1)$ と一般情報源 $\mathbf{X}$ に対して，次式が成立.

$$R(\epsilon|\mathbf{X}) = \lim_{\gamma \downarrow 0} \limsup_{n \to \infty} \frac{1}{n} H^{\epsilon+\gamma}(X^n)$$

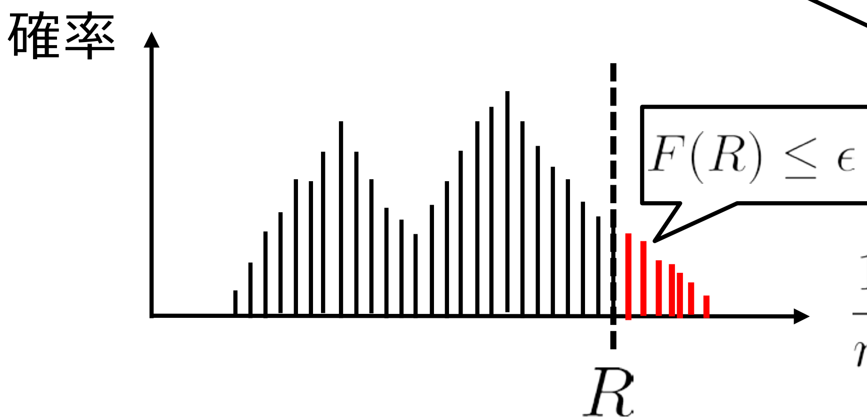
ただし

$$H^{\nu}(X^n) = \min_{\substack{\mathcal{A}^n \subset \mathcal{X}^n : \\ \mathbb{P}[X^n \in \mathcal{A}^n] \geq 1-\nu}} \log_2 |\mathcal{A}^n|$$

第1部のまとめ

$$R(\epsilon|\mathbf{X}) = \inf\{R : F(R) \le \epsilon\}$$

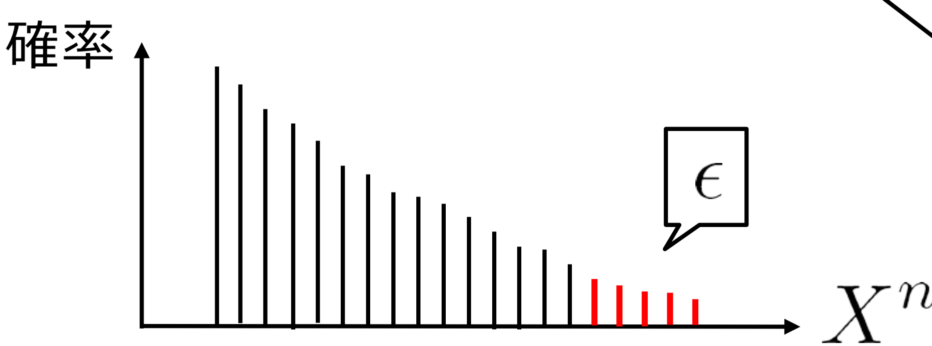
$$F(R) := \limsup_{n\to\infty} \mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(X^n)} \ge R\right]$$



$$\frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(X^n)}$$

$$R(\epsilon|\mathbf{X}) = \lim_{\gamma\downarrow 0}\limsup_{n\to\infty}\frac{1}{n}H^{\epsilon+\gamma}(X^n)$$

$$H^{\nu}(X^n) := \min_{\substack{\mathcal{A}^n\subset\mathcal{X}^n:\\ \mathbb{P}[X^n\in\mathcal{A}^n]\ge 1-\nu}} \log_2|\mathcal{A}^n|$$



発表の内容

1. 固定長情報源符号化

1-1. 情報スペクトル（エントロピースペクトル）の
　　裾確率による理論限界の解析

1-2. 別の視点から見た理論限界の解析

2. 可変長情報源符号化

2-1. 情報スペクトル（エントロピースペクトル）の
　　裾確率による理論限界の解析

2-2. 別の視点から見た理論限界の解析

可変長情報源符号化：符号器，復号器

情報源 $\mathbf{X} = \{X^n\}_{n=1}^{\infty}$ → 符号器 f_n → 復号器 g_n →

$$X^n := X_1 X_2 \ldots X_n \sim P_{X^n}$$

X_i：有限または可算無限集合 $\mathcal{X}$ 上に値をとる離散確率変数

符号器 $f_n : \mathcal{X}^n \to \{0,1\}^\star = \{\Lambda, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, \cdots\}$

Λ：空列

復号器 $g_n : \{0,1\}^\star \to \mathcal{X}^n$

可変長情報源符号化：誤り確率

情報源 $\mathbf{X} = \{X^n\}_{n=1}^{\infty}$ → 符号器 f_n → 復号器 g_n →

符号器 $f_n : \mathcal{X}^n \to \{0,1\}^\star$

復号器 $g_n : \{0,1\}^\star \to \mathcal{X}^n$

評価基準①：**誤り確率**

$$\mathbb{P}[X^n \neq g_n(f_n(X^n))]$$

可変長情報源符号化：オーバーフロー確率

情報源 $\mathbf{X} = \{X^n\}_{n=1}^{\infty}$ → 符号器 f_n → 復号器 g_n →

符号器 $f_n : \mathcal{X}^n \to \{0,1\}^\star$

復号器 $g_n : \{0,1\}^\star \to \mathcal{X}^n$

評価基準②：**オーバーフロー確率**

$$\mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\ell(f_n(X^n)) > R\right]$$

$\ell(f_n(X^n))$：系列 $f_n(X^n)$ の長さ（符号語長）

可変長情報源符号化：例

- $\mathcal{X} = \{a, b\}, \ P_X(a) = 0.8, \ P_X(b) = 0.2$
- 系列長 $n = 2$
- 符号器 $f_2 : \mathcal{X}^2 \to \{0, 1\}^\star$

  復号器 $g_2 : \{0, 1\}^\star \to \mathcal{X}^2$
- $R = 0.5$

x^2	$f_2(x^2)$	$g_2(f_2(x^2))$
aa	0	aa
$\boxed{ab}$	$\boxed{10}$	ab
$\boxed{ba}$	$\boxed{11}$	ba
$\boxed{bb}$	0	$\boxed{aa}$

誤り確率 $\epsilon_2 = 0.2 \times 0.2 = 0.04$

オーバーフロー確率 $\mathbb{P}\left[\frac{1}{2}\ell(f_n(X^2)) > 0.5\right] = 2 \times 0.8 \times 0.2$

$= 0.32$

オーバーフロー確率のしきい値

評価基準

- **誤り確率** $\mathbb{P}[X^n \neq g_n(f_n(X^n))]$
- **オーバーフロー確率** $\mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\ell(f_n(X^n)) > R\right]$

しきい値
と呼ぶ

オーバーフロー確率としきい値はトレードオフの関係

しきい値 R が大 $\Longleftrightarrow$ オーバーフロー確率は小
しきい値 R が小 $\Longleftrightarrow$ オーバーフロー確率は大

オーバーフロー確率を δ 以下
誤り確率を ϵ 以下

しきい値 R をどこまで小さくできるか？

最適オーバーフローしきい値

定義

R が (ϵ, δ)-達成可能　$(\epsilon, \delta \in [0, 1))$

$$\overset{\text{def}}{\Leftrightarrow} \quad \limsup_{n \to \infty} \mathbb{P}[X^n \neq g_n(f_n(X^n))] \leq \epsilon \quad \text{かつ}$$

$$\limsup_{n \to \infty} \mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\ell(f_n(X^n)) > R\right] \leq \delta$$

を満たす (f_n, g_n) の列が存在する

定義：最適オーバーフローしきい値

$$R(\epsilon, \delta | \mathbf{X}) := \inf\{R : R \text{ が } (\epsilon, \delta)\text{-達成可能}\}$$

一般情報源に対する $R(\epsilon, \delta|\mathbf{X})$

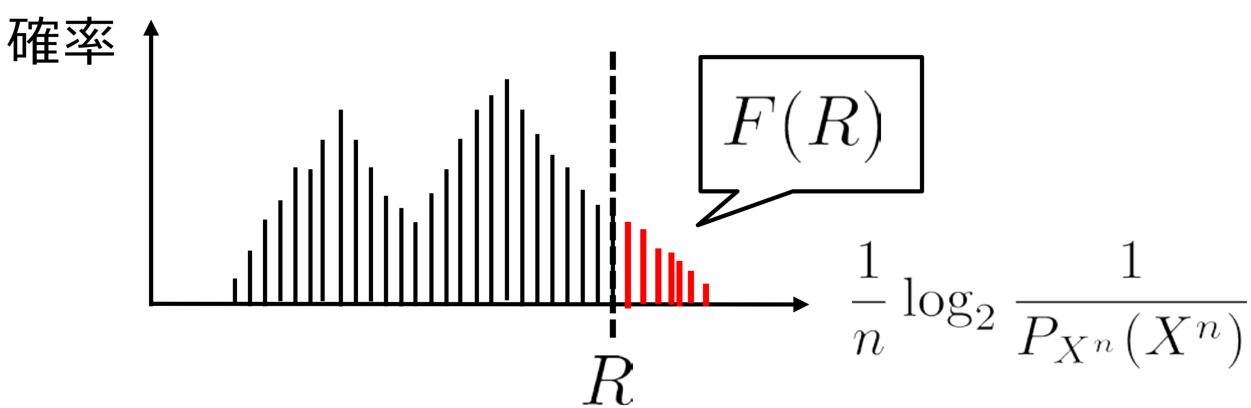
定理 [Nomura and Yagi, 2017]

$\epsilon + \delta < 1$ を満たす任意の $\epsilon, \delta \in [0, 1)$ と

一般情報源 $\mathbf{X}$ に対して，次式が成立．

$$R(\epsilon, \delta|\mathbf{X}) = \inf \{R : F(R) \le \epsilon + \delta\}$$

$$F(R) := \limsup_{n\to\infty} \mathbb{P}\left[\frac{1}{n}\log_2 \frac{1}{P_{X^n}(X^n)} \ge R\right]$$



発表の内容

1. 固定長情報源符号化

1-1. 情報スペクトル（エントロピースペクトル）の裾確率による理論限界の解析

1-2. 別の視点から見た理論限界の解析

2. 可変長情報源符号化

2-1. 情報スペクトル（エントロピースペクトル）の裾確率による理論限界の解析

2-2. 別の視点から見た理論限界の解析

スムース最大エントロピーによる$R(\epsilon,\delta|\mathbf{X})$の特徴付け

最適オーバーフローしきい値は，スムース最大エントロピーを用いても特徴付けることができる

定理 [Saito and Matsushima, 2016]

$\epsilon+\delta<1$を満たす任意の$\epsilon,\delta\in[0,1)$と一般情報源$\mathbf{X}$に対して，次式が成立．

$$R(\epsilon,\delta|\mathbf{X}) = \lim_{\gamma\downarrow 0}\limsup_{n\to\infty}\frac{1}{n}H^{\epsilon+\delta+\gamma}(X^n)$$

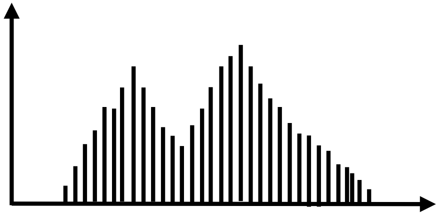
ただし

$$H^{\nu}(X^n) = \min_{\substack{\mathcal{A}^n\subset\mathcal{X}^n:\\ \mathbb{P}[X^n\in\mathcal{A}^n]\geq 1-\nu}} \log_2|\mathcal{A}^n|$$

全体のまとめ

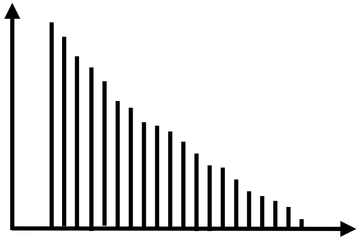
一般情報源に対する固定長情報源符号化や
可変長情報源符号化問題の理論限界の解析

生起確率の大きな（小さな）情報源系列を**エントロピースペクトルの裾**で捉える



$$\frac{1}{n}\log_2\frac{1}{P_{X^n}(X^n)}$$

生起確率の大きな（小さな）情報源系列を**情報源系列 X^n の確率分布の裾**で捉える



X^n

参考文献

[Han and Verdu, 1993] T. S. Han and S. Verdu, ``Approximation theory of output statistics,'' IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 39, no. 3, pp. 752-772, 1993.

[韓, 1998] 韓太舜，情報理論における情報スペクトル的方法，培風館，1998.

[Nomura & Yagi, 2017] R. Nomura and H. Yagi, ``Overflow probability of variable-length codes allowing non-vanishing error probability,'' Proc. IEEE Information Theory Workshop (ITW), Kaohsiung, Taiwan, 2017.

[Saito and Matsushima, 2016] Shota Saito and Toshiyasu Matsushima, ``Threshold of overflow probability in terms of smooth max-entropy for variable-length compression allowing errors,'' Proc. International Symposium on Information Theory and Its Applications (ISITA), Monterey, California, USA, 2016.

[Uyematsu, 2010] T. Uyematsu, ``A new unified method for fixed-length source coding problems of general sources,'' IEICE Trans. Fundamentals, vol. E93-A, no. 11, pp. 1868-1877, Nov. 2010.